

## Характеристики излучения из открытого конца линии передачи с импедансными границами

Н. Н. Горобец, А. П. Удовенко<sup>1</sup>

*Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,  
пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61077, Украина*

<sup>1</sup>*Радиоастрономический институт НАН Украины,  
ул. Краснознаменная, 4, г. Харьков, 61002, Украина  
E-mail: udovenko@rian.kharkov.ua*

*Статья поступила в редакцию 4 мая 2005 г.*

На основе приближенных решений дисперсионного уравнения и уравнения для отношения продольных составляющих электрического и магнитного полей несимметричных гибридных волн с низшими индексами рассчитаны апертурные распределения и диаграммы направленности, получены аналитические выражения для частот, соответствующих минимальному кроссполяризационному излучению. Показано, что излучение из открытого конца линии передачи с импедансными границами, поддерживающей низшую несимметричную гибридную волну  $HE_{11}$ , обладает осевой симметрией и уровнем кроссполяризации, позволяющим использовать линию в качестве облучателя однозеркальных и линзовых антенн.

Теоретические и экспериментальные исследования линий передачи с импедансными границами (волноводов с диэлектрическим покрытием и многослойных диэлектрических волноводов в металлическом экране) [1-3] подтверждают принципиальную возможность создания на их основе антенн с осесимметричными диаграммами направленности, низким боковым и кроссполяризационным излучениями, которые являются технологичной альтернативой антеннам с внутренней гофрированной поверхностью. Однако из-за громоздкости математических соотношений при решении дисперсионных уравнений используются приближения, относящиеся к высокочастотной области изменения параметров, что не позволяет определять с достаточной точностью критические частоты и дисперсионные характеристики собственных мод [2, 4].

Целью работы является исследование распределений полей в апертуре и характе-

ристик излучения открытого конца линии передачи с импедансными границами, возбуждаемой несимметричными гибридными волнами с низшими индексами, вблизи их критических частот.

В области 1 ( $0 \leq r \leq a$  на рис. 1, параметры диэлектрика  $\epsilon_1, \mu_1$ ) регулярного полубесконечного волновода представим продольные составляющие электрического и магнитного полей в виде

$$E_z = \alpha_1^2 B J_m(\alpha_1 r) \sin m\varphi,$$

$$H_z = \alpha_1^2 A J_m(\alpha_1 r) \cos m\varphi,$$

а в области 2 ( $a \leq r \leq b$ , параметры  $\epsilon_2, \mu_2$ ) –

$$E_z = \alpha_2^2 \left( F H_m^{(2)}(\alpha_2 r) + G H_m^{(1)}(\alpha_2 r) \right) \sin m\varphi,$$

$$H_z = \alpha_2^2 \left( C H_m^{(2)}(\alpha_2 r) + D H_m^{(1)}(\alpha_2 r) \right) \cos m\varphi.$$

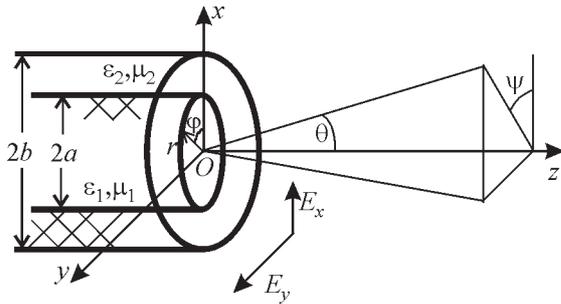


Рис. 1. Электродинамическая система

Здесь  $A, B, C, D, F, G$  – неизвестные коэффициенты;  $\alpha_1, \alpha_2$  – поперечные волновые числа;  $J_m(\alpha_1 r)$  – функция Бесселя  $m$ -го порядка;  $H_m^{(1)}(\alpha_2 r), H_m^{(2)}(\alpha_2 r)$  – функции Ханкеля 1-го и 2-го рода порядка  $m, m = 1, 2, \dots, n$ .

