

## Асимптотическая теория полей шумановских резонансов в гиротропной полости Земля–ионосфера

В. Г. Безродный

Радиоастрономический институт НАН Украины,  
ул. Краснознаменная, 4, г. Харьков, 61002, Украина  
E-mail: bezrodn@rian.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 26 мая 2004 г.

В линейном приближении по двум малым параметрам, изотропному ионосферному импедансу  $z_0$  и отношению недиагонального и диагонального элементов матрицы поверхностного импеданса гиротропной ионосферы  $\gamma \equiv z_2/z_1$ , получены простые аналитические выражения для горизонтальных магнитных компонент сверхнизкочастотных (СНЧ) полей в гиротропной полости Земля–ионосфера через поля аналогичной изотропной полости. Показано, что эффект расщепления частот шумановских резонансов, обусловленный наличием постоянного геомагнитного поля, приводит к “кажущемуся” смещению положений всех наземных источников СНЧ излучения к географическому западу (“рефракции СНЧ полей в гиротропной полости Земля–ионосфера”) и возбуждению эллиптической поляризации магнитной составляющей поля. Установлена аналитическая связь указанных явлений. Получены явные выражения для поляризационных характеристик электромагнитного СНЧ шума, возбуждаемого произвольным числом мировых грозовых центров. Получены оценки ожидаемых величин “кажущихся” угловых смещений источников излучения, демонстрирующие необходимость введения поправок на “гиротропную рефракцию” в известные методики локации грозовых центров и отдельных сверхмощных молниевых разрядов на основе многокомпонентных СНЧ измерений. Приведены формулы для расчета указанных поправок. Выполнено обобщение полученных результатов на случай произвольного широтного расположения источников.

У лінійному наближенні за двома малими параметрами, ізотропним іоносферним імпедансом  $z_0$  та відношеннім недіагонального і діагонального елементів матриці поверхневого імпедансу гіротропної іоносфери  $\gamma \equiv z_2/z_1$ , одержано прості аналітичні вирази для горизонтальних магнітних компонент наднизькочастотних (ННЧ) полів у гіротропній порожнині Земля–іоносфера через поля аналогічної ізотропної порожнини. Показано, що ефект розщеплення частот шуманівських резонансів, зумовлений наявністю постійного геомагнітного поля, призводить до “удаваного” зміщення положень усіх наземних джерел ННЧ випромінювання у напрямку до географічного заходу (“рефракції ННЧ полів у гіротропній порожнині Земля–іоносфера”) та збудження еліптичної поляризації магнітної складової поля. Виявлено аналітичний зв’язок між зазначеними явищами. Одержано явні вирази для поляризаційних характеристик ННЧ шуму, збуджуваного довільним числом світових грозових центрів. Одержано оцінки очікуваних значень “удаваних” кутових зміщень джерел випромінювання, які демонструють необхідність введення поправок на “гіротропну рефракцію” у відомі методики локації грозових центрів та окремих надпотужних блискавкових розрядів на основі багатокомпонентних ННЧ вимірювань. Наведено формули для розрахунку зазначених поправок. Виконано узагальнення здобутих результатів на випадок довільного широтного розміщення джерел.

## 1. Введение

Электромагнитные волны СНЧ диапазона распространяются в сферическом промежутке между Землей и ионосферой с крайне низким затуханием. В результате интерференции таких волн, многократно обежавших Землю и приходящих в точку наблюдения с разных направлений, их спектры в нижней части диапазона демонстрируют резонансы, получившие название шумановских. С момента теоретического предсказания таких резонансов [1] и по настоящее время выполнено большое число теоретических и экспериментальных работ, посвященных их исследованию (см., например, монографию [2], обзоры [3, 4] и приведенную в них библиографию).

Установлено, что шумановские резонансы возбуждаются в полости Земля–ионосфера вертикальными молниевыми разрядами, локализованными преимущественно в трех основных центрах мировой грозовой активности. Эти центры располагаются в экваториальных районах Африки, Южной Америки и Юго-Восточной Азии. Максимум активности, характеризующей частоту возникновения молниевых разрядов, для каждого из таких центров приходится на предзаходный период вблизи 17 часов местного времени. Характерные частоты трех первых наиболее интенсивных шумановских резонансов всегда достаточно близки к значениям 8, 14, 20 Гц. Соответствующие им спектральные амплитуды демонстрируют в течение суток заметные вариации, обусловленные перераспределением во времени активностей между отдельными грозовыми центрами.

Большинство теоретических исследований СНЧ полей в диапазоне шумановских резонансов выполнено на основе однородной и изотропной модели сферической полости Земля–ионосфера, которая характеризуется постоянной высотой, малым комплексным импедансом ионосферной границы и бесконечной проводимостью земной поверхности. В связи с изотропией такой полости, малостью ее высоты по сравнению с длиной волны и высокой проводимостью границ эффек-

тивно возбуждаться в ней могут электромагнитные колебания только ТМ-типа. Линейно поляризованные вертикальная электрическая и горизонтальная магнитная компоненты полей представляются при этом в виде бесконечных рядов зональных сферических гармоник (резонаторных мод). Несмотря на сравнительную простоту, такая модель позволяет, тем не менее, успешно описывать экспериментально наблюдаемые значения резонансных частот, зависимости соотношений амплитуд разноименных спектральных максимумов от дистанции до излучателя и ряд других закономерностей.

В монографии [2] развита более адекватная реальным условиям гиротропная модель полости Земля–ионосфера в диапазоне частот шумановских резонансов. Электрические свойства гиротропной ионосферной границы характеризуются в ней матричным ионосферным импедансом, электрическое и магнитное поля описываются двойными рядами тессеральных сферических гармоник. Проведенные авторами монографии исследования показали, что присутствие постоянного геомагнитного поля приводит к новому физическому эффекту – снятию вырождения и расщеплению частот шумановских резонансов, аналогичному эффекту Зеемана в квантовой механике. Однако, согласно приведенным оценкам, такое расщепление не может быть непосредственно обнаружено в амплитудах экспериментальных спектров СНЧ полей в силу сравнительной малости величины расщепления и достаточно низкой добротности криевых шумановских резонансов. По этой причине учет гиротропии ионосферной границы, значительно усложняющий расчеты СНЧ полей в полости Земля–ионосфера, приводит при анализе их энергетических характеристик лишь к незначительной коррекции.

