

## Эквивалентные схемы представления открытого резонатора

И. К. Кузьмичев

*Институт радиофизики и электроники имени А. Я. Усикова НАН Украины,  
ул. Ак. Проскуры, 12, г. Харьков, 61085, Украина  
E-mail: tas@portal.kharkov.ua*

*Статья поступила в редакцию 3 марта 2005 г.*

Получены выражения для эффективности возбуждения низшего колебания в открытом резонаторе (ОР) в режимах слабой и сильной связей. При этом эффективность возбуждения рассматриваемого колебания в ОР с помощью прямоугольного элемента связи выше, чем с помощью круглого. Показано, что в режиме слабой связи ОР может быть представлен только в виде последовательного колебательного контура, а в режиме сильной связи – только в виде параллельного колебательного контура.

### Введение

Как известно [1], представление резонатора СВЧ в виде колебательного контура с сосредоточенными постоянными имеет два основных недостатка: во-первых, переходные процессы в резонаторе и его эквивалентной схеме могут быть различными, а во-вторых, недостаточно полно раскрывается волновая природа процессов, происходящих в резонаторе. Если же в резонаторе существует невырожденный высокочастотный тип колебаний с малыми потерями мощности, то анализ энергетических характеристик резонансной системы можно провести с помощью метода эквивалентных схем [1, 2]. Такой подход является наиболее простым и наглядным. В этом случае резонатор может быть описан в виде параллельного или последовательного колебательных контуров. Представление резонатора в виде той или иной схемы является произвольным и зависит лишь от выбора плоскости отсчета [1]. Если эту плоскость поместить в минимуме стоячей волны напряжения в волноводном тракте при расстройке, то в этом случае резонатор представляется в виде параллельного колебательного контура, а входное сопротивление  $Z_{вх}$  будет величиной действительной и иметь мини-

мальное значение, т. е.  $Z_{вх}/Z_0 = 1/\text{КСВН}$  ( $Z_0$  – волновое сопротивление линии передачи, КСВН – коэффициент стоячей волны по напряжению) [3]. При выборе плоскости отсчета эквивалентной схемы резонатора в максимуме стоячей волны напряжения в волноводе при расстройке, резонатор представляется в виде последовательного колебательного контура. При этом входное сопротивление  $Z_{вх}$  также будет величиной действительной, но максимальной, т. е.  $Z_{вх}/Z_0 = \text{КСВН}$  [3].

Метод эквивалентных схем применяется также для анализа энергетических характеристик открытых резонансных систем [4-9]. Для возбуждения колебаний в открытом резонаторе (ОР) чаще всего используются сосредоточенные элементы связи, расположенные на поверхности одного из зеркал резонатора и выполненные в виде щели или отверстия [10], геометрические размеры которых, как правило, меньше длины волны  $\lambda$  задающего генератора. При этом в силу того, что ширина диаграммы направленности таких элементов связи шире угловой апертуры противоположного зеркала, часть мощности, поступающей в ОР от генератора, излучается в окружающее пространство,

образуя нерезонансный фон [11, 12] и снижая эффективность возбуждения колебаний. Экспериментальному изучению величины этого фона с помощью метода эквивалентных схем при возбуждении колебаний в ОР посвящены работы [5, 8, 9]. С использованием методики, предложенной в [5] и развитой в [9], получено выражение, определяющее эффективность возбуждения колебания  $TEM_{00q}$  в резонаторе. В этом случае ОР представляется в виде параллельного колебательного контура, а полученное соотношение справедливо для режима сильной связи, т. е. когда коэффициент отражения от резонатора  $\Gamma < 0$ . В режиме слабой связи ОР с подводимым волноводным трактом ( $\Gamma > 0$ ) это выражение приводит к неверному результату. В то же время, как показано в работе [4], при сильной и слабой связях свойства ОР и объемного резонатора сильно отличаются. Поэтому естественно предположить, что выбор эквивалентной схемы представления ОР, в отличие от объемного резонатора, зависит от величины связи с волноводным трактом. В режиме слабой связи ОР, по-видимому, должен представляться в виде последовательного колебательного контура. В этом случае входное сопротивление в плоскости отсчета эквивалентной схемы резонатора является величиной действительной и максимальной, как и сопротивление самого ОР при резонансе. В случае сильной связи ОР, по-видимому, можно представить в виде параллельного колебательного контура. При этом входное сопротивление в плоскости отсчета эквивалентной схемы резонатора является величиной действительной и минимальной, как и сопротивление самого ОР при резонансе. Таким образом устраняется неоднозначность в выборе эквивалентной схемы представления параметров ОР в режимах слабой или сильной связи. Цель настоящей работы – на примере анализа эффективности возбуждения низшего колебания в резонаторе в режимах слабой и сильной связи показать, что выбор той или иной эквивалентной схемы представления ОР однозначно определяется величиной связи последнего с подводимым волноводным трактом.

### Эквивалентные схемы ОР в режиме слабой связи

Представим отражательный ОР, который характеризуется слабой связью с волноводной линией передачи ( $\Gamma > 0$ ), в виде последовательного колебательного контура с параметрами  $L_0$ ,  $C_0$ ,  $R_0$ . В этом случае максимум стоячей волны напряжения в волноводе при расстройке расположен в плоскости  $a - a$  (рис. 1, а). Резонатор возбуждается с помощью идеального генератора напряжения, который характеризуется мгновенным значением э.д.с.  $e_r$  и имеет внутреннее сопротивление  $R_r = 0$  [13]. Устройство связи (УС) представим в виде четырехполюсника [5, 6], связанного с генератором и резонатором с помощью идеальных трансформаторов напряжения с коэффициентами трансформации  $n_1$  и  $n_2$  соответственно. Связь ОР с подводимым волноводом будем описывать с помощью индуктивности связи  $L_{св}$ . Активными потерями в УС пренебрегаем, поскольку только в этом случае связь генератора с резонатором можно рассматривать с помощью идеальных трансформаторов [1]. Сопротивлением  $R_{н}$  будем характеризовать связь ОР с внешним пространством. Включение этого сопротивления обусловлено тем, что одновременно с возбуждением ОР происходит излучение СВЧ мощности из элемента связи в окружающее пространство. Вместе с тем генератор напряжения, с одной стороны, и резонатор с УС – с другой, нагружены на волновод с волновым сопротивлением  $Z_0$ . Здесь необходимо отметить тот факт, что различие между последовательным (см. рис. 1, а) или параллельным (см. рис. 2, а) включением  $L_{св}$  и  $R_{н}$  в УС не принципиально, поскольку на участке цепи можно перейти от одной схемы включения к другой при условии, что ток и напряжение неизменны в тех частях схемы, которые не подверглись преобразованию [13].

