

Об особенностях применения метода дисперсионного анализа при исследованиях солнечного ветра в декаметровом диапазоне радиоволн

М. Р. Ольяк

Радиоастрономический институт НАН Украины,
ул. Краснознаменная, 4, г. Харьков, 61002, Украина
E-mail: rai@ira.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 24 июня 2005 г.

С помощью методов плавных возмущений и фейнмановских интегралов по траекториям получены выражения для кросскорреляционных функций и спектров слабых межпланетных мерцаний и рассчитаны дисперсионные зависимости фазовой скорости для сферически симметричной модели солнечного ветра и для плавно неоднородной среды. На примере модели протяженной среды с двумя характерными скоростями рассмотрено влияние разброса скоростей в потоке солнечного ветра.

Введение

Для изучения солнечного ветра (СВ) широко используется просвечивание межпланетной плазмы (МПП) излучением от удаленных компактных космических радиоисточников. Часто в подобных экспериментах измеряются флуктуации интенсивности или мерцания. В то же время в связи с изучением механизма формирования и природы межпланетной турбулентности представляет интерес исследование тонкой структуры распределения скорости солнечного ветра. Под тонкой структурой скорости СВ обычно понимают [1] наличие на луче зрения различных скоростей, которые формируют наблюдаемое на Земле движение дифракционной картины. Появление различных скоростей на луче зрения может быть связано как с существованием физически различных скоростей в тех областях среды, где формируется картина мерцаний, так и с геометрическим эффектом изменения проекции скорости на картинную плоскость.

Одним из методов, применяемых для исследования функции распределения скоростей в случайно-неоднородной среде, являет-

ся метод дисперсионного анализа, предложенный в 1965 г. Джонсоном и Модом в связи с изучением ионосферных дрейфов. В основе метода дисперсионного анализа лежит изучение получаемой из наблюдений мерцаний одновременно в нескольких пунктах дисперсионной зависимости дрейфовой скорости мерцаний $v(f)$, или зависимости скорости гармоник временного спектра мерцаний от частоты. В работах Лотовой (см. обзор [1] и приведенную в нем литературу) в рамках модели фазового экрана были разработаны основы применения метода дисперсионного анализа для исследования МПП, а также проведены исследования тонкой структуры распределения скоростей СВ вблизи Солнца при углах элонгации $\phi \leq 30^\circ$, при которых справедливо приближение фазового экрана.

Особый интерес представляет исследование межпланетной среды в декаметровом диапазоне радиоволн [2], поскольку в этом диапазоне режим слабых мерцаний, при котором измеряемые величины линейно связаны с параметрами рассеивающей среды, реализуется при углах элонгации $\phi \geq \pi/2$. Как известно, на больших расстоя-

ниях от Солнца концентрация электронов убывает как $N \propto R^{-\beta}$, где R – расстояние от Солнца, $\beta \approx 2$ [3, 4]. При больших углах элонгации $\phi \geq \pi/2$ и в декаметровом диапазоне радиоволн межпланетная среда (МПС) является достаточно протяженной, при этом наиболее плотный слой расположен вблизи наблюдателя. Для определения распределения параметров солнечного ветра при $\phi \geq \pi/2$ оправдано использование модели протяженной среды и методов теории многократного рассеяния (см., например, [5]), в частности, метода плавных возмущений (МПВ) и близкого к нему метода фейнмановских интегралов по траекториям (МФИ) в режиме слабых флуктуаций волнового поля [6, 7].

Таким образом, целью настоящей работы является распространение метода дисперсионного анализа [1] на случай протяженной турбулентной среды и больших углов элонгации и получение выражений для дрейфовой скорости мерцаний, которые можно было бы использовать для сравнения с экспериментом наряду с выражениями для частотных спектров флуктуаций интенсивности при наблюдениях в одном пункте.