Сопрягая тангенциальные составляющие полей на границе диэлектрик–диэлектрик и используя граничные условия на идеально проводящем металле, сократим число неизвестных коэффициентов до двух. Для определения коэффициентов  $A$  и  $B$  получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} m\bar{\beta} \left( 1 - \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^2 \right) \frac{B}{AZ_0\mu_1} = \\ = -F_m(\alpha_1 a) + \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^2 \frac{\mu_2}{\mu_1} (\alpha_2 a) R_m(a, b), \\ m\bar{\beta} \left( 1 - \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^2 \right) \frac{AZ_0}{B\epsilon_1} = \\ = -F_m(\alpha_1 a) + \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^2 \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} (\alpha_2 a) S_m(a, b), \end{cases} \quad (1)$$

где  $\bar{\beta} = \beta/k, k$  – волновое число свободного пространства;  $\beta$  – постоянная распространения волны в линии;  $Z_0$  – характеристическое сопротивление вакуума;  $F_m(\alpha_1 a) = \frac{(\alpha_1 a) J'_m(\alpha_1 a)}{J_m(\alpha_1 a)}$ ;  $R_m(a, b), S_m(a, b)$  – импедансные функции:

$$R_m(a, b) = \begin{cases} \frac{J'_m(\alpha_2 a) N'_m(\alpha_2 b) - J'_m(\alpha_2 b) N'_m(\alpha_2 a)}{J_m(\alpha_2 a) N'_m(\alpha_2 b) - J'_m(\alpha_2 b) N_m(\alpha_2 a)}, \\ \frac{(-i)(I'_m(\tau a) K'_m(\tau b) - I'_m(\tau b) K'_m(\tau a))}{I_m(\tau a) K'_m(\tau b) - I'_m(\tau b) K_m(\tau a)}, \end{cases}$$

$$S_m(a, b) = \begin{cases} \frac{J'_m(\alpha_2 a) N_m(\alpha_2 b) - J_m(\alpha_2 b) N'_m(\alpha_2 a)}{J_m(\alpha_2 a) N_m(\alpha_2 b) - J'_m(\alpha_2 b) N_m(\alpha_2 a)}, \\ \frac{(-i)(I'_m(\tau a) K_m(\tau b) - I_m(\tau b) K'_m(\tau a))}{I_m(\tau a) K_m(\tau b) - I'_m(\tau b) K_m(\tau a)}. \end{cases}$$

Здесь верхние выражения для функций  $R_m(a, b), S_m(a, b)$  соответствуют условию  $\epsilon_1 \leq \epsilon_2$ , а нижние –  $\epsilon_1 \geq \epsilon_2$ ;  $N_m(x)$  – функция Неймана порядка  $m$ ;  $I_m(x)$  и  $K_m(x)$  – модифицированные функции Бесселя и Ханкеля  $m$ -го порядка соответственно. В последнем случае для фазовой скорости распространяющейся волны  $v_\phi$  справедливо неравенство  $c \geq v_\phi \geq v_d$  ( $c, v_d$  – скорости электромагнитной волны в вакууме и диэлектрике с проницаемостью  $\epsilon_1$ ), что соответствует мнимым значениям поперечного волнового числа в области 2:  $(\alpha_2)^2 = (i\tau)^2 = k^2 \epsilon_2 - \beta^2 \leq 0, \tau = |\alpha_2|$ .

Приравняв определитель системы (1) нулю, получим дисперсионное уравнение рассматриваемого типа линий передачи:

$$\left( F_m(\alpha_1 a) - \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^2 \frac{\mu_2}{\mu_1} (\alpha_2 a) R_m(a, b) \right) \left( F_m(\alpha_1 a) - \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^2 \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} (\alpha_2 a) S_m(a, b) \right) = \frac{(m\bar{\beta})^2}{\epsilon_1 \mu_1} \left( \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^2 - 1 \right)^2.$$