Проводить энергетический анализ резонансной системы удобнее с помощью приведенной эквивалентной схемы, изображенной на рис. 1, б. Условием резонанса в такой колебательной системе является равенство нулю суммы всех реактивных сопротивлений контура [13], т. е.

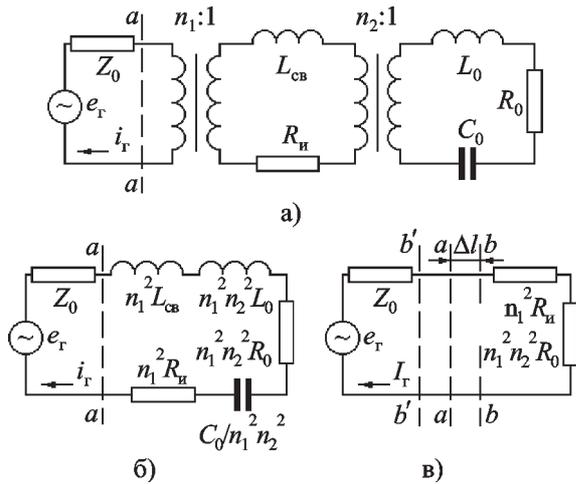


Рис. 1. Эквивалентные схемы отражательного ОР, представленного в виде последовательного колебательного контура

$$n_1^2 n_2^2 \omega_p L_0 + n_1^2 \omega_p L_{св} - \frac{n_1^2 n_2^2}{\omega_p C_0} = 0, \quad (1)$$

или

$$\omega_p = 1/\sqrt{LC_0}, \text{ где } L = (n_2^2 L_0 + L_{св})/n_2^2. \quad (2)$$

Тогда эквивалентная схема примет вид, изображенный на рис. 1, в. Мощность  $P_1$ , рассеянную в резонаторе, определим как

$$P_1 = n_1^2 n_2^2 R_0 I_r^2, \quad (3)$$

где  $I_r$  – действующее значение тока. Мощность  $P_2$ , рассеянная в резонаторе и окружающем пространстве, равна

$$P_2 = (n_1^2 n_2^2 R_0 + n_1^2 R_{и}) I_r^2. \quad (4)$$

Эффективность возбуждения колебания  $\eta_1$  в ОР найдем как отношение мощностей  $P_1$  и  $P_2$ . С учетом выражений (3), (4) запишем в окончательном виде:

$$\eta_1 = \frac{1}{1 + \frac{n_1^2 R_{и}}{n_1^2 n_2^2 R_0}}. \quad (5)$$

Наличие элемента связи на одном из зеркал ОР приведет к тому, что при настройке в резонанс максимум стоячей волны напряжения в линии сместится на  $\Delta l$  из плоскости  $a-a$  в плоскость  $b-b$ . Поскольку мы рассматриваем индуктивную связь, смещение произойдет в сторону резонатора. Для емкостной связи ОР с подводящим волноводом максимум стоячей волны напряжения при настройке в резонанс сместится в сторону генератора (плоскость  $b'-b'$ ). Так как положительное направление отсчета  $l$  мы выбрали к генератору, то для индуктивной связи  $\Delta l$  берется со знаком “-”, а для емкостной – со знаком “+”.

В момент резонанса в плоскости  $b-b$  входное сопротивление  $Z_{bb} = (n_1^2 n_2^2 R_0 + n_1^2 R_{и})$  и коэффициент отражения  $\Gamma_{ОР}$  – величины действительные. Но поскольку все рассуж-

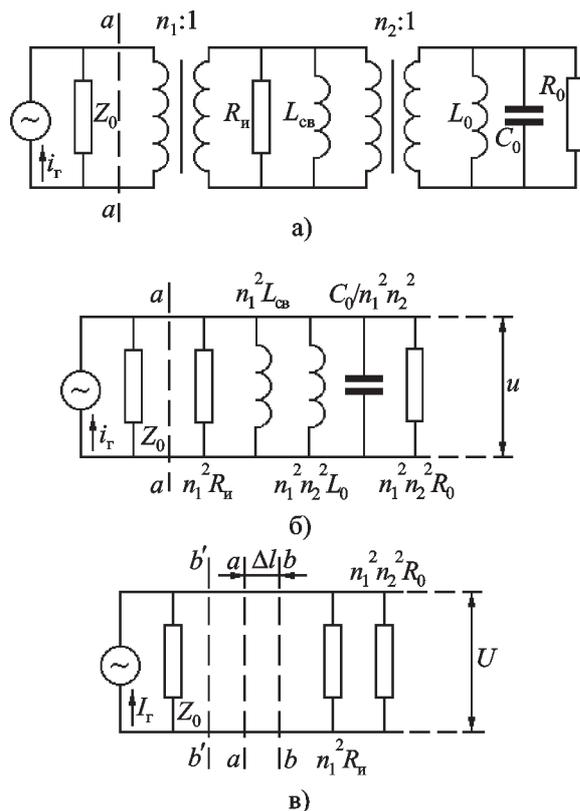


Рис. 2. Эквивалентные схемы отражательного ОР, представленного в виде параллельного колебательного контура

дения о представлении резонатора в виде последовательного колебательного контура с сосредоточенными постоянными справедливы только для плоскости  $a-a$ , необходимо трансформировать  $Z_{bb}$  и  $\Gamma_{OP}$  в эту плоскость, где эти величины будут уже комплексными. Для трансформации  $Z_{bb}$  используем известное выражение [14], связывающее сопротивление в некотором сечении линии передачи ( $b-b$ ) с сопротивлением в произвольном сечении линии ( $a-a$ ):

$$\frac{\dot{Z}_{aa}}{Z_0} = \frac{Z_{bb} + jZ_0 \operatorname{tg}(\varphi/2)}{Z_0 + jZ_{bb} \operatorname{tg}(\varphi/2)}, \quad (6)$$