Постановка задачи и основные результаты

Пусть в слое локально однородной турбулентной плазмы, где средняя плотность электронов $N(R)$ и ее флуктуации $\delta N(R)$ плавно убывают с расстоянием от Солнца R , вдоль оси z распространяется монохроматическое излучение от удаленного космического радиоисточника с гауссовым распределением яркости и угловым размером θ на выходе из слоя (рис. 1). Учитывая, что во всем радиоастрономическом диапазоне случайнные неоднородности диэлектрической проницаемости являются крупномасштабными по сравнению с длиной волны [3], запишем параболическое уравнение для медленно меняющейся комплексной амплитуды поля $U(\omega, \vec{p}, z)$:

$$2ik \frac{\partial U}{\partial z} + \Delta_{\perp} U + k^2 [\langle \epsilon \rangle - 1] U + k^2 \delta \epsilon U = 0, \quad (1)$$

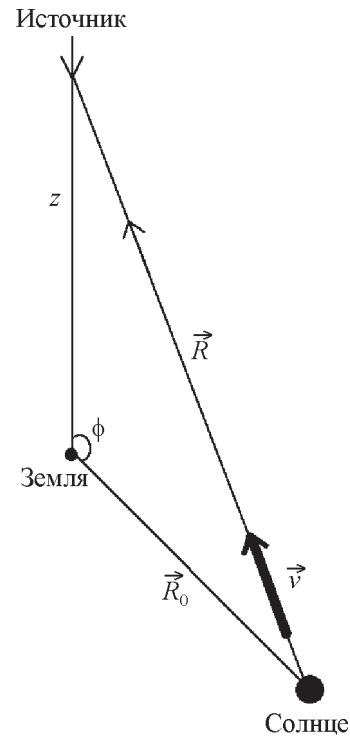


Рис. 1. Геометрия задачи

с начальным условием $U(\omega, \vec{p}, 0) = U(\omega, \vec{p}_0)$. Здесь $U(\omega, \vec{p}_0)$ – фурье-гармоника поля излучения источника, $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $\langle \epsilon \rangle \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$, $\langle \epsilon \rangle \equiv \langle \epsilon(R) \rangle$, угловые скобки $\langle \dots \rangle$ означают усреднение по ансамблю реализаций среды, $\delta \epsilon \approx 4\pi e^2 \delta N(\vec{p}, z) / (m\omega^2)$, $\vec{p} = \{x, y\}$, $R = [R_0^2 + (L-z)^2 - 2R_0(L-z)\cos\phi]^{1/2}$, $R_0 = 1$ а. е. [3].

Как и в [8], будем считать, что нестационарностью процесса можно пренебречь, поскольку внешний масштаб турбулентности L_0 значительно превышает размер первой зоны Френеля [3]. Воспользуемся гипотезой локальной вмороженности флуктуаций [1], предполагающей, что относительные движения среды не сопровождаются изменениями локальной конфигурации, введем скорость переноса неоднородностей перпендикулярно лучу зрения $\vec{v}_{\perp} = \vec{v}_{\perp}(\vec{s}(z), z)$ и определим пространственно-временные кросскорреляционные функции флуктуаций интенсивности $B(\vec{r}, \tau, z) = B(\vec{r} - \vec{v}_{\perp}\tau, t, z)$ как

$$\begin{aligned}
 B(\vec{r}, \tau, z) = & \\
 = & \left\langle U(0, t, z) U^*(0, t, z) U^*(\vec{r}, t + \tau, z) U(\vec{r}, t + \tau, z) \right\rangle - \\
 - & \left\langle U(0, t, z) U^*(0, t, z) \right\rangle \left\langle U^*(\vec{r}, t + \tau, z) U(\vec{r}, t + \tau, z) \right\rangle
 \end{aligned} \quad (2)$$

и кросс-спектры мерцаний как $W(\vec{r}, f) = \int_{-\infty}^{\infty} B(\vec{r}, \tau, z) \exp(2\pi i f \tau) d\tau$ [1]. Здесь \vec{r} – расстояние между пунктами наблюдения (база).