Интерес к гиротропным эффектам в полости Земля–ионосфера, в частности к эффекту расщепления частот шумановских резонансов, возродился после публикации работы [5]. В этой работе впервые выполнены поляризационные измерения двух горизонтальных магнитных компонент СНЧ полей в диапазоне шумановских резонан-

сов, зарегистрировавшие достаточно высокие значения коэффициентов эллиптичности в определенные периоды суток. В этих же измерениях обнаружено заметное различие частот одноименных резонансных максимумов в спектрах ортогональных магнитных компонент и квазипериодические изменения величины такого различия в течение суток. Указанные эффекты автор [5] связывает с гиротропией резонатора и предлагаются использовать их в качестве инструмента для определения величины расщепления частот шумановских резонансов. Предложенная идея была реализована затем в работах [6, 7], однако полученные в них экспериментальные оценки искомого частотного расщепления, к сожалению, не имеют под собой сколь-нибудь убедительного теоретического обоснования и поэтому не могут рассматриваться в качестве его количественной меры.

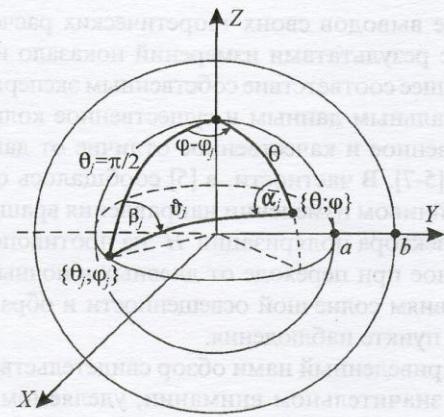
В работах [8, 9], на основе развитой в [2] теоретической модели СНЧ полей в гиротропной полости Земля–ионосфера, выполнено численное исследование поляризационных свойств магнитных компонент таких полей в диапазоне шумановских резонансов. В качестве источника излучения выбран точечный вертикальный электрический диполь, моделирующий одиночный грозовой центр, расположенный на экваторе вблизи текущей долготы заходного солнечного терминатора и совершающий вместе с последним полный оборот вокруг Земли в течение суток. В ходе исследований установлено, что на резонансных участках спектра гиротропия ионосферы приводит к возникновению эллиптической поляризации магнитной составляющей поля (эллиптической магнитной поляризации). Эта поляризация характеризуется одинаковым для всех спектральных максимумов направлением вращения магнитного вектора  $\vec{H}$ , оставшимся постоянным в течение суток. В частотных промежутках между спектральными максимумами поляризация  $\vec{H}$  приближается к линейной, сохраняя направление вращения или меняя его на противоположное. Проведенное авторами [8, 9] сопостав-

ление выводов своих теоретических расчетов с результатами измерений показало их хорошее соответствие собственным экспериментальным данным и существенное количественное и качественное отличие от данных [5–7]. В частности, в [5] сообщалось об устойчивом изменении направления вращения вектора поляризации  $\vec{H}$  на противоположное при переходе от дневных к ночных условиям солнечной освещенности и обратно в пункте наблюдения.

Приведенный нами обзор свидетельствует о значительном внимании, уделяемом в современной научной литературе проблемам теоретического и экспериментального исследования характеристик природных электромагнитных полей в диапазоне шумановских резонансов, и большом объеме научных результатов, накопленных в процессе таких исследований. Тем не менее ряд вопросов из указанной области остается до настоящего времени не до конца изученным. К их числу, прежде всего, следует отнести поляризационную структуру резонансных полей, а также ее аналитическую связь с гиротропными свойствами полости Земля–ионосфера и пространственно-временными характеристиками мировой грозовой активности. Настоящая работа ставит своей целью разработку приближенной аналитической модели формирования магнитной поляризации СНЧ полей, возбуждаемых на частотах шумановских резонансов совместным действием нескольких основных центров мировой грозовой активности; получение и анализ соотношений для расчета поляризационных характеристик резонансных полей; а также оценку интервалов ожидаемых значений таких характеристик в реальной полости Земля–ионосфера.

## 2. Гиротропная модель распространения электромагнитных волн в диапазоне шумановских резонансов

Введем геоцентрическую систему сферических координат с осью  $Z$ , ориентированной на географический север (рис. 1).



**Рис. 1.** Взаимное расположение на земной поверхности точки наблюдения  $\{\theta, \varphi\}$  и  $j$ -го центра мировой грозовой активности  $\{\theta_j, \varphi_j\}$

Точке наблюдения, расположенной на поверхности Земли  $r = a$ , будем сопоставлять угловые координаты  $\{\theta; \varphi\}$ . Расположенные в экваториальной зоне центры мировой грозовой активности, в силу малости их размеров по сравнению с длиной  $\Lambda$  исследуемых радиоволн, будем считать точечными и характеризовать координатами  $\{\theta_j = \pi/2; \varphi_j\}$ , где  $j = 1, 2, \dots, N$ . Поверхность Земли будем считать идеально проводящей, а резкую высокопроводящую ионосферную границу  $r = b$  – гиротропной и описывать ее электрические свойства с помощью тензора поверхностного импеданса  $\hat{z}$  с малыми по модулю элементами,  $|z_{ik}| \ll 1$ .

В таком волноводном промежутке, в силу высокой проводимости границ и выполнения неравенства  $h \ll \Lambda$  ( $h \equiv (b - a)$  – высота промежутка), активно возбуждаться могут только электромагнитные колебания с вертикальной ориентацией вектора электрического поля и горизонтальной – магнитного,  $E_r, H_\theta, H_\varphi$  [2-4]. В выбранной геометрии их удобно представлять в форме разложений в ряды тессеральных сферических гармоник (мод гиротропного сферического резонатора). Соответствующие выражения для магнитных составляющих СНЧ полей, возбуждаемых  $j$ -м

грозовым центром на частоте  $\omega$  имеют при этом вид [2, 8, 9]:

$$H_{j0}^g(\omega) = \frac{c^2 \tilde{M}_j(\omega)}{2\pi a^3 h \sin \theta} \frac{d}{d\varphi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{(n+1/2)(n-m)!}{R_{nm}(\omega)} \times \\ \times P_n^m(\cos \theta) P_n^m(\cos \theta_j) e^{im(\varphi-\varphi_j)+i\omega t}, \quad (1)$$

$$H_{j\theta}^g(\omega) = -\frac{c^2 \tilde{M}_j(\omega)}{2\pi a^3 h} \frac{d}{d\theta} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{(n+1/2)(n-m)!}{R_{nm}(\omega)} \times \\ \times P_n^m(\cos \theta) P_n^m(\cos \theta_j) e^{im(\varphi-\varphi_j)+i\omega t}, \quad (2)$$

где  $\tilde{M}_j(\omega)$  – спектральная компонента токового момента такого центра;  $P_n^m(x)$  – присоединенная функция Лежандра; коэффициенты  $[R_{nm}(\omega)]^{-1}$  играют роль амплитудно-частотных характеристик резонаторных мод, явные выражения для которых зависят от выбранной модели геомагнитного поля; верхний индекс “ $g$ ” в обозначениях компонент СНЧ полей подчеркивает гиротропный характер исследуемого резонатора. Члены приведенных рядов с  $m \neq 0$  описывают волны, являющиеся одновременно стоячими вдоль координаты  $\theta$  и распространяющимися вдоль  $\varphi$  соответственно с запада на восток ( $m < 0$ ) и с востока на запад ( $m > 0$ ). В каждой точке на земной поверхности их поляризация является эллиптической и характеризуется взаимно противоположными направлениями вращения вектора  $\vec{H}$  в горизонтальной плоскости. Волны с  $m = 0$  являются стоячими как по координате  $\theta$ , так и по  $\varphi$ , а их поляризация является линейной.