Приближенные решения этого уравнения вблизи критических частот ( $\beta \rightarrow 0$ ) для тонкого нерезонансного диэлектрического слоя 2 имеют вид [5]:

$$\alpha_1 a_{HE} \approx \mu_{mn} \left( 1 - \frac{\mu_{mn}^2 (t^2 - 1)}{2(\mu_{mn}^2 - m^2) + \mu_{mn}^2 (t^2 - 1)} \right),$$

$$\alpha_1 a_{EH} \approx \xi_{mn} \left( 1 + \frac{(ka)^2 (\epsilon_2 - \epsilon_1) + \xi_{mn}^2}{(ka)^2 (\epsilon_2 - \epsilon_1) - \xi_{mn}^2 \left( \frac{2\epsilon_2 t}{\epsilon_1 (t^2 - 1)} \right)} \right),$$

где  $\alpha_1 a_{HE}$ ,  $\alpha_1 a_{EH}$  – частоты отсечек  $HE_{mn}$  и  $EH_{mn}$ -мод соответственно;  $t = b/a$ ;  $\mu_{mn}$  –  $n$ -й корень уравнения  $J'_m(x) = 0$ ;  $\xi_{mn}$  –  $n$ -й корень уравнения  $J_m(x) = 0$ .

Преобразуем систему (1) в уравнение для отношения амплитуд продольных составляющих электрического и магнитного полей  $\bar{\gamma} = B/AZ_0$ :

$$m\bar{\beta} \left( \frac{\bar{\gamma}}{\mu_1} - \frac{1}{\bar{\gamma}\epsilon_1} \right) = \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^2 - \alpha_1^2} (\alpha_2 a) \Delta Z_m(a, b). \quad (2)$$

Для частот, не равных полюсам импедансной функции  $\Delta Z_m(a, b) = \frac{\mu_2}{\mu_1} R_m(a, b) - \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} S_m(a, b)$ , при  $ka \rightarrow \infty$  правая часть уравнения (2) стремится к нулю независимо от величины  $\Delta Z_m(a, b)$  [6].

В предположении равенства полей в апертуре и регулярном волноводе с идеально проводящим бесконечным фланцем вокруг излучающей апертуры, в отсутствие отражений от открытого конца линии передачи тангенциальные составляющие электрического поля для низших несимметричных гибридных волн имеют вид:

$$E_x(r, \varphi) = A_0 \frac{\bar{\gamma}\bar{\beta} - 1}{2} J_2(\alpha_1 r) \sin 2\varphi, \quad (3)$$

$$E_y(r, \varphi) = A_0 \frac{\bar{\gamma}\bar{\beta} + 1}{2} \left( J_0(\alpha_1 r) + \frac{\bar{\gamma}\bar{\beta} - 1}{\bar{\gamma}\bar{\beta} + 1} J_2(\alpha_1 r) \cos 2\varphi \right),$$

где  $A_0 = (-i) \frac{\alpha_1 r}{r} kA$  – амплитудный коэффициент.

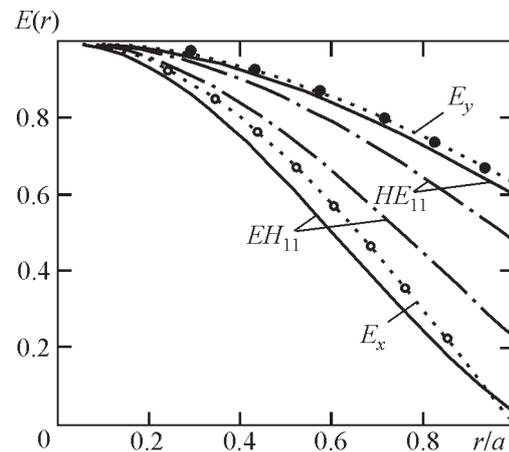
В отличие от апертурных распределений волн  $TE_{11}$  и  $TM_{11}$  круглого гладкого волновода в распределениях гибридных волн открытого конца линии передачи с импедансными границами в  $E$ -плоскости

присутствует сомножитель  $\Gamma(ka) = \frac{\bar{\gamma}\bar{\beta} - 1}{\bar{\gamma}\bar{\beta} + 1}$ , уменьшающий поле на границе диэлектриков от  $-4$  дБ до уровня  $-(8 \div 10)$  дБ (рис. 2).