Методика вычисления четвертых моментов поля $\langle U_1 U_2^* U_3^* U_4 \rangle$ на основе решения параболического уравнения (1) методом фейнмановских интегралов в режиме слабых флуктуаций волнового поля была предложена в работе [9]. В дальнейшем она была развита и использована для вычисления пространственных корреляционных функций [10]. В работах [6, 7] была показана возможность применения МФИ, наряду с МПВ, для интерпретации наблюдений мерцаний космических радиоисточников декаметрового диапазона на неоднородностях межпланетной плазмы при больших углах элонгации, получены выражения для временных автокорреляционных функций и спектров слабых межпланетных мерцаний при наблюдениях в одном пункте, а также проведено сопоставление численных расчетов, выполненных с помощью МПВ и МФИ, для источников разных угловых размеров [6]. С использованием методики вычисления четвертых моментов поля и автокорреляционных функций [6-10] получим для пространственно-временной кросскорреляционной функции мерцаний (2) в приближении марковского случайного процесса следующее выражение:

$$\begin{aligned}
 B(\vec{r}, \tau, L) \approx & 2\pi^2 \frac{L\omega_p^4}{c^2\omega^2} \int_0^1 \frac{d\zeta}{\gamma\zeta^{(\gamma-1)/2}} \times \\
 \times & \int d\bar{\kappa}_\perp \left[1 - \cos(\kappa_\perp^2 L \zeta / k) \right] \Phi_N(\kappa_\perp, 0) \times \\
 \times & \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\kappa_\perp L \zeta \theta)^2 - i \bar{\kappa}_\perp (\vec{r} - \vec{v}_\perp(\zeta) \tau) \right\}.
 \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $\kappa_\perp = |\bar{\kappa}_\perp|$, $\bar{\kappa}_\perp = \{\kappa_x, \kappa_y\}$, $\gamma = 1$ соответствует МПВ, $\gamma = 2$ – МФИ. Пространственный спектр неоднородностей электронной концентрации на больших расстояниях от Солнца предполагаем степенным и изотропным [3]:

$$\Phi_N(\kappa_\perp, 0) \propto \sigma_N^2(\zeta) \exp(-\kappa_\perp^2 l_0^2) L_0^{3-n} \kappa_\perp^{-n}, \quad (4)$$

где $\sigma_N^2(\zeta)$ – дисперсия относительных флуктуаций электронной концентрации вдоль луча зрения. Предположим, что скорость \vec{v}_\perp параллельна вектору базы \vec{r} . Тогда для кросскорреляционного спектра межпланетных мерцаний с использованием методики вычисления спектра флуктуаций амплитуды [8] можно записать:

$$\begin{aligned}
 W(\vec{r}, f) \approx & 2\pi^2 \frac{L\omega_p^4}{c^2\omega^2} \int_0^1 \frac{d\zeta}{\gamma\zeta^{(\gamma-1)/2}} \times \\
 \times & \int_A^\infty \kappa_\perp d\kappa_\perp \left[1 - \cos(\kappa_\perp^2 L \zeta / k) \right] \frac{\Phi_N(\kappa_\perp, 0)}{\left[\kappa_\perp^2 v_\perp^2(\zeta) - 4\pi^2 f^2 \right]^{1/2}} \times \\
 \times & \exp \left[-\frac{1}{2} (\kappa_\perp L \zeta \theta)^2 + i \frac{2\pi f r}{v_\perp(\zeta)} \right].
 \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $A = 2\pi f / v_\perp(\zeta)$. Выражения (3), (5) получены для режима слабых флуктуаций волнового поля, когда поперечный радиус когерентности превышает размер первой зоны Френеля [6, 7]. Интегрирование по пространственным волновым числам κ_\perp по аналогии с [7] дает:

$$\begin{aligned}
 W(\vec{r}, f) \approx & C \int_0^1 d\zeta \frac{\sigma_N^2(\zeta)}{\gamma\zeta^{(\gamma-1)/2} v_\perp(\zeta) u^{(n+1)/2}} \times \\
 \times & \left\{ g^{n/2-3/2} \exp \left(-\frac{1}{2} u^2 g^2 \right) W_{\mu,\mu}(u^2 g^2) - \right. \\
 & \left. - R e \rho^{n/2-3/2} \exp \left(-\frac{1}{2} u^2 \rho^2 \right) W_{\mu,\mu}(u^2 \rho^2) \right\} \exp \left[i \frac{2\pi f r}{v_\perp(\zeta)} \right].
 \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $W_{\mu,\mu}(x)$ – вырожденная гипергеометрическая функция Уиттекера [11], $\mu=1/4-n/2$, n – показатель степени трехмерного спектра неоднородностей электронной концентрации, $u \equiv u(\zeta) = 2\pi f/v_\perp(\zeta)$, $g = \left[l_0^2 + \frac{1}{2} L^2 \zeta^2 \theta^2 \right]^{1/2}$, $\rho = \left[g^2 + iL\zeta c/\omega \right]^{1/2}$, $C \approx 4.8 \cdot 10^{18} LL_0^{3-n}/(c\omega)^2$.