Для дальнейших расчетов выберем достаточно простую и удобную модель геомагнитного поля  $\vec{H}^{(0)}$  в виде “двух полушарий” [2]. В этой модели  $\vec{H}^{(0)}$  имеет только радиальную компоненту, модуль которой не зависит от угловых координат,  $|H_r^{(0)}| = \text{const}(\theta, \varphi)$ , а знак скачком изменяется на экваторе,  $\text{sign}H_r^{(0)} = -\text{sign}(\cos \theta)$ . С использованием такой модели  $R_{nm}(\omega)$  можно представить в виде [2, 8, 9]

$$R_{nm}(\omega) = R_{n0}(\omega) + \Delta R_{nm}(\omega), \quad (3)$$

$$R_{n0}(\omega) = \omega_n^2 - \omega^2 + \frac{i\omega c}{h} z_1, \quad (4)$$

$$\Delta R_{nm}(\omega) = \frac{2\omega c}{h} z_2 m \Pi_{nm} \delta_l(n+m), \quad (5)$$

где

$$\Pi_{nm} = \frac{2n+1}{2n(n+1)} \frac{(n+m-1)!!}{(n+m)!!} \frac{(n-m-1)!!}{(n-m)!!} = \Pi_{|m|}; \quad (6)$$

$$\delta_l(k) = \begin{cases} 1 & \text{при } k = 2l, \\ 0 & \text{при } k = 2l+1; \end{cases} \quad (7)$$

$\omega_n = \frac{c}{a} \sqrt{n(n+1)}$  – циклическая шумановская частота идеального изотропного резонатора Земля–ионосфера;

$$z_0 = \sqrt{\frac{i\omega v_{eff}}{\omega_0^2}}, \quad z_1 = \frac{z_0}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \rho^2}}, \quad (8)$$

$$z_2 = \frac{z_0}{\sqrt{2}} \frac{\rho}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + \rho^2}}} \quad (9)$$

соответственно поверхностный импеданс изотропной ионосферы, а также диагональный и недиагональный элементы матрицы поверхностного импеданса гиротропной ионосферы;  $\rho = \omega_r/v_{eff}$  – параметр гиротропии,  $\omega_r$  – радиальная составляющая гирочастоты электронов,  $v_{eff}$  – эффективная частота их столкновений.

Для предельного перехода к изотропному случаю ( $\rho = 0$ ) достаточно положить в приведенных формулах  $z_1 = z_0$ ,  $z_2 = \Delta R_{nm}(\omega) = 0$ . В этом случае амплитудно-частотные характеристики резонаторных мод  $[R_{nm}(\omega)]^{-1} =$

$= [R_{n0}(\omega)]_{z_1=z_0}^{-1} \equiv [R_n(\omega)]^{-1}$  перестают зависеть от индекса  $m$  и соответствующий ряд может быть просуммирован с помощью известной теоремы сложения для функций Лежандра [10],

$$P_n(\cos \vartheta_j) = \sum_{m=-n}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\cos \theta) P_n^m(\cos \theta_j) e^{im(\varphi-\varphi_j)}, \quad (9)$$

где  $\vartheta_j$  – угловое расстояние вдоль поверхности сферы между точками  $\{\theta_j = \pi/2; \varphi_j\}$  и  $\{\theta; \varphi\}$  (см. рис. 1),

$$\cos \vartheta_j = \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_j). \quad (10)$$

В результате указанных преобразований выражения в формулах (1), (2) принимают вид проекций на оси  $\bar{\theta}$ ,  $\bar{\varphi}$  известного соотношения [2] для магнитной составляющей  $H_j^i(\omega)$  СНЧ поля в изотропном резонаторе Земля–ионосфера:

$$\begin{aligned} H_{j\theta}^i(\omega) &= H_j^i(\omega) \begin{cases} \sin \alpha_j, \\ \cos \alpha_j \end{cases}, \\ H_{j\varphi}^i(\omega) &= \frac{c^2 \tilde{M}_j(\omega) \sin \vartheta_j}{2\pi a^3 h} e^{i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1/2}{R_n(\omega)} P'_n(\cos \vartheta_j). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $-\pi \leq \alpha_j \leq \pi$  – направление на излучающий центр, которое отсчитывается от географического севера (рис. 1) и определяется формулами:

$$\sin \alpha_j = -\frac{\sin(\varphi - \varphi_j)}{\sin \vartheta_j}, \quad (12)$$

$$\cos \alpha_j = -\frac{\cos \theta \cos(\varphi - \varphi_j)}{\sin \vartheta_j}, \quad (13)$$

положительным значениям  $\alpha_j$  соответствует отсчет по часовой стрелке;  $P'_n(x) \equiv dP_n(x)/dx$ .

Вернемся теперь к исходным соотношениям в гиротропном резонаторе и упростим их с использованием малых параметров. Традиционным малым параметром задачи исследования шумановских резонансов является изотропный ионосферный импеданс [2], который оценивается обычно величиной  $|z_0| \sim 0.01$ . В гиротропной модели возникает еще один связанный с импедансом малый параметр – соотношение недиагонального и диагонального элементов его матрицы. В выбранной нами для расчетов модели “двух полуежей” он имеет вид

$$\gamma \equiv \frac{z_2}{z_1} = \frac{\rho}{1 + \sqrt{1 + \rho^2}}. \quad (13)$$

Нетрудно видеть, что изотропному случаю ( $\rho = 0$ ) отвечает  $\gamma = 0$ , предельно сильной гиротропии ( $\rho \rightarrow \infty$ ) –  $\gamma = 1$ . Во всех промежуточных ситуациях этот параметр принимает значения  $\gamma < 1$  и на этом основании может быть использован в качестве параметра разложения при построении приближенных решений (например, достаточно реальному условию  $\rho \leq 1$  сопоставляется оценка  $\gamma \leq 0.41$ ).