После Фурье-преобразования поля в апертуре (3) определим компоненты поля излучения в дальней зоне в соответствии с третьим определением Людвига [7]:

$$E_{CO}(\theta, \psi) = A_0 C g_0(\theta) \begin{bmatrix} 1 - \frac{g_1(\theta)}{g_0(\theta)} \\ 1 + \frac{g_1(\theta)}{g_0(\theta)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

для  $\psi = \begin{cases} 0 \\ \pi/2 \end{cases}$ ;



**Рис. 2.** Апертурные распределения гибридных волн  $HE_{11}$  и  $EH_{11}$  металлодиэлектрического волновода для частот  $ka = 4$  (—),  $ka = 10$  (- · - ·). Распределения электрических полей волноводной моды  $TE_{11}$ : - - - -  $E_x$ , - - • - -  $E_y$

$$E_{CR}(\theta, \psi) = A_0 C g_0(\theta) \left( -\sin^2 \frac{\theta}{2} + \frac{g_1(\theta)}{g_0(\theta)} \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (5)$$

для  $\psi = (2l+1)\pi/4$ .

Здесь  $E_{CO}(\theta, \psi)$  – поле излучения в  $H$ - и  $E$ -плоскостях соответственно;  $\theta, \psi$  – сферические координаты;  $E_{CR}(\theta, \psi)$  – поле излучения при поперечной поляризации;  $C = ik(2\pi R)^{-1} \exp(-ikR)$ ,  $R$  – расстояние от излучающей апертуры до точки наблюдения;  $l = 1, 2, \dots$ ;  $g_0(\theta)$  и  $g_1(\theta)$  – диаграммные функции:

$$g_0(\theta) = \frac{a(\sqrt{\beta} + 1)}{\alpha_1^2 - \beta^2} \times$$

$$\times (\alpha_1 J_0(\beta a) J_1(\alpha_1 a) - \beta J_0(\alpha_1 a) J_1(\beta a)),$$

$$g_1(\theta) = \frac{a(\sqrt{\beta} - 1)}{\alpha_1^2 - \beta^2} \times$$

$$\times (\beta J_1(\beta a) J_2(\alpha_1 a) - \alpha_1 J_1(\alpha_1 a) J_2(\beta a)),$$

$$\beta a = ka \sin \theta.$$

Рассчитанные по формулам (4), (5) и измеренные диаграммы направленности гибридных волн металлодиэлектрического волновода с параметрами  $a = 10$  мм,  $\epsilon_1 = 1$ ,  $\epsilon_2 = 2.04$ ,  $t = 1.02$ ,  $\lambda = 2.14$  мм ( $ka = 29.3$ ) представлены на рис. 3. Форма измеренных ДН, координаты первого минимума основного и максимума первого бокового лепестков ДН, уровни бокового и кроссполяризационного излучения показывают, что возбуждалась и излучалась гибридная волна  $EH_{11}$ .

Уровни поперечной поляризации  $E_{CR}(\theta, \psi)$  и асимметрию диаграмм в главных плоскостях  $\frac{|E_{CO}(\theta, 0) - E_{CO}(\theta, \pi/2)|}{E_{CO}(0, 0)}$  оп-