Численный расчет частотных спектров слабых межпланетных мерцаний, выполненный в [6], показал, что для источников малых угловых размеров ($\theta < 4''$) результаты, полученные в рамках МПВ и МФИ, совпадают с точностью до численного коэффициента порядка единицы. Поскольку для наблюдений межпланетных мерцаний обычно используют источники малых угловых размеров, дальнейшие вычисления для различных моделей МПС были проведены с использованием МФИ.

Определение дисперсионной зависимости фазовой скорости мерцаний

Рассмотрим возможность применения полученных выше выражений для кросс-спектра мерцаний к исследованию тонкой структуры солнечного ветра. Следуя [1], определим фазу кросскорреляционного спектра как

$$\Delta\Phi = \arctg \frac{\text{Im} W(\vec{r}, f)}{\text{Re} W(\vec{r}, f)} \quad (7)$$

и введем скорость гармоники f кросскорреляционного спектра:

$$V_f(f) = \frac{2\pi fr}{\Delta\Phi(f)}. \quad (8)$$

Для простого движения неоднородностей с постоянной проекцией скорости на картинную плоскость v_0 фаза кросскорреляционного спектра пропорциональна частоте $\Delta\Phi(f) = 2\pi fr/v_0$. При этом скорость гармоник кросс-спектра мерцаний не зависит от частоты f , $V_f(f) = v_0$, и дисперсионная зависимость $V_f(f)$ имеет вид прямой, параллельной оси f [1]. Использование модели

тонкого фазового экрана [1] позволяет получить интегральные характеристики СВ, однако не дает возможности отделить влияние разброса скоростей от геометрического эффекта изменения проекции скорости СВ на картинную плоскость вследствие протяженности среды. При малых углах элонгации ($\phi \leq 30^\circ$) влиянием геометрического эффекта протяженности среды можно пре轻бречь [1], поскольку толщина рассеивающего слоя плазмы $L = 2R_0 \sin \phi \ll Z$ [12], где Z – расстояние от наблюдателя до центра рассеивающего слоя. Кроме того, как было показано в [1], показатель степени спектра турбулентности также не влияет на угол наклона дисперсионных кривых и, таким образом, их наклон определяется разбросом скоростей в среде. При больших углах элонгации, $\phi \geq \pi/2$, для исследования пространственных характеристик СВ следует использовать модель протяженной среды. На рис. 2 приведены результаты численных расчетов дисперсионных зависимостей $V_f(f)$ (8), полученных с использованием (4), (6), (7) для сферически симметричной модели солнечного ветра при $v_\perp(\zeta) = v \sin \phi / (R/R_0)$, $R = \left[R_0^2 + L^2 \zeta^2 - 2R_0 L \zeta \cos \phi \right]^{1/2}$, $v = 500 \text{ км/с}$, $n = 11/3$, $\sigma_N(R) \propto \langle \delta N_0^2 \rangle^{1/2} (R/R_0)^{-b}$,

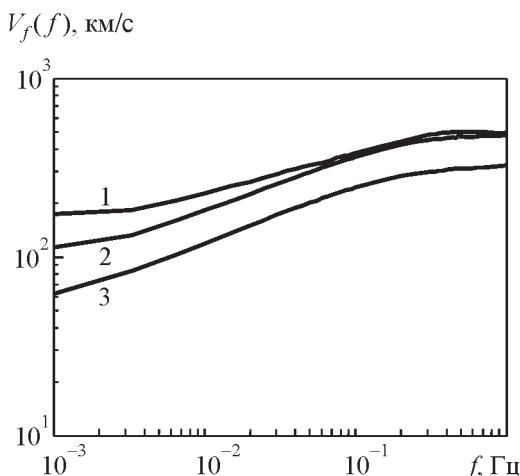


Рис. 2. Результаты модельных расчетов дисперсионной зависимости скорости сферически симметричного СВ при углах элонгации $\phi = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ (кривые 1–3)