Рассмотрим далее выражения (1), (2) для магнитных компонент СНЧ полей. Хорошо известно (см., например, [2]), что каждый член ряда с индексом  $n$  в (1), (2) достигает своего максимума вблизи частоты  $\omega^{(n)}$  соответствующего шумановского резонанса. Конкретная величина такой частоты определяется условием формирования минимального значения  $|R_{n0}(\omega)|$ . Зависимость условий резонанса также и от индекса суммирования  $m$  возникает вследствие уже упоминавшегося нами во Введении эффекта расщепления резонансных частот в гиротропном промежутке Земля–ионосфера [2]. Однако поскольку амплитуды экспериментальных спектров на частотах  $\omega^{(nm)}$  и  $\omega^{(n)}$  практически не отличаются друг от друга

(см. Введение), под термином “шумановские частоты” обычно понимают упомянутые нами выше собственные частоты резонатора Земля–ионосфера, соответствующие  $m = 0$ , т. е.  $\omega = \omega^{(n)}$ . Как следует из (4), (8), в линейном по параметру  $|z_0|$  приближении последние определяются формулами:

$$\begin{aligned} \omega^{(n)} &\approx \omega_n - \Omega, \\ \Omega &\equiv \frac{c|z_1|}{4h} = \frac{c|z_0|}{4h} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \rho^2}} \ll \omega_n. \end{aligned} \quad (14)$$

С учетом (13), (14) соотношения (4), (5) преобразуются к удобному для дальнейшего анализа виду:

$$R_{n0}(\omega) = (\omega^{(n)} - \omega)(\omega^{(n)} + \omega + 2\Omega) + 2i\omega\Omega, \quad (15)$$

$$\Delta R_{nm}(\omega) = 4\omega\Omega\gamma(1+i)m\Pi_{nm}\delta_1(n+m). \quad (16)$$

Рассмотрим поведение амплитудно-частотных характеристик  $[R_{nm}(\omega)]^{-1}$  резонаторных мод на произвольной резонансной частоте  $\omega = \omega^{(p)}$ . Как можно видеть из формул (15), (16), в резонансном случае  $n = p$ , с точностью до линейных по параметру  $\gamma$  членов, они могут быть представлены в форме

$$\frac{1}{R_{pm}(\omega^{(p)})} \approx -i \frac{1-m\Delta\phi_{pm}}{2\omega^{(p)}\Omega} \exp\{im\Delta\phi_{pm}\}, \quad (17)$$

$$\Delta\phi_{pm} \equiv 2\gamma\Pi_{pm}\delta_1(p+m) \geq 0. \quad (18)$$

Из (17) следует, что амплитудно-частотная характеристика центральной гармоники ( $m=0$ ) резонансного мультиплета  $-p \leq m \leq p$

(собственная частота этой гармоники в точности равна  $\omega^{(p)}$ ) является чисто мнимой и совпадает по величине со своим изотропным значением. Отличие собственных частот  $\omega^{(pm)}$  боковых гармоник ( $m \neq 0$ ) мультиплета от  $\omega^{(p)}$ , обусловленное эффектом расщепления, приводит к появлению у каждой из таких гармоник малой добавки в амплитудном множителе и к фазовому сдвигу, который воспринимается наблюдателем как “кажущееся” смещение излучающего центра по долготе к западу. Величина смещения  $\Delta\varphi_{pm}$ , согласно (18), определяется только степенью гиротропии резонатора (параметр  $\gamma$ ) и не зависит от ориентации этого центра относительно пункта наблюдения. В соответствии с (15)–(18) величины “кажущегося” долготного смещения,  $\Delta\varphi_{pm}$ , и частотного расщепления,  $\Delta\omega_{pm} \equiv \omega^{(pm)} - \omega^{(p)}$ , связаны между собой очевидным соотношением:  $\Delta\varphi_{pm} = \Delta\omega_{pm}/(m\Omega)$ .

Проведенные нами оценки свидетельствуют, что фазовый сдвиг  $\Delta\varphi_{pm}$  является максимальным на двух первых резонансных частотах  $\omega^{(1)}$ ,  $\omega^{(2)}$  и уменьшается с ростом номера  $p$  шумановского резонанса таким образом, что, начиная с  $p=3$ , выполняется неравенство:  $(\Delta\varphi_{pm}/\Delta\varphi_{11})|_{p \geq 3} \leq (\Delta\varphi_{pp}/\Delta\varphi_{11})|_{p \geq 3} \leq 0.18 \ll 1$ . Исходя из таких выводов, используем в своих решениях дополнительное приближение, а именно, сделаем замену

$$\Delta\varphi_{pm} \rightarrow \Delta\varphi^{(p)} \equiv (\max \Delta\varphi_{pm} + \min \Delta\varphi_{pm})/2. \quad (19)$$

Можно показать, что подобная замена не влияет на точность расчетов на частотах  $\omega^{(1)}$ ,  $\omega^{(2)}$ , где эффекты, связанные с гиротропией резонатора Земля–ионосфера, проявляются наиболее сильно, а на высших гармониках  $\omega^{(p)}$ , где указанные эффекты являются достаточно слабыми, приближенно учитывает их качественные проявления.

Подстановка (17) в соотношения (1), (2) и использование замены (19) позволяют вынести  $\Delta\varphi^{(p)}$  из-под знака суммы по индексу  $m$ , применить к этой сумме теорему сложе-

ния (9) для функций Лежандра, после чего выразить резонансные члены рядов (1), (2) через поля изотропного резонатора (11).

Обратимся теперь к анализу амплитудно-частотных характеристик  $[R_{nm}(\omega^{(p)})]^{-1}$  полей нерезонансных мод,  $n \neq p$ . В этом случае, согласно (15), (16), добавка  $\Delta R_{nm}(\omega^{(p)})$  составляет относительно  $R_{n0}(\omega^{(p)})$  величину второго порядка малости по параметрам  $\gamma$ ;  $\Omega/\omega^{(n,p)} \sim |z_0|$  и в выбранном нами линейном приближении должна быть отброшена. Тогда амплитудно-частотная характеристика  $[R_{nm}(\omega^{(p)})]^{-1} \approx [R_{n0}(\omega^{(p)})]^{-1}$  может быть вынесена в (1), (2) за знак суммы по индексу  $m$ , а соответствующие ряды – просуммированы согласно (9) и выражены через поля (11).