где  $\varphi = 2\gamma\Delta l$ ,  $\gamma = 2\pi/\lambda_b$  – постоянная распространения волны в данной линии,  $\lambda_b$  – длина волны в волноводе. Аналогичным образом можем записать  $\dot{\Gamma}_{OP}$  в сечении линии ( $a-a$ ), зная  $\Gamma_{OP}$  в сечении ( $b-b$ ) [3]:

$$\dot{\Gamma}_{OP} = |\Gamma_{OP}| e^{-j\varphi} = |\Gamma_{OP}| (\cos \varphi - j \sin \varphi). \quad (7)$$

С другой стороны [14],

$$\frac{\dot{Z}_{aa}}{Z_0} = \frac{1 + \dot{\Gamma}_{OP}}{1 - \dot{\Gamma}_{OP}}. \quad (8)$$

Подставляя  $Z_{bb}$ , выраженное через параметры эквивалентной схемы в момент резонанса, в (6) и  $\dot{\Gamma}_{OP}$ , определяемый (7), в (8) и приравняв мнимые части выражений (6), (8), определяющих  $\dot{Z}_{aa}/Z_0$ , можем записать:

$$\left(1 + \frac{n_1^2 R_n}{n_1^2 n_2^2 R_0}\right) = \frac{\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} (1 - 2|\Gamma_{OP}| \cos \varphi + \Gamma_{OP}^2) + 2|\Gamma_{OP}| \sin \varphi}{\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} (1 - 2|\Gamma_{OP}| \cos \varphi + \Gamma_{OP}^2) - 2|\Gamma_{OP}| \sin \varphi} \times \frac{Z_0}{n_1^2 n_2^2 R_0}. \quad (9)$$

Если теперь ОР поместить в экранирующий металлический цилиндр, то это равносильно

тому, что  $R_n \rightarrow 0$ . Резонансная частота такого экранированного ОР (ЭОР) будет также определяться выражением (2) (см. рис. 1). А это значит, что при настройке ОР в резонанс максимум стоячей волны напряжения в линии снова сместится в плоскость  $b-b$ . При этом входное сопротивление  $Z'_{bb} = n_1^2 n_2^2 R_0$  и коэффициент отражения  $\Gamma_{ЭОР}$  – величины действительные, которые по аналогии с  $Z_{bb}$  и  $\Gamma_{OP}$  трансформируем в сечение линии  $a-a$  с помощью выражений (6) и (7). Приравняв мнимые части нормированного сопротивления в сечении линии передачи  $a-a$ , определяемого, с одной стороны, с помощью  $Z'_{bb}$ , а с другой – с помощью  $\Gamma_{ЭОР}$ , и опуская промежуточные выкладки, запишем:

$$\frac{n_1^2 n_2^2 R_0}{Z_0} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} (1 - 2|\Gamma_{ЭОР}| \cos \varphi + \Gamma_{ЭОР}^2) - 2|\Gamma_{ЭОР}| \sin \varphi}{\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} (1 - 2|\Gamma_{ЭОР}| \cos \varphi + \Gamma_{ЭОР}^2) + 2|\Gamma_{ЭОР}| \sin \varphi}. \quad (10)$$

Теперь с использованием соотношений (5), (9) и (10) запишем в окончательном виде выражение, определяющее эффективность возбуждения колебаний в ОР:

$$\eta_1 = \left[1 - 2|\Gamma_{OP}| \cos \varphi + \Gamma_{OP}^2 - 2|\Gamma_{OP}| \sin \varphi \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}\right]^{1/2} \times \left[\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} (1 - 2|\Gamma_{ЭОР}| \cos \varphi + \Gamma_{ЭОР}^2) + 2|\Gamma_{ЭОР}| \sin \varphi\right]^{-1/2} \times \left[\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} (1 - 2|\Gamma_{OP}| \cos \varphi + \Gamma_{OP}^2) + 2|\Gamma_{OP}| \sin \varphi\right]^{-1/2} \times \left[1 - 2|\Gamma_{ЭОР}| \cos \varphi + \Gamma_{ЭОР}^2 - 2|\Gamma_{ЭОР}| \sin \varphi \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}\right]^{-1/2}. \quad (11)$$

Выразим добротности открытой резонансной системы через параметры эквивалентной схемы (см. рис. 1, б):

$$Q_0 = \frac{n_1^2 n_2^2 \omega_p L_0 + n_1^2 \omega_p L_{св}}{n_1^2 n_2^2 R_0} \quad (12)$$

собственная добротность ОР,

$$Q_{св} = \frac{n_1^2 n_2^2 \omega_p L_0 + n_1^2 \omega_p L_{св}}{Z_0} \quad (13)$$

добротность связи ОР с подводющим волноводом,

$$Q_n = \frac{n_1^2 n_2^2 \omega_p L_0 + n_1^2 \omega_p L_{св}}{n_1^2 n_2^2 R_0 + n_1^2 R_n + Z_0} \quad (14)$$

нагруженная добротность ОР.

Если определить добротность связи ОР с окружающим пространством как

$$Q_{вн} = \frac{n_1^2 n_2^2 \omega_p L_0 + n_1^2 \omega_p L_{св}}{n_1^2 R_n}, \quad (15)$$

тогда из выражения (14) с учетом (12), (13) и (15) найдем:

$$\frac{1}{Q_n} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{св}} + \frac{1}{Q_{вн}}, \quad (16)$$

т. е. мы получили выражение, отличающееся от известного соотношения из теории объемных резонаторов [1] наличием добротности связи ОР с внешним пространством. При помещении ОР в экранирующий металлический цилиндр  $R_n \rightarrow 0$  ( $Q_{вн} \rightarrow \infty$ ) нагруженная добротность  $Q_n$  как экранированного, так и объемного резонаторов будет определяться собственной добротностью  $Q_0$  и добротностью связи  $Q_{св}$ .