$b = 2$, $r = 100$ км. Источник предполагается точечным. Кривая 1 соответствует несущей частоте 100 МГц и углу элонгации 45° , кривые 2 и 3 – углам элонгации 90 и 135° и частоте 25 МГц. Зависимость $V_f(f)$ плавно возрастает с увеличением f и стремится к максимальному значению скорости на луче зрения: v при $\phi < \pi/2$ [1] и $v \sin \phi$ при $\phi \geq \pi/2$. Наклон дисперсионной кривой уменьшается при $\phi < \pi/2$, что связано как с уменьшением толщины рассеивающего слоя, так и с изменением режима мерцаний. При увеличении $\phi \geq \pi/2$ наклон дисперсионной кривой $V_f(f)$ при тех же значениях параметров турбулентности практически не меняется, поскольку на этих элонгациях реализуется режим слабых мерцаний. Угол наклона кривых $V_f(f)$ зависит также от показателя степени n трехмерного спектра флюктуаций плотности электронов (см. рис. 3, где $n = 3.8$ и 3.2 при $\phi = \pi/2$, $v = 550$ км/с). На рис. 4 приведены зависимости $V_f(f)$ для плавно неоднородной среды при $v = 550$ км/с, $n = 11/3$, $\sigma_N^2(\zeta) \propto \langle \delta N_0^2 \rangle [(R_0 + L\zeta)/R_0]^{-2b}$ и значениях $b = 1.0, 2.0, 3.0$ (кривые 1-3). Определим толщину неоднородного слоя \bar{L} как расстояние, на котором дисперсия флюктуаций электронной концентрации σ_N уменьшается в 100 раз. Тогда $\bar{L} = R_0(10^{2/b} - 1)$.

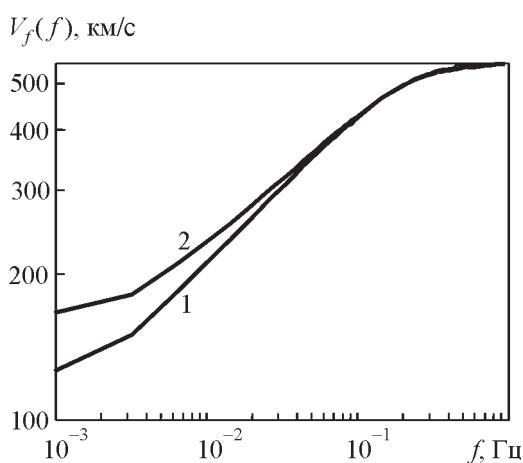


Рис. 3. Результаты модельных расчетов дисперсионной зависимости скорости сферически симметричного СВ для значений показателя степени трехмерного спектра турбулентности $n = 3.8, 3.2$ (кривые 1, 2)

Как видно из рисунка, параметр b , характеризующий закон убывания флюктуаций плотности электронов и, соответственно, толщину неоднородного слоя, существенно влияет на характер дисперсионных кривых. Влияние разброса скоростей в потоке СВ можно рассмотреть на примере потока сферически симметричного СВ с двумя характерными скоростями \bar{v}_1 и $\bar{v}_2 = 2\bar{v}_1$ (рис. 5). Кривые 1 и 2 на рис. 5 соответ-

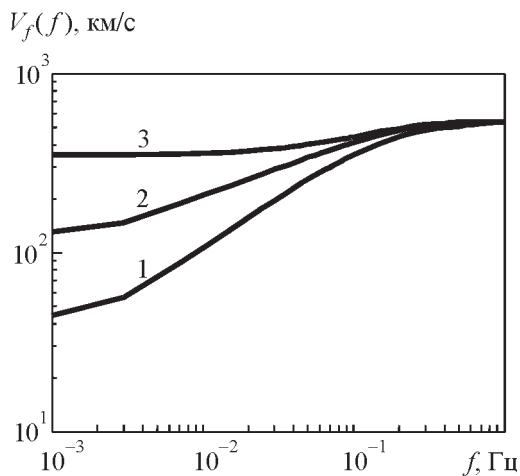


Рис. 4. Результаты модельных расчетов дисперсионной зависимости скорости СВ при $b = 1.0, 2.0, 3.0$ (кривые 1-3)