Построим теперь полные выражения исследуемых компонент магнитных полей, для чего просуммируем по индексу  $n$  все рассмотренные члены рядов (1), (2) – резонансные и нерезонансные. Результат такого сложения имеет вид:

$$H_{j\theta}^g(\omega^{(p)}) = \frac{c^2(p+1/2)\tilde{M}_j(\omega^{(p)})}{4\pi a^3 h \omega^{(p)} \Omega \sin \theta} \times \\ \times \frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ -iP_p(\cos \hat{\vartheta}_j^{(p)}) - \Delta\varphi^{(p)} \frac{\partial}{\partial \varphi_j} P_p(\cos \vartheta_j) + \right. \\ \left. + 2 \sum_{n \neq p} \frac{(n+1/2)}{(p+1/2)} \frac{\omega^{(p)} \Omega}{(\omega^{(n)}{}^2 - \omega^{(p)}{}^2)} P_n(\cos \vartheta_j) \right\} e^{i\omega t}, \quad (20)$$

$$H_{j\theta}^g(\omega^{(p)}) = \frac{c^2(p+1/2)\tilde{M}_j(\omega^{(p)})}{4\pi a^3 h \omega^{(p)} \Omega} \times \\ \times \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ iP_p(\cos \hat{\vartheta}_j^{(p)}) + \Delta\varphi^{(p)} \frac{\partial}{\partial \varphi_j} P_p(\cos \vartheta_j) - \right. \\ \left. - 2 \sum_{n \neq p} \frac{(n+1/2)}{(p+1/2)} \frac{\omega^{(p)} \Omega}{(\omega^{(n)}{}^2 - \omega^{(p)}{}^2)} P_n(\cos \vartheta_j) \right\} e^{i\omega t}. \quad (21)$$

Величина  $\hat{\vartheta}_j^{(p)}$ , которая входит в приведенные формулы, имеет смысл “каждущегося” углового расстояния в гиротропном резонаторе. Она отличается от  $\vartheta_j$  (см. определение (10)) только заменой долготы излучающего центра  $\Phi_j$  ее смещенным значением  $\hat{\varphi}_j^{(p)} \equiv \varphi_j - \Delta\varphi^{(p)}$ . Для предельного перехода в (20), (21) к изотропному случаю ( $\gamma = \rho = 0$ ) достаточно положить  $\Delta\varphi^{(p)} = 0$ ;  $\hat{\vartheta}_j^{(p)} = \vartheta_j$ . После этого легко видеть, что в изотропном резонаторе Земля–ионосфера на произвольной шумановской частоте  $\omega^{(p)}$  резонансный член ( $n = p$ ) ряда зональных гармоник является чисто мнимым. Нерезонансные ( $n \neq p$ ) члены являются реальными и представляют по сравнению с резонансным величины первого порядка малости по параметру  $\Omega/\omega^{(n,p)} \sim |z_0|$ . Для всех значений  $n$  поляризация полей является линейной.

Наличие постоянного геомагнитного поля не изменяет, в первом приближении по  $\gamma$ ,  $|z_0|$ , формы выражений для нерезонансных членов соответствующих рядов (см. (20), (21)), а приводит лишь к замене в них изотропного импеданса  $z_0$  на компоненту  $z_1$  матричного импеданса. Что же касается резонансного члена ряда, то в нем гиротропия резонатора проявляет себя в “каждущемся” смещении координат излучающего центра в изотропных формулах для магнитных компонент СНЧ полей, а также в появлении смещенной по фазе на  $\pi/2$  добавки, вследствие чего поляризация становится эллиптической.

С учетом таких выводов соотношения (20), (21) для СНЧ полей в гиротропном резонаторе Земля–ионосфера могут быть выражены через поля изотропного резонатора (11), методика расчетов и свойства которых в настоящее время хорошо известны:

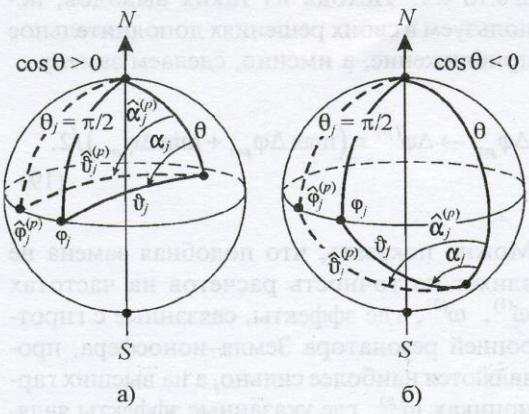
$$H_{j\theta}^g(\omega^{(p)}) = H_j^i(\omega^{(p)}, \hat{\vartheta}_j^{(p)}, z_1) \sin \hat{\alpha}_j^{(p)} - \\ - i \Delta\varphi^{(p)} \frac{\partial}{\partial \varphi_j} [H_j^i(\omega^{(p)}, \vartheta_j, z_1) \sin \alpha_j], \quad (22)$$

$$H_{j\theta}^g(\omega^{(p)}) = H_j^i(\omega^{(p)}, \hat{\vartheta}_j^{(p)}, z_1) \cos \hat{\alpha}_j^{(p)} - \\ - i \Delta\varphi^{(p)} \frac{\partial}{\partial \varphi_j} [H_j^i(\omega^{(p)}, \vartheta_j, z_1) \cos \alpha_j]. \quad (23)$$

В приведенных формулах  $H_j^i(\omega^{(p)}, \vartheta_j, z_1)$  – горизонтальная магнитная составляющая СНЧ поля частоты  $\omega^{(p)}$  на расстоянии  $\vartheta_j$  в изотропном резонаторе (см. (11)) с ионосферным импедансом  $z_1$ ; “каждущиеся” расстояния  $\hat{\vartheta}_j^{(p)} \equiv \vartheta_j + \Delta\vartheta_j^{(p)}$  и направления  $\hat{\alpha}_j^{(p)} \equiv \alpha_j + \Delta\alpha_j^{(p)}$  определяются формулами (10), (12) после замены в них долготы излучающего центра  $\varphi_j$  на ее “смещенное” значение  $\hat{\varphi}_j^{(p)}$ .

Процесс формирования “каждущихся” направлений и расстояний в гиротропном резонаторе Земля–ионосфера иллюстрирует рис. 2 (рис. 2, а соответствует расположению приемного пункта в северном полушарии ( $\cos\theta > 0$ ), рис. 2, б – в южном ( $\cos\theta < 0$ )).

В произвольной точке на земной поверхности такой эффект должен восприниматься как смещение  $\Delta\alpha_j^{(p)}$  направления прихода излучения от каждого из грозовых центров



**Рис. 2. Формирование “каждущихся” направлений и расстояний в гиротропном резонаторе Земля–ионосфера:**  
а) северное полушарие ( $\cos\theta > 0$ ); б) южное полушарие ( $\cos\theta < 0$ )

и поэтому достаточно естественно может быть назван “рефракцией СНЧ полей в гиротропном резонаторе Земля–ионосфера”. Впервые указанный эффект был обнаружен в ходе численных исследований, описанных в монографии [2], но до настоящего времени какое-либо его количественное аналитическое описание в литературе отсутствовало.