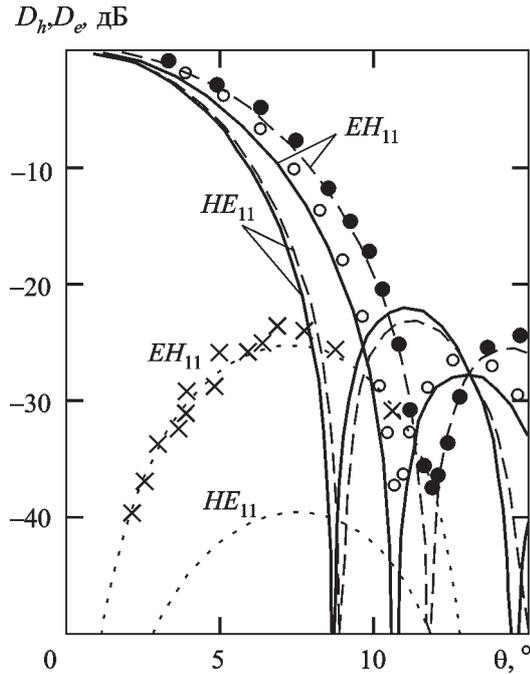


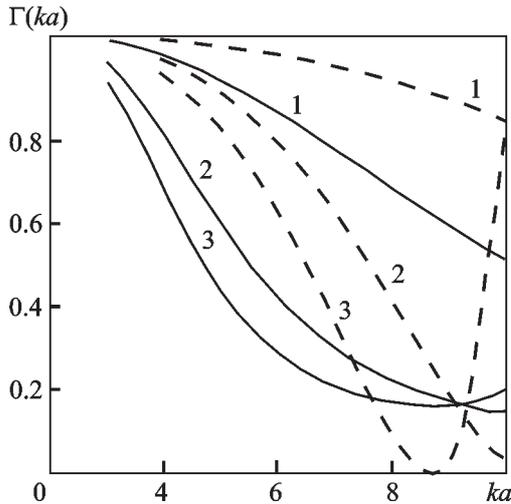
Рис. 3. Диаграммы направленности гибридных волн с низшими индексами ( $ka = 29.3$ ,  $\epsilon_1 = 1$ ,  $\epsilon_2 = 2.04$ ,  $t = 1.02$ ): расчетные: — — в  $H$ -плоскости, - - - - в  $E$ -плоскости, ··· — кроссполяризационная; измеренные: -○- — в  $H$ -плоскости, -·-·- — в  $E$ -плоскости, ··×·· — кроссполяризационная

ределяет отношение диаграммных функций  $g_1(\theta)/g_0(\theta)$ , зависящее от коэффициента  $\Gamma(ka)$  (рис. 4). Условия минимального кроссполяризационного излучения  $\Gamma(ka) = 0$  ( $\sqrt{\beta} = 1$ ) из уравнения (2) трансформируются в соотношение

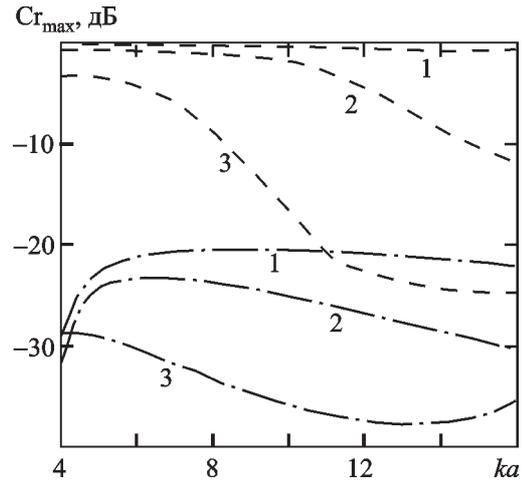
$$\left( (ka)^2 (\epsilon_2 - \epsilon_1) + (\alpha_1 a)^2 \right)^{1/2} \Delta Z_m(a, b) = \epsilon_1^{-1} (\epsilon_2 - \epsilon_1), \quad (6)$$

где  $\alpha_1 a$  – критическое волновое число гибридной волны.

Условие (6) для импедансных функций рассматриваемых линий передачи с апертурами конечных размеров и диэлектриками с малыми потерями ( $\epsilon = 1.2 \div 3$ ,  $\text{tg} \delta \leq 10^{-4}$ ) вы-



**Рис. 4.** Частотные зависимости коэффициента  $\Gamma(ka)$  для волн  $HE_{11}$  (—) и  $EH_{11}$  (---): кривые 1 –  $t = 1.01$ , кривые 2 –  $t = 1.05$ , кривые 3 –  $t = 1.08$



**Рис. 5.** Изменение максимумов кроссполяризованного излучения гибридных волн  $HE_{11}$  (—) и  $EH_{11}$  (---) ( $\epsilon_1 = 1$ ,  $\epsilon_2 = 2.04$ ): кривые 1 –  $t = 1.005$ , кривые 2 –  $t = 1.02$ , кривые 3 –  $t = 1.08$