Введем коэффициент связи волноводного тракта с ОР как отношение мощности, рассеянной в подводящем волноводе, к мощности, рассеянной в резонаторе, т. е.

$$\beta_1 = \frac{Z_0 I_\Gamma^2}{n_1^2 n_2^2 R_0 I_\Gamma^2} = \frac{Z_0}{n_1^2 n_2^2 R_0} = \frac{Q_0}{Q_{св}}. \quad (17)$$

По аналогии введем коэффициент связи внешнего пространства с ОР как отношение мощности, рассеянной во внешнем пространстве, к мощности, рассеянной в резонаторе, т. е.

$$\beta_2 = \frac{n_1^2 R_n I_\Gamma^2}{n_1^2 n_2^2 R_0 I_\Gamma^2} = \frac{n_1^2 R_n}{n_1^2 n_2^2 R_0} = \frac{Q_0}{Q_{вн}}. \quad (18)$$

тогда выражение (14) для нагруженной добротности ОР примет вид  $Q_n = Q_0 / (1 + \beta_1 + \beta_2)$ . Оно отличается от известного соотношения для  $Q_n$  [1] из теории объемных резонаторов наличием коэффициента связи со свободным пространством. С учетом (18) выражение (5) примет вид  $\eta_1 = 1 / (1 + \beta_2)$ . Если ввести коэффициент связи волноводного тракта с открытой резонансной системой (ОР и внешнее пространство) как отношение мощности, рассеянной во внешней цепи, к мощности, рассеянной в резонаторе и окружающем его пространстве, т. е.

$$\begin{aligned} \beta_3 &= \frac{Z_0 I_\Gamma^2}{(n_1^2 n_2^2 R_0 + n_1^2 R_n) I_\Gamma^2} = \\ &= \frac{Z_0}{n_1^2 n_2^2 R_0 + n_1^2 R_n} = \frac{\beta_1}{1 + \beta_2} = \eta_1 \beta_1, \end{aligned} \quad (19)$$

выражение для нагруженной добротности  $Q_n$  ОР можно представить в виде:

$$Q_n = \frac{\eta_1 Q_0}{1 + \beta_3}. \quad (20)$$

Полученное выражение показывает, что нагруженная добротность ОР по сравнению с нагруженной добротностью объемного резонатора [1], имеющего такую же собственную добротность  $Q_0$  и такую же связь с подводящим волноводом  $\beta = \beta_3$ , меньше в  $\eta_1$  раз. Выражение (20) позволяет по измеренным значениям  $Q_n$ ,  $\beta_3$  и  $\eta_1$  определить собственную добротность  $Q_0$  ОР. При проведении экспериментальных исследований мы измеряем  $\Gamma_{ЭОР}$  и  $\Gamma_{ОР}$ , которые в момент резонанса также можно выразить через элементы эквивалентной схемы (см. рис. 1, в) [14]:

$$\Gamma_{\text{OP}} = \frac{n_1^2 n_2^2 R_0 + n_1^2 R_{\text{н}} - Z_0}{n_1^2 n_2^2 R_0 + n_1^2 R_{\text{н}} + Z_0} = \frac{1 - \beta_3}{1 + \beta_3}, \quad (21)$$

$$\Gamma_{\text{ЭОР}} = \frac{n_1^2 n_2^2 R_0 - Z_0}{n_1^2 n_2^2 R_0 + Z_0} = \frac{1 - \beta_1}{1 + \beta_1}. \quad (22)$$

Если теперь сравнить эти два выражения, то можно заметить, что  $(1 - \beta_3) > (1 - \beta_1)$ , т. к.  $\beta_3 < \beta_1$  согласно выражению (19), поскольку  $\eta_1 < 1$ . С другой стороны,  $(1 + \beta_3) < (1 + \beta_1)$  по той же причине. Таким образом, числитель (21) больше числителя (22), а знаменатель выражения, определяющего  $\Gamma_{\text{OP}}$ , меньше знаменателя выражения, определяющего  $\Gamma_{\text{ЭОР}}$ , следовательно,  $\Gamma_{\text{OP}} > \Gamma_{\text{ЭОР}}$ . Это говорит о том, что при помещении ОР в экранирующий металлический цилиндр значение коэффициента отражения от резонатора падает.

Выразим основные параметры ОР через коэффициенты связи  $\beta_1$  и  $\beta_3$ , которые определяются выражениями (21), (22):

$$\beta_2 = \frac{\beta_1 - \beta_3}{\beta_3}, \quad Q_0 = \frac{\beta_1(1 + \beta_3)}{\beta_3} Q_{\text{н}},$$

$$Q_{\text{св}} = \frac{Q_0}{\beta_1}, \quad Q_{\text{вн}} = \frac{\beta_3}{\beta_1 - \beta_3} Q_0.$$

### Эквивалентные схемы ОР в режиме сильной связи

Теперь представим отражательный ОР, характеризующийся сильной связью с волноводной линией передачи ( $\Gamma < 0$ ), в виде параллельного колебательного контура с параметрами  $L_0$ ,  $C_0$ ,  $R_0$ . В этом случае в плоскости  $a - a$  (рис. 2, а) расположен минимум стоячей волны напряжения в волноводе при расстройке. Резонатор возбуждается с помощью идеального генератора тока, который характеризуется мгновенным значением тока  $i_r$  и имеет внутреннее сопротивление  $R_r = \infty$  [13]. УС опять представим в виде четырехполюсника, связанного с генератором и резонатором с помощью иде-

альных трансформаторов тока с коэффициентами трансформации  $n_1$  и  $n_2$  соответственно. Связь ОР с подводющим волноводом также будем описывать с помощью индуктивности связи  $L_{\text{св}}$ , а активными потерями в УС пренебрегаем. Как и в предыдущем случае, связь ОР с внешним пространством будем характеризовать с помощью сопротивления  $R_{\text{н}}$ , а генератор тока, с одной стороны, и резонатор с УС – с другой, нагружены на волновод с волновым сопротивлением  $Z_0$ .

Проводить энергетический анализ такой резонансной системы будем с помощью приведенной эквивалентной схемы, изображенной на рис. 2, б. Условием резонанса в такой колебательной системе является равенство нулю суммы всех реактивных проводимостей контура [13], т. е.

$$\frac{\omega_p C_0}{n_1^2 n_2^2} - \frac{1}{n_1^2 n_2^2 \omega_p L_0} - \frac{1}{n_1^2 \omega_p L_{\text{св}}} = 0, \quad (23)$$

или

$$\omega_p = 1/\sqrt{LC_0}, \quad \text{где} \quad L = L_0 L_{\text{св}} / (n_2^2 L_0 + L_{\text{св}}). \quad (24)$$

Эквивалентная схема примет вид, представленный на рис. 2, в. Теперь найдем действующее значение переменного напряжения  $U$ , приложенного к контуру:

$$U = I_r \frac{Z_0 n_1^2 R_{\text{н}} n_1^2 n_2^2 R_0}{Z_0 n_1^2 R_{\text{н}} + n_1^2 R_{\text{н}} n_1^2 n_2^2 R_0 + n_1^2 n_2^2 R_0 Z_0}, \quad (25)$$