### 3. Поляризационные характеристики полей шумановских резонансов

Будем считать, что токовые моменты отдельных грозовых центров, а значит и возбуждаемые ими электромагнитные СНЧ поля в резонаторе Земля–ионосфера, являются статистически независимыми между собой. В силу такой независимости отдельных составляющих, суммарное поле в произвольной точке наблюдения становится частично когерентным, отсюда и частично поляризованным. Исследование поляризационных свойств частично когерентных полей традиционно выполняется с использованием параметров Стокса [11]. При этом параметры Стокса, связанные с совместным действием нескольких независимых центров, представляют собой алгебраическую сумму одноименных параметров каждого из них.

Рассмотрение проведем в локальной декартовой системе координат с осью  $X$ , ориентированной на географический север,  $Y$  – на восток,  $Z$  – вертикально вниз. Ортогональные СНЧ компоненты магнитного поля в такой локальной и использованной выше геоцентрической системах координат имеют между собой очевидную связь:

$$H_{jx} = -H_{j\theta}, \quad H_{jy} = H_{j\phi}. \quad (24)$$

Исходя из (20)–(24), в первом по параметрам  $\gamma$ ,  $|z_0|$  приближении для параметров Стокса [11] излучения произвольного одиночного грозового центра номера  $j$  в гиротропном резонаторе Земля–ионосфера могут быть получены следующие соотношения:

$$I_j^g(\omega^{(p)}, t) \equiv \left\langle H_{jx}^g(\omega^{(p)}, t)^2 \right\rangle + \left\langle H_{jy}^g(\omega^{(p)}, t)^2 \right\rangle \approx$$

$$\approx \left\langle \tilde{M}_j(\omega^{(p)}, t)^2 \right\rangle \left| h_j^i(\omega^{(p)}, \hat{\theta}_j^{(p)}, z_1) \right|^2, \quad (25)$$

$$Q_j^g(\omega^{(p)}, t) \equiv \left\langle H_{jx}^g(\omega^{(p)}, t)^2 \right\rangle - \left\langle H_{jy}^g(\omega^{(p)}, t)^2 \right\rangle \approx$$

$$\approx - \left\langle \tilde{M}_j(\omega^{(p)}, t)^2 \right\rangle \left| h_j^i(\omega^{(p)}, \hat{\theta}_j^{(p)}, z_1) \right|^2 \cos(2\hat{\alpha}_j^{(p)}) =$$

$$= -I_j^g(\omega^{(p)}, t) \cos(2\hat{\alpha}_j^{(p)}), \quad (26)$$

$$U_j^g(\omega^{(p)}, t) = 2 \operatorname{Re} \left\langle H_{jx}^g(\omega^{(p)}, t) H_{jy}^{g*}(\omega^{(p)}, t) \right\rangle \approx$$

$$\approx - \left\langle \tilde{M}_j(\omega^{(p)}, t)^2 \right\rangle \left| h_j^i(\omega^{(p)}, \hat{\theta}_j^{(p)}, z_1) \right|^2 \sin(2\hat{\alpha}_j^{(p)}) =$$

$$= -I_j^g(\omega^{(p)}, t) \sin(2\hat{\alpha}_j^{(p)}), \quad (27)$$

$$V_j^g(\omega^{(p)}, t) = 2 \operatorname{Im} \left\langle H_{jx}^g(\omega^{(p)}, t) H_{jy}^{g*}(\omega^{(p)}, t) \right\rangle =$$

$$= -2\Delta\alpha_j^{(p)} \left\langle \tilde{M}_j(\omega^{(p)}, t)^2 \right\rangle \left| h_j^i(\omega^{(p)}, \hat{\theta}_j^{(p)}, z_1) \right|^2 =$$

$$= -2\Delta\alpha_j^{(p)} I_j^g(\omega^{(p)}, t), \quad (28)$$

$$\times \left| \left( \begin{smallmatrix} (q) \\ (q) \end{smallmatrix} \right) \right| \left| \left( \begin{smallmatrix} (q) \\ (q) \end{smallmatrix} \right) \right| \left\langle \left| \left( \begin{smallmatrix} (q) \\ (q) \end{smallmatrix} \right) \right| \left| \left( \begin{smallmatrix} (q) \\ (q) \end{smallmatrix} \right) \right| \right\rangle \sum_{k=1}^K \times$$

$$\Delta\alpha_j^{(p)} \equiv \Delta\varphi^{(p)} \left( \cos\theta / \sin^2\vartheta_j \right) \approx -\Delta\varphi^{(p)} \left( \partial\alpha_j / \partial\varphi_j \right). \quad (29)$$

$$\text{Здесь } \left| h_j^i(\omega^{(p)}, \hat{\theta}_j^{(p)}, z_1) \right|^2 \text{ – интенсивность}$$

$$\text{магнитной компоненты “изотропного”}$$

$$\text{СНЧ поля, возбуждаемого единичным то-}$$

$$\text{ковым моментом на частоте } \omega^{(p)}; \langle \dots \rangle \text{ – знак}$$

$$\text{статистического усреднения; } \Delta\alpha_j^{(p)} \text{ – угол}$$

$$\text{“каждующегося” смещения направления на}$$

$$\text{источник излучения в гиротропном резона-}$$

$$\text{торе Земля–ионосфера, определенный нами}$$

в предыдущем разделе. В формулы введена также параметрическая зависимость от мирового времени  $t$ .

Положительным значениям  $V_j^g(\omega^{(p)}, t)$  в (28) отвечают взаимные фазовые смещения ортогональных магнитных компонент  $(\delta_x - \delta_y) > 0$ , которые при выбранной нами временной зависимости  $\sim \exp(i\omega t)$  приводят к вращению вектора  $\vec{H}_j^g$  в горизонтальной плоскости по часовой стрелке. Отрицательным  $V_j^g(\omega^{(p)}, t)$  отвечают фазовые смещения  $(\delta_x - \delta_y) < 0$  и противоположное направление вращения вектора  $\vec{H}_j^g$ .