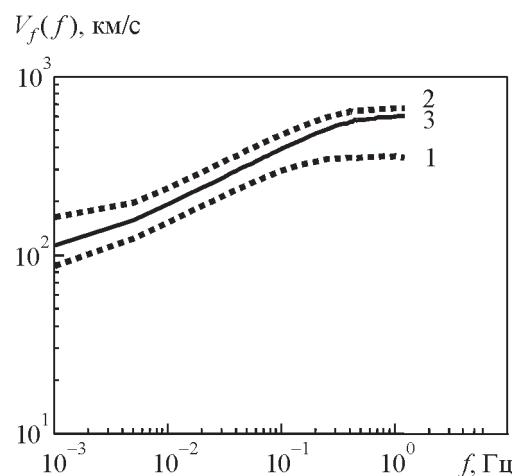


Рис. 5. Результаты модельных расчетов дисперсионной зависимости скорости сферически симметричного СВ со скоростями v_1 и $v_2 = 2v_1$ (кривые 1 и 2) и для двухскоростной модели СВ (кривая 3)

ствуют односкоростным потокам со скоростями $v_1 = 350$ км/с и $v_2 = 700$ км/с. Кривая 3 – дисперсионной зависимости скорости суммарного потока, спектр которого можно в соответствии с [1] представить в виде $W_{\Sigma}(\vec{r}, f) = W_1(\vec{v}_1, \vec{r}, f) + W_2(\vec{v}_2, \vec{r}, f)$, где W_1 и W_2 – спектры потоков со скоростями \vec{v}_1 и \vec{v}_2 , определяемые из выражений (5) или (6). Видно, что угол наклона дисперсионной кривой суммарного потока отличается от угла наклона дисперсионных кривых односкоростных потоков. Из выражений (4)–(6) и рассмотренных моделей σ_N следует, что каждый из кроскорреляционных спектров W_1 и W_2 в общем случае характеризуется своими значениями параметров $\vec{v}_{1,2}$, $n_{1,2}$, $b_{1,2}$ и дисперсии флуктуаций электронной концентрации, пропорциональной плотности потоков $N_{1,2}$. Таким образом, наклон дисперсионной зависимости скорости результирующего потока W_{Σ} определяется как разбросом скоростей, так и, в случае более сложной потоковой структуры СВ, отношением плотностей потоков N_1/N_2 , их относительной шириной, описываемой параметром b , и показателем степени n трехмерного спектра турбулентности каждого из потоков. Следовательно, варьируя значения скорости, показателя степени n , а также относительной ширины каждого из потоков и учитывая, что скорости быстрого и медленного потоков обратно пропорциональны их плотностям [3], мы можем моделировать и более сложный случай пересечения лучом зрения быстрого и медленного потоков различной ширины. Это может быть использовано, например, при рассмотрении модели [1], когда на фоне спокойного сферически симметричного солнечного ветра распространяется ускоренный поток. Другим примером использования модели слоев с различной скоростью, плотностью и толщиной может служить задача о пересечении лучом зрения фронта ударной волны [13].

Таким образом, в отличие от модели фазового экрана в модели протяженной среды

даже при отсутствии физического разброса скоростей наблюдается дисперсионная зависимость, которая с ростом спектральной частоты стремится к максимальному значению скорости в среде. При этом наклон кривой определяется параметрами среды. При наличии разброса скоростей в потоке сферически симметричного СВ угол наклона дисперсионной кривой увеличивается. Использование модели протяженной среды позволит по наклону дисперсионной кривой отличить изменение проекции скорости на картинную плоскость вследствие геометрического эффекта от случая физического разброса скоростей, а также учесть влияние показателя спектра турбулентности и характер изменения флуктуаций плотности с расстоянием, что принципиально невозможно при использовании оперирующей интегральными характеристиками СВ модели фазового экрана. Сопоставление экспериментальных дисперсионных кривых с теоретическими, параметры которых получены из измерений в одном пункте, позволит выявить наличие (или отсутствие) не связанного с геометрическим эффектом протяженности среды разброса скоростей и тем самым уточнить параметры солнечного ветра. Это открывает дополнительные возможности для изучения солнечного ветра на больших расстояниях от Солнца.