где  $I_r$  – действующее значение тока. Мощность  $P_1$ , рассеянную в резонаторе, определим как

$$P_1 = \frac{U^2}{n_1^2 n_2^2 R_0}, \quad (26)$$

а мощность  $P_2$ , рассеянная в резонаторе и окружающем его пространстве, равна

$$P_2 = U^2 \frac{n_1^2 R_{\text{н}} + n_1^2 n_2^2 R_0}{n_1^2 R_{\text{н}} n_1^2 n_2^2 R_0}. \quad (27)$$

Эффективность возбуждения колебания  $\eta_2$  в ОР найдем, подобно случаю последовательного колебательного контура, как отношение мощностей  $P_1$  и  $P_2$ . С учетом выражений (25)–(27), опуская промежуточные выкладки, запишем в окончательном виде

$$\eta_2 = \frac{1}{1 + \frac{n_1^2 n_2^2 R_0}{n_1^2 R_{\text{н}}}}. \quad (28)$$

В момент резонанса в плоскости  $b-b$  входное сопротивление  $Z_{bb} = \frac{n_1^2 R_{\text{н}} n_1^2 n_2^2 R_0}{n_1^2 R_{\text{н}} + n_1^2 n_2^2 R_0}$  и коэффициент отражения  $\Gamma_{\text{ОР}}$  – величины действительные. Но поскольку все рассуждения о представлении резонатора в виде параллельного колебательного контура с сосредоточенными постоянными справедливы только для плоскости  $a-a$ , необходимо трансформировать  $Z_{bb}$  и  $\Gamma_{\text{ОР}}$  в эту плоскость, где они будут уже комплексными. С учетом вышесказанного, как и в случае последовательного колебательного контура, можно записать:

$$\left(1 + \frac{n_1^2 n_2^2 R_0}{n_1^2 R_{\text{н}}}\right) = \frac{\sqrt{\frac{\text{tg} \frac{\varphi}{2} (1 - 2|\Gamma_{\text{ОР}}| \cos \varphi + \Gamma_{\text{ОР}}^2) - 2|\Gamma_{\text{ОР}}| \sin \varphi \text{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}{\text{tg} \frac{\varphi}{2} (1 - 2|\Gamma_{\text{ОР}}| \cos \varphi + \Gamma_{\text{ОР}}^2) + 2|\Gamma_{\text{ОР}}| \sin \varphi}}}{\sqrt{\frac{\text{tg} \frac{\varphi}{2} (1 - 2|\Gamma_{\text{ОР}}| \cos \varphi + \Gamma_{\text{ОР}}^2) - 2|\Gamma_{\text{ОР}}| \sin \varphi \text{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}{\text{tg} \frac{\varphi}{2} (1 - 2|\Gamma_{\text{ОР}}| \cos \varphi + \Gamma_{\text{ОР}}^2) + 2|\Gamma_{\text{ОР}}| \sin \varphi}}} \times \frac{n_1^2 n_2^2 R_0}{Z_0}. \quad (29)$$

Если теперь ОР поместить в экранирующий металлический цилиндр, то это равносильно тому, что  $R_{\text{н}} \rightarrow \infty$ . Резонансная частота такого ЭОР будет также определяться выражением (24) (см. рис. 2). А это значит, что при

настройке ОР в резонанс минимум стоячей волны напряжения в линии снова сместится в плоскость  $b-b$ . При этом входное сопротивление  $Z'_{bb} = n_1^2 n_2^2 R_0$  и коэффициент отражения  $\Gamma_{\text{ЭОР}}$  – величины действительные, которые снова трансформируем в сечение линии  $a-a$  с помощью выражений (6) и (7). Приравнявая мнимые части нормированного сопротивления в сечении линии  $a-a$ , определяемого, с одной стороны, с помощью (6), а с другой – с помощью (8), и опуская промежуточные выкладки, запишем:

$$\frac{n_1^2 n_2^2 R_0}{Z_0} = \frac{\sqrt{\frac{\text{tg} \frac{\varphi}{2} (1 - 2|\Gamma_{\text{ЭОР}}| \cos \varphi + \Gamma_{\text{ЭОР}}^2) + 2|\Gamma_{\text{ЭОР}}| \sin \varphi}{\text{tg} \frac{\varphi}{2} (1 - 2|\Gamma_{\text{ЭОР}}| \cos \varphi + \Gamma_{\text{ЭОР}}^2) - 2|\Gamma_{\text{ЭОР}}| \sin \varphi \text{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}}}{\sqrt{\frac{\text{tg} \frac{\varphi}{2} (1 - 2|\Gamma_{\text{ЭОР}}| \cos \varphi + \Gamma_{\text{ЭОР}}^2) + 2|\Gamma_{\text{ЭОР}}| \sin \varphi}{\text{tg} \frac{\varphi}{2} (1 - 2|\Gamma_{\text{ЭОР}}| \cos \varphi + \Gamma_{\text{ЭОР}}^2) - 2|\Gamma_{\text{ЭОР}}| \sin \varphi \text{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}}}. \quad (30)$$

Теперь, используя соотношения (28)–(30), получим в окончательном виде выражение, определяющее эффективность возбуждения колебаний в ОР:

$$\eta_2 = \left[1 - 2|\Gamma_{\text{ЭОР}}| \cos \varphi + \Gamma_{\text{ЭОР}}^2 - 2|\Gamma_{\text{ЭОР}}| \sin \varphi \text{tg} \frac{\varphi}{2}\right]^{1/2} \times \left[\frac{\text{tg} \frac{\varphi}{2} (1 - 2|\Gamma_{\text{ОР}}| \cos \varphi + \Gamma_{\text{ОР}}^2) + 2|\Gamma_{\text{ОР}}| \sin \varphi}{\text{tg} \frac{\varphi}{2} (1 - 2|\Gamma_{\text{ЭОР}}| \cos \varphi + \Gamma_{\text{ЭОР}}^2) + 2|\Gamma_{\text{ЭОР}}| \sin \varphi}\right]^{1/2} \times \left[\frac{\text{tg} \frac{\varphi}{2} (1 - 2|\Gamma_{\text{ЭОР}}| \cos \varphi + \Gamma_{\text{ЭОР}}^2) + 2|\Gamma_{\text{ЭОР}}| \sin \varphi}{\text{tg} \frac{\varphi}{2} (1 - 2|\Gamma_{\text{ЭОР}}| \cos \varphi + \Gamma_{\text{ЭОР}}^2) - 2|\Gamma_{\text{ЭОР}}| \sin \varphi \text{tg}^2 \frac{\varphi}{2}}\right]^{-1/2} \times \left[1 - 2|\Gamma_{\text{ОР}}| \cos \varphi + \Gamma_{\text{ОР}}^2 - 2|\Gamma_{\text{ОР}}| \sin \varphi \text{tg} \frac{\varphi}{2}\right]^{-1/2}. \quad (31)$$