Расчеты поляризационных характеристик СНЧ полей, возбуждаемых произвольным числом грозовых центров на произвольной шумановской частоте  $\omega^{(p)}$ , исходя из определений [11] этих характеристик через параметры Стокса, гипотезы о независимости полей отдельных центров и формул (25)-(29), приводят к таким выражениям:

1) коэффициент эллиптичности  $r^g(\omega^{(p)}, t)$  –

$$\begin{aligned} r^g(\omega^{(p)}, t) = & \\ &= \frac{V^g}{\sqrt{(Q^g)^2 + (U^g)^2} + \sqrt{(Q^g)^2 + (U^g)^2 + (V^g)^2}} \approx \\ &\approx - \sum_j \left\langle \left| \tilde{M}_j(t) \right|^2 \right\rangle \left| \hat{h}_j^i(\omega^{(p)}) \right|^2 \Delta \alpha_j^{(p)} \times \\ &\times \left\{ \sum_{j,k} \left\langle \left| \tilde{M}_j(t) \right|^2 \right\rangle \left\langle \left| \tilde{M}_k(t) \right|^2 \right\rangle \left| \hat{h}_j^i(\omega^{(p)}) \right|^2 \left| \hat{h}_k^i(\omega^{(p)}) \right|^2 \times \right. \\ &\left. \times \cos[2(\hat{\alpha}_j^{(p)} - \hat{\alpha}_k^{(p)})] \right\}^{-1/2}; \quad (30) \end{aligned}$$

2) позиционный угол эллипса поляризации  $\Psi^g(\omega^{(p)}, t)$  –

$$\begin{aligned} \sin[2\Psi^g(\omega^{(p)}, t)] &= \frac{1}{\sqrt{(Q^g)^2 + (U^g)^2}} \left\{ \begin{array}{l} U^g \\ Q^g \end{array} \right\} = \\ & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= - \sum_j \left\langle \left| \tilde{M}_j(t) \right|^2 \right\rangle \left| \hat{h}_j^i(\omega^{(p)}) \right|^2 \left\{ \begin{array}{l} \sin(2\hat{\alpha}_j^{(p)}) \\ \cos(2\hat{\alpha}_j^{(p)}) \end{array} \right\} \times \\ &\times \left\{ \sum_{j,k} \left\langle \left| \tilde{M}_j(t) \right|^2 \right\rangle \left\langle \left| \tilde{M}_k(t) \right|^2 \right\rangle \left| \hat{h}_j^i(\omega^{(p)}) \right|^2 \left| \hat{h}_k^i(\omega^{(p)}) \right|^2 \times \right. \\ &\left. \times \cos[2(\hat{\alpha}_j^{(p)} - \hat{\alpha}_k^{(p)})] \right\}^{-1/2} \quad (31) \end{aligned}$$

$(-\pi/2 \leq \Psi^g \leq \pi/2$  отсчитывается от направления на север,  $\Psi^g > 0$  отвечает отсчет по часовой стрелке);

$$\begin{aligned} &3) \text{ степень поляризации } P^g(\omega^{(p)}, t) – \\ &P^g(\omega^{(p)}, t) \equiv I^{g(pol)}/I^g \approx \\ &\approx \left\{ \sum_{j,k} \left\langle \left| \tilde{M}_j(t) \right|^2 \right\rangle \left\langle \left| \tilde{M}_k(t) \right|^2 \right\rangle \left| \hat{h}_j^i(\omega^{(p)}) \right|^2 \left| \hat{h}_k^i(\omega^{(p)}) \right|^2 \times \right. \\ &\left. \times \cos[2(\hat{\alpha}_j^{(p)} - \hat{\alpha}_k^{(p)})] \right\}^{1/2} \times \\ &\times \left( \sum_j \left\langle \left| \tilde{M}_j(t) \right|^2 \right\rangle \left| \hat{h}_j^i(\omega^{(p)}) \right|^2 \right)^{-1}, \quad (32) \end{aligned}$$

$$\text{где } I^{g(pol)} = \sqrt{(Q^g)^2 + (U^g)^2 + (V^g)^2} \quad (33)$$

интенсивность поляризованной части поля [11]. При выводе (30)-(32) учтено приближенное равенство  $\left\langle \left| \tilde{M}_j \right|^2 \right\rangle \approx \text{const}(\omega)$ , которое следует из сравнения характерной ширины 20–50 кГц спектра типичного молниевого разряда (см., например, [2]) с верхней границей 50–60 Гц интервала шумановских резонансов. Для сокращения записи принято обозначение  $\left| \hat{h}_j^i(\omega^{(p)}) \right|^2 \equiv \left| h_j^i(\omega^{(p)}, \hat{\vartheta}_j^p, z_1) \right|^2$ .

#### 4. Обсуждение

Как можно видеть из приведенных формул, в каждый текущий момент  $t$  мирового времени поляризационные характеристи-

тики шумановских резонансов, возбуждаемых глобальной грозовой активностью, определяются взаимным расположением грозовых центров и интенсивностями

$I_j^g(\omega^{(p)}, t) \equiv \left\langle |\tilde{M}_j(t)|^2 \right\rangle \left| \hat{h}_j^i(\omega^{(p)}) \right|^2$  полей, наблюдаемых каждым из центров в точке наблюдения. В частности, согласно (32), степень поляризации электромагнитного поля каждого отдельного центра всегда является полной,  $P_j^g(\omega^{(p)}, t) \equiv 1$ . Совокупность центров, в зависимости от конкретных обстоятельств, может характеризоваться произвольными значениями  $0 \leq P^g(\omega^{(p)}, t) \leq 1$ .

Знак коэффициента эллиптичности, который определяет направление вращения вектора  $\vec{H}^g$  в горизонтальной плоскости, в выбранной нами модели геомагнитного поля является, согласно (29), (30), одинаковым для всех резонансных частот  $\omega = \omega^{(p)}$ , не зависит от конкретных координат и количества грозовых центров и связан только с географической широтой пункта наблюдения:  $\text{sign}(r^g) = -\text{sign}(\cos \theta)$ . Отсюда следует, что при наблюдении в южном полушарии следует ожидать реализации значений  $r^g > 0$  (вращение  $\vec{H}^g$  по часовой стрелке), в северном –  $r^g < 0$  (вращение в противоположную сторону). Именно такой характер поведения магнитной поляризации на частотах шумановских резонансов зарегистрирован в наблюдениях, выполненных независимыми исследовательскими группами в южном полушарии, в Антарктике [12], и в северном – в Карелии и на Камчатке [8, 9].