Автор выражает благодарность А. А. Минакову за полезные замечания.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта INTAS 03-5727.

Литература

- Лотова Н. А. Радиоастрономические исследования тонкой структуры солнечного ветра // Итоги науки и техники. Астрономия. Т.33. – М.: ВИНИТИ АН СССР, 1988. – С. 121-148.
- Коноваленко О. О. Радіоастрономічні дослідження // В сб. "Космічні дослідження в Україні". – Київ: Національне космічне агентство України, Інститут космічних досліджень НАНУ–НКАУ, 2002. – С. 26-43.

3. Алексеев Г. А., Гельфрейх Г. Б., Зайдев В. В., Ильинов Ю. П., Кайдановский Н. Л., Матвеенко Л. И., Мень А. В., Молчанов А. П., Степанов А. П., Шишов В. И. Советские радиотелескопы и радиоастрономия Солнца. – М.: Наука, 1990. – 212 с.
4. Hayashi K., Koijima M., Tokumaru M., Fujiri K. MHD tomography using interplanetary scintillation measurement // Geophys. Res. – 2003. – Vol. 108, No. A3. – P. 1102-1123.
5. Брауде С. Я., Галанин В. В., Инютин Г. А., Мень А. В., Мори Х., Ращковский С. Л., Синицын В. Г., Шарыкин Н. К. Турбулентная структура солнечного ветра по наблюдениям в декаметровом диапазоне радиоволн // Астрономический журнал. – 1995. – Т. 72, №5. – С. 761-766.
6. Ольяк М. Р. Об использовании методов статистической радиофизики для анализа межпланетных мерцаний в декаметровом диапазоне радиоволн // Вестник Харьковского национального университета. – 2002. – Вып. 2, №570. – С. 210-211.
7. Ольяк М. Р. О методах интерпретации межпланетных мерцаний декаметровых радиоисточников // Кинематика и физика небесных тел. – 2004. – Т. 20, №5. – С. 416-421.
8. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. – М.: Наука, 1967. – 548 с.
9. Frehlich R. G. Space-time fourth moment of waves propagating in random media // Radio Science. – 1987. – Vol. 22, No. 4. – P. 481-492.
10. Kukushkin A., Olyak M. Propagation effects in the radio interferometry of polarized radiation // Waves in Random Media. – 1994. – Vol. 4, No. 1. – P. 59-81.
11. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Наука, 1971. – 1094 с.
12. Шишов В. И., Шишова Т. Д. Влияние размеров источников на спектры межпланетных мерцаний. Теория // Астрономический журнал. – 1978. – Т. 55, №2. – С. 411-418.
13. Пименов С. Ф. О мерцаниях радиоисточников на неоднородностях плазмы за ударными волнами // Письма в Астрономический журнал. – 1984. – Т. 10, №7. – С. 523-529.

**Щодо особливостей застосування
методу дисперсійного аналізу
у дослідженнях сонячного вітру
в декаметровому діапазоні радіохвиль**

М. Р. Ольяк

За методами плавних збурень та фейнманівських інтегралів за траєкторіями одержано вирази для кроскореляційних функцій і спектрів слабких міжпланетних мерехтінь та розраховано дисперсійні залежності фазової швидкості для сферично симетричної моделі сонячного вітру та для плавно неоднорідного середовища. На прикладі моделі протяжного середовища з двома характерними швидкостями розглянуто вплив розкиду швидкостей у потоці сонячного вітру.

**On the Peculiarities
of the Analysis-of-Variance Method
Application in the Decameter Wavelength
Study of Solar Wind**

M. R. Olyak

The expressions for the cross-correlation functions and spectra of weak interplanetary scintillations are obtained with the methods of smooth perturbations and Feynman path-integrals. The phase speed dispersion dependences for the spherically symmetric model of solar wind and for smoothly inhomogeneous medium are calculated. The influence of the solar wind speed variance is considered on the extended medium model with the two characteristic speeds.