Если теперь сравнить выражения (31) и (11), то легко заметить, что

$$\eta_2 = 1/\eta_1. \quad (32)$$

Выразим добротности открытой резонансной системы через параметры эквивалентной схемы, приведенной на рис. 2, б. В этом случае

$$Q_0 = n_1^2 n_2^2 R_0 \frac{\omega_p C_0}{n_1^2 n_2^2} -$$

собственная добротность ОР,

$$Q_{св} = Z_0 \frac{\omega_p C_0}{n_1^2 n_2^2} -$$

добротность связи ОР с подводющим волноводом,

$$Q_n = \frac{Z_0 n_1^2 R_n n_1^2 n_2^2 R_0}{Z_0 n_1^2 R_n + n_1^2 R_n n_1^2 n_2^2 R_0 + n_1^2 n_2^2 R_0 Z_0} \frac{\omega_p C_0}{n_1^2 n_2^2} -$$

нагруженная добротность ОР. Для соблюдения эквивалентности между последовательным и параллельным контурами необходимо, чтобы колебательные цепи имели одинаковую добротность [15]. Добротность связи ОР с окружающим пространством в этом случае вводится как

$$Q_{вн} = n_1^2 R_n \frac{\omega_p C_0}{n_1^2 n_2^2}.$$

При этом основные соотношения, определяющие  $1/Q_n$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  и  $Q_n$  в случае параллельного колебательного контура [9], совпадают с аналогичными выражениями для последовательного колебательного контура (16)–(20). Это подтверждает правильность выбора эквивалентных схем представления параметров отражательного ОР.

### Экспериментальные результаты

Эффективность возбуждения низшего колебания  $TEM_{00q}$  была исследована экспериментально в полусферическом ОР в режимах слабой и сильной связи. Блок-схема экспериментальной установки описана в работе [9]. Измерения выполнены в четырехмиллиметровом диапазоне длин волн ( $f = 75.15$  ГГц). Резонатор образован плоским зеркалом с апертурой 38 мм и сферическим фокусирующим зеркалом с такой же апертурой и ради-

усом кривизны  $R = 39$  мм. В центре плоского зеркала расположен элемент связи, который в одном случае представляет собой отверстие диаметром 1.1 мм, выполненное в диафрагме толщиной 0.07 мм, а в другом – апертурный элемент связи (АЭС) диаметром 11.1 мм. Диаметр  $D$  такого излучателя выбирается из условия получения максимальной эффективности возбуждения колебания  $TEM_{00q}$  в ОР с помощью круглого волновода, в котором распространяется волна  $H_{11}$  [16]. При этом  $D = 1.191w_0$ , где  $w_0$  – радиус пятна поля колебания  $TEM_{00q}$  на том отражателе ОР, в центре которого выполнен АЭС. Для регулирования связи с подводимым волноводом в раскрыве такого элемента связи помещена  $E$ -поляризованная дифракционная решетка, период которой равен 0.4 мм, а ламели выполнены вольфрамовым проводом диаметром 0.02 мм. Длина рупорного облучателя равна 12 мм и выбирается из условия получения равномерного распределения фазы в раскрыве [17].

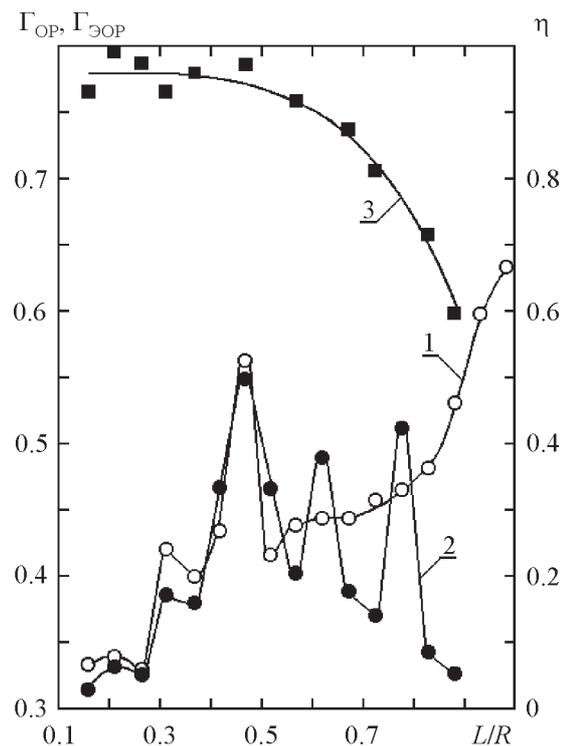
Для нахождения эффективности возбуждения колебания  $TEM_{00q}$  по формулам (11), (31) необходимо измерять КСВН от ОР и ЭОР (резонатор с тем же распределением поля, что и в открытом, но в котором отсутствует излучение мощности в окружающее пространство). Для этого ОР помещается в экранирующий металлический цилиндр. Однако здесь следует подчеркнуть, что такое сопоставление двух резонаторов возможно только в тех случаях, когда, во-первых, омическими потерями в стенке экранирующего цилиндра, обусловленными продольной составляющей магнитного поля резонансного колебания, можно пренебречь по сравнению с величиной нерезонансного фона и, во-вторых, когда на резонансной частоте одновременно с исследуемым колебанием не происходит возбуждения других вынужденных колебаний в ОР и ЭОР. В этом случае, как показано в работе [18], в ЭОР существует колебание, параметры резонансного пучка которого совпадают с параметрами соответствующего колебания ОР. Анализ, проведенный на основании работы [19], показал, что относительное изменение модуля коэффициента от-

ражения за счет омических потерь в стенке экранирующего цилиндра для исследуемой геометрии ОР не превышает 0.02 %. Сравнивая это значение с изменением коэффициента отражения, вызванного экранированием ОР, видим, что потерями в экране можно пренебречь. В этом случае ЭОР можно рассматривать как соответствующий ОР закрытый резонатор.