полняется только для волноводов с  $\epsilon_1 \geq \epsilon_2$  на частотах  $ka_0 = (0.75 \div 0.95)(t-1)^{-1}(\epsilon_1 - \epsilon_2)^{-1/2}$ . Для металлодиэлектрических волноводов существуют частоты, в окрестности которых

уровень  $E_{CR}(\theta, \psi)$  минимален  $\left( \frac{d\Gamma(ka)}{d(ka)} = 0 \right)$ ,  
 $ka_{\min} \approx (\epsilon_2 - \epsilon_1)^{-1/2} \left( (\rho_{\min}/(t-1))^2 - (\alpha_1 a)^2 \right)^{1/2}$ ,

где  $\rho_{\min} = 0.84 \div 0.96$  (рис. 5).

Из анализа диаграмм направленности открытого конца металлодиэлектрического ( $\epsilon_1 \leq \epsilon_2$ ) и двухслойного диэлектрического волноводов ( $\epsilon_1 \geq \epsilon_2$ ), полученных из уравнений (2), (4) для нерезонансных толщин диэлектриков, следует, что излучение открытого конца линии с импедансными границами, в которой распространяется низшая несимметричная волна  $HE_{11}$ , до частот  $ka \sim 15$  обладает осевой симметрией и уровнем кроссполяризованного излучения, позволяющими использовать рассмотренные направляющие системы в качестве широкополосных облучателей однозеркальных и линзовых антенн с поляризационным разделением каналов.

## Литература

1. Казанцев Ю. Н., Харлашкин О. А. Круглые волноводы класса “полый диэлектрический канал” // Радиотехника и электроника. – 1984. – Т. 29, №8. – С. 1441-1450.
2. Kumar A. Dielectric-Lined Waveguide Feed // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1979. – Vol. 27, No 2. – P. 279-282.
3. Lier E. A Dielectric Hybrid Mode Antenna Feed: a Simple Alternative to the Corrugated Horn // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1986. – Vol. 34, No 1. – P. 21-29.
4. Веселов Г. И., Любимов Л. А. К теории двухслойного диэлектрического волновода в цилиндрическом экране // Радиотехника и электроника. – 1963. – Т. 8, №9. – С. 1530-1541.
5. Горобец Н. Н., Удовенко А. П. Приближенные решения дисперсионного уравнения для цилиндрического волновода с импедансными границами // Радиофизика и радиоастрономия. – 2005. – Т. 10, №2. – С. 172-177.
6. Dragone C. High-Frequency Behavior of Waveguides with Finite Surface Impedances // Bell System Tech. J. – 1981. – Vol. 60, No 1. – P. 89-116.
7. Ludvig A. C. The definition of cross polarization // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1973. – Vol. 21, No 1. – P. 116-119.

### **Характеристики випромінювання з відкритого кінця лінії передачі з імпедансними межами**

**М. М. Горобець, А. П. Удовенко**

За наближеними розв'язками дисперсійного рівняння та рівнянням для відношення подовжніх складових електричного і магнітного полів несиметричних гібридних хвиль з нижчими індексами розраховано апертурні розподіли та діаграми спрямованості, одержано аналітичні вирази для частот, відповідних мінімальному кросполяризаційному випромінюванню. Показано, що випромінювання з відкритого кінця лінії передачі з імпедансними межами, котра підтримує найнижчу несиметричну гібридну хвилю  $HE_{11}$ , має осьову симетрію та рівень кросполяризації, що дозволяють використовувати лінію у якості опромінювача однодзеркальних та лінзових антен.

### **Radiation Pattern of an Open-Ended Transmission Line with Impedance Boundaries**

**N. N. Gorobets and A. P. Udovenko**

Using the approximate solutions of the dispersion equation and the equation for the relation between the longitudinal components of electric and magnetic fields of an asymmetric hybrid waves of lowest orders the aperture distributions and radiation patterns are calculated, the analytical expressions for the frequencies corresponding to the minimum cross polarization are obtained. The radiation from the open-ended transmission line with impedance boundaries which support the lowest off-axis hybrid mode  $HE_{11}$  is shown characterized by the axial-beam symmetry and the cross polarization level which allow using the line as a feed for the single-mirror and lens antennas.