Экспериментально с помощью измерительной линии было показано, что смещения минимумов стоячей волны напряжения в линии при настройке в резонанс ОР и ЭОР, возбуждаемых с помощью одного и того же элемента связи, с точностью до погрешности измерений совпадают во всем интервале изменения параметра  $L/R$ . Это подтверждает правильность вывода о равенстве резонансных частот ОР и ЭОР (см. выражения (2), (24)). Для резонатора, запитываемого с помощью отверстия связи, смещение минимума стоячей волны напряжения в волноводе произошло в сторону генератора на величину  $\Delta l = 0.038$  мм. Для ОР, возбуждаемого с помощью АЭС с  $E$ -поляризованной решеткой в раскрыве, смещение минимума стоячей волны напряжения в волноводе произошло также в сторону генератора, но только на величину  $\Delta l = 0.058$  мм. Таким образом, при возбуждении резонатора с помощью и отверстия связи, и круглого АЭС связь емкостная.

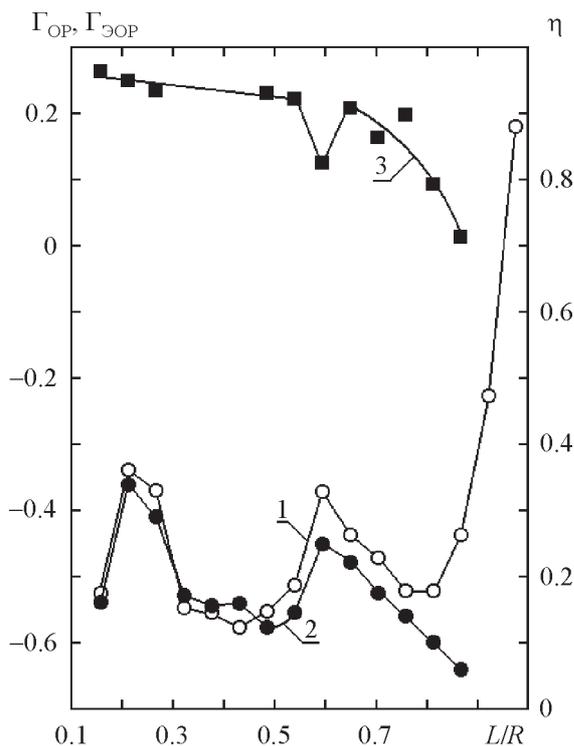
На рис. 3 приведены зависимости  $\Gamma_{\text{ОР}}$  (кривая 1) и  $\Gamma_{\text{ЭОР}}$  (кривая 2) от относительного расстояния  $L/R$  между зеркалами ОР и ЭОР, запитываемых с помощью отверстия связи. Во всем диапазоне изменения  $L/R$  связь резонатора с нагрузкой слабая ( $\Gamma > 0$ ), поэтому для вычисления эффективности возбуждения используем формулу (11). Резкое изменение  $\Gamma_{\text{ОР}}$  и  $\Gamma_{\text{ЭОР}}$  при  $L/R = 0.467$  (полуконфокальная геометрия резонатора) связано с тем, что в этом случае колебание  $TEM_{009}$  взаимодействует с высшим колебанием резонансной системы. В то же время при перестройке резонатора, возбуждаемого с помощью отверстия связи, в нем наблюдается значительно больше типов колебаний в силу более высокой симметрии такого элемента связи [5]. Особенно наглядно это проявляется при помещении ОР в экранирующий ме-

таллический цилиндр (кривая 2). Здесь же показана зависимость коэффициента эффективности возбуждения  $\eta$  от относительного расстояния между зеркалами  $L/R$  при запитке ОР отверстием связи (кривая 3). Из рисунка видно, что по мере уменьшения расстояния между зеркалами резонатора дифракционные потери уменьшаются и  $\eta$  растет, достигая при  $L/R < 0.5$  значения 95 %, что согласуется с результатами, полученными в работе [5]. В то же время в области больших дифракционных потерь ( $L/R > 0.75$ ) эффективность возбуждения колебания  $TEM_{00q}$  в полусферическом ОР не превышает 80 %. Если бы мы представили резонатор в виде параллельного колебательного контура, то тогда для вычисления эффективности возбуждения колебаний в ОР необходимо было бы воспользоваться формулой (31), которая привела бы к неверному результату ( $\eta > 1$ ).



**Рис. 3.** Зависимости коэффициентов отражения  $\Gamma_{\text{ОР}}$ ,  $\Gamma_{\text{ЭОР}}$  и эффективности возбуждения  $\eta$  от расстояния между зеркалами  $L/R$  для низшего колебания, возбуждаемого в ОР с помощью круглого элемента связи

Для сравнения на рис. 4 представлены зависимости  $\Gamma_{OP}$  (кривая 1) и  $\Gamma_{ЭОР}$  (кривая 2) от  $L/R$  для ОР и ЭОР, возбуждаемых с помощью круглого АЭС. В этом случае при  $L/R < 0.9$  связь резонатора с нагрузкой сильная ( $\Gamma < 0$ ), поэтому для вычисления эффективности возбуждения используем формулу (31). На этом же рисунке показана зависимость  $\eta$  от  $L/R$  (кривая 3). Видно, что при  $L/R > 0.6$  эффективность возбуждения рассматриваемого колебания в ОР с помощью АЭС выше, чем в случае возбуждения с помощью отверстия связи, тогда как при  $L/R < 0.5$  отличий в величинах  $\eta$  при обоих способах запитки практически нет. Если бы в этом случае мы представили ОР в виде последовательного колебательного контура, то для вычисления эффективности возбуждения низшего колебания в резонаторе необходимо было бы использовать формулу (11). Это привело бы к неверному результату



**Рис. 4.** Зависимости коэффициентов отражения  $\Gamma_{OP}$ ,  $\Gamma_{ЭОР}$  и эффективности возбуждения  $\eta$  от расстояния между зеркалами  $L/R$  для низшего колебания, возбуждаемого в ОР с помощью круглого АЭС

( $\eta > 1$ ). В тоже время в области больших дифракционных потерь  $L/R > 0.7$  эффективность возбуждения низшего колебания в ОР с помощью рассматриваемого круглого АЭС не превышает 86 %, тогда как эффективность возбуждения этого же колебания с помощью прямоугольного АЭС в том же диапазоне изменения расстояний между зеркалами резонатора достигает 92 % [9]. Следовательно, можно сказать, что в области больших дифракционных потерь эффективность возбуждения низшего колебания в полусферическом ОР с помощью прямоугольного АЭС выше. Этот результат находится в хорошем соответствии с выполненными ранее теоретическими оценками [16].

### Выводы

Таким образом, проведенные исследования показали, что в случае слабой связи ОР представляется в виде последовательного колебательного контура. При этом плоскость отсчета эквивалентной схемы резонатора выбирается в максимуме стоячей волны напряжения в волноводе при расстройке. В случае сильной связи резонатор представляется в виде параллельного колебательного контура, а плоскость отсчета эквивалентной схемы резонатора выбирается в минимуме стоячей волны напряжения в волноводе при расстройке. Получены выражения, определяющие эффективность возбуждения колебания в резонаторе для каждой из рассматриваемых эквивалентных схем. Это может иметь важное практическое значение при анализе электродинамической системы твердотельного генератора на базе ОР методом эквивалентных схем. Кроме того, экспериментально подтверждено, что в области больших дифракционных потерь эффективность возбуждения низшего колебания в ОР с помощью прямоугольного АЭС выше, чем с помощью круглого АЭС.

### Литература

1. Альтман Дж. Устройства сверхвысоких частот / Пер. с англ. под ред. И. В. Лебедева. – М.: Мир, 1968. – 488 с.

2. Мальшев В. А. Об эквивалентности резонаторов и колебательных контуров // Радиотехника и электроника. – 1976. – Т. 21, № 8. – С. 1631-1637.
3. Малушков Г. Д. Антенны и устройства сверхвысоких частот. Ч.1. Линии передачи и устройства сверхвысоких частот. – М.: Московский ин-т радиотехники, электроники и автоматики, 1973. – 262 с.
4. Miyazaki Y. Excitation Properties of Electromagnetic Fields in Fabry-Perot Resonators // Journal of the Physical Society of Japan. – 1974. – Vol. 37, No. 4. – P. 1153-1163.
5. Андросов В. П., Кузьмичев И. К. Влияние на эффективность возбуждения открытого резонатора его параметров и связи с волноводом: Препр. / АН УССР. Ин-т радиофизики и электроники; № 354. – Харьков: 1987. – 30 с.
6. Коцержинский Б. А., Мачусский Е. А., Першин Н. А., Тараненко В. П. Твердотельные генераторы с квазиоптическими резонансными системами // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1987. – Т. 30, №10. – С. 13-23.
7. Mongia R. K., Arora R. K. Equivalent Circuit Parameters of an Aperture Coupled Open Resonator Cavity // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1993. – Vol. 41, No. 8. – P. 1245-1250.
8. Мирошниченко В. С., Сенкевич Е. Б. Экспериментальное определение параметров эквивалентной цепи открытого резонатора, связанного с линиями передачи // Радиофизика и электроника. – 2002. – Т. 7, №2. – С. 301-311.
9. Кузьмичев И. К. Эффективность возбуждения колебаний в открытом резонаторе, включенном в волноводную линию передачи // Изв. вузов. Радиофизика. – 2003. – Т. 46, №1. – С. 41-51.
10. Шестопапов В. П. Физические основы миллиметровой и субмиллиметровой техники. Т.2. – Киев: Наукова думка, 1985. – 256 с.
11. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. – М.: Сов. радио, 1966. – 476 с.
12. Вайнштейн Л. А., Лесик Н. И., Рожнев А. Г., Трубецков Д. И. Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Кн. 3. – Саратов: СГУ, 1983. – 178 с.
13. Курс теоретических основ электротехники / Е. П. Аржанников, Б. Я. Брунов, Л. М. Гольденберг, Н. А. Наумов / Под ред. Б. Я. Брунова. – Л.: Изд-во Военной Краснознаменной академии связи, 1957. – 572 с.
14. Лебедев И. В. Техника и приборы СВЧ. Т.1. – М.: Высшая школа, 1970. – 440 с.
15. Будурис Ж., Шеневье П. Цепи сверхвысоких частот: (Теория и применение) / Пер. с франц. под ред. А. Л. Зиновьева. – М.: Сов. радио, 1979. – 288 с.
16. Воробьев Г. С., Кузьмичев И. К. Возбуждение колебаний в открытом резонаторе сосредоточенными элементами связи // Вісник Сумського державного університету. Сер. Фізика, математика, механіка. – 2004. – №10. – С. 238-243.
17. Антенны и устройства СВЧ. Расчет и проектирование антенных решеток и их излучающих элементов / Под ред. Д. И. Воскресенского. – М.: Сов. радио, 1972. – 320 с.
18. Вертий А. А., Деркач В. Н., Попенко Н. А., Шестопапов В. П. Экспериментальное исследование характеристик открытых резонаторов в цилиндрических оболочках // УФЖ. – 1978. – Т. 23, №10. – С. 1666-1672.
19. Андросов В. П., Вертий А. А. Анализ электромагнитного поля в открытом резонаторе // УФЖ. – 1982. – Т. 27, №9. – С. 1290-1295.

### **Еквівалентні схеми зображення відкритого резонатора**

**І. К. Кузьмичов**

Одержано вирази для ефективності збудження найнижчого коливання у відкритому резонаторі (ВР) в режимах слабкого і сильного зв'язків. При цьому ефективність збудження даного коливання у ВР з застосуванням прямокутного елемента зв'язку вища, ніж з застосуванням круглого. Показано, що в режимі слабкого зв'язку ВР зображається лише у вигляді послідовного коливального контуру, а в режимі сильного зв'язку – лише у вигляді паралельного коливального контуру.

### **Open Resonator Representation Equivalents**

**I. K. Kuz'michev**

The expressions for the excitation efficiency of the lowest-order oscillation in a loosely and tightly coupled open resonator (OR) are obtained. The considered OR oscillations excited by the rectangular coupling element are thus more efficient vs. those excited by the circular one. A loosely coupled OR is shown to appear as a series-resonant circuit only, while a tightly coupled one appears only as a parallel-resonant circuit.