Что касается модуля коэффициента эллиптичности, то, согласно соотношению (30), он совпадает по порядку величины с использованным нами в расчетах малым параметром  $\Delta\phi^{(p)}$ , быстро убывающим с ростом номера  $p$  резонансного максимума и характеризующимся на первых трех резонансных частотах значениями (см. (18), (19))

$$\begin{aligned}\Delta\phi^{(1)} &\approx 0.75\gamma, \\ \Delta\phi^{(2)} &\approx 0.312\gamma, \\ \Delta\phi^{(3)} &\approx 0.145\gamma.\end{aligned}\quad (34)$$

Для одиночного грозового центра выражение для коэффициента эллиптичности упрощается к виду:

$$r_j^g(\omega^{(p)}) \approx -\Delta\alpha_j^{(p)} \equiv -\Delta\phi^{(p)} \left( \cos \theta / \sin^2 \vartheta_j \right), \quad (35)$$

согласно которому он равен по величине и противоположен по знаку “каждущемуся” смещению (29) направления на источник излучения в гиротропном резонаторе Земля–ионосфера.

Область применимости формулы (30) определена условием

$$(Q^g)^2 + (U^g)^2 \gg (V^g)^2 \sim (\Delta\phi^{(p)})^2 \ll 1, \quad (36)$$

заведомо выполненным для каждого отдельно взятого грозового центра. Легко видеть, однако, что соотношение между результатирующими параметрами Стокса  $Q^g$ ,  $U^g$ ,  $V^g$  полей, возбуждаемых совместным действием нескольких грозовых центров, в некоторые моменты мирового времени  $t$  может не соответствовать неравенству (36) и даже изменяться на противоположное:

$$(Q^g)^2 + (U^g)^2 \ll (V^g)^2. \quad (37)$$

В последнем случае коэффициент эллиптичности приближается по модулю к единице, описывается асимптотической формулой

$$r^g(\omega^{(p)}, t) \approx -\text{sign}(V^g) \left( 1 - \frac{\sqrt{(Q^g)^2 + (U^g)^2}}{|V^g|} \right) \quad (38)$$

и свидетельствует о практической круговой поляризации магнитной компоненты результирующего СНЧ поля, несмотря на сравнительно невысокие коэффициенты эллиптичности его составляющих отдельных ис-

точников. Заметим, что такая ситуация принципиально не может быть описана в рамках упоминавшейся во Введении теоретической модели [8, 9] возбуждения шумановских резонансов одиночным экваториальным источником, расположенным вблизи заходного солнечного терминатора и совершающим вместе с ним суточное вращение вокруг Земли. Возможность реализации подобных аномально больших значений  $|r^g|$  подтверждают результаты двух годичных циклов поляризационных СНЧ измерений, представленные в работе [12]. В соответствии с этими результатами значения  $|r^g| \sim 1$  регулярно наблюдались вблизи 17:00 мирового времени на протяжении всех сезонов года. Их возникновение было связано с почти одновременным прохождением в это время параметров  $Q^g$  и  $U^g$  через нулевые значения, обусловленные взаимным расположением пункта наблюдения, мировых грозовых центров и суточным ходом активности каждого из них.

Обратимся теперь к анализу соотношений (31) для позиционного угла эллипса поляризации. В случае совместного действия нескольких грозовых центров величина  $\Psi_j^g(\omega^{(p)}, t)$  зависит от взаимного расположения этих центров относительно приемного пункта и от текущих значений активностей в каждом из них. В случае одиночного источника излучения соотношения (31) упрощаются к форме:

$$\begin{aligned} \sin[2\Psi_j^g(\omega^{(p)}, t)] &= -\sin(2\hat{\alpha}_j^{(p)}), \\ \cos[2\Psi_j^g(\omega^{(p)}, t)] &= -\cos(2\hat{\alpha}_j^{(p)}). \end{aligned} \quad (39)$$

В выбранных нами выше интервалах задания угловых характеристик поля,  $-\pi \leq \alpha_j \leq \pi$ ,  $-\pi/2 \leq \Psi \leq \pi/2$ , решение системы уравнений (39) имеет вид:

$$\begin{aligned} \Psi_j^g(\omega^{(p)}, t) &= \hat{\alpha}_j^{(p)} - (\pi/2)\text{sign}(\hat{\alpha}_j^{(p)}) = \\ &= [\alpha_j - (\pi/2)\text{sign}(\alpha_j)] + \Delta\alpha_j^{(p)}. \end{aligned} \quad (40)$$

Из (40) следует, что ориентация  $\Psi_j^g$  главной оси эллипса поляризации в гиротропном резонаторе Земля–ионосфера отличается от нормали к истинному направлению  $\alpha_j$  на источник излучения на величину угла “кажущегося” смещения  $\Delta\alpha_j^{(p)}$ .

Согласно (29), (34) максимальные величины таких смещений соответствуют частоте  $\omega^{(1)}$  первого шумановского резонанса. Достаточно реальным значениям параметра гиротропии ионосферы  $\rho = \omega_r/v_{eff} \leq 1$  сопоставляется при этом оценка  $\Delta\alpha_j^{(1)} \sim \sim \Delta\phi^{(1)} \leq 17^\circ$ , значениям  $\rho = 4 - \Delta\alpha_j^{(1)} \sim 32^\circ$ . Столь высокие значения угловых смещений свидетельствуют о необходимости введения поправок на “гиротропную рефракцию” в известные методики (см., например, [13–16]) локации грозовых центров и отдельных сверхмощных молниевых разрядов на основе многокомпонентных СНЧ измерений. С учетом соотношений (35), (40) указанная коррекция для произвольного одиночного грозового центра может быть выполнена на основе формулы

$$\begin{aligned} \alpha_j &= [\Psi_j^g(\omega^{(p)}) \pm \pi/2] - \Delta\alpha_j^{(p)} = \\ &= [\Psi_j^g(\omega^{(p)}) \pm \pi/2] + r_j^g(\omega^{(p)}). \end{aligned} \quad (41)$$

Наличие в (41) двух возможных значений обусловлено неоднозначностью решения задачи восстановления направления прихода волны, исходя только из ориентации катательной к ее фазовому фронту.

При локации сверхмощных молниевых разрядов используются неусредненные, “мгновенные”, спектры излучения,  $H_{x,y}(\omega^{(p)})$ . Тем не менее формула (41) остается в силе и в этом случае после представления ее поправочного слагаемого в виде

$$\Delta\alpha_j^{(p)} = -\frac{\text{Im}[H_{jx}(\omega^{(p)})H_{jy}^*(\omega^{(p)})]}{|H_{jx}(\omega^{(p)})|^2 + |H_{jy}(\omega^{(p)})|^2}, \quad (42)$$

учитывающем отсутствие усреднений в исходных данных.

## 5. Обобщение результатов

В постановочной части рассмотренной задачи нами было использовано предположение о том, что основные источники СНЧ излучения – мировые грозовые центры – расположены в экваториальной зоне,  $\theta_j \approx \pi/2$ . В то же время, в соответствии с современными литературными представлениями (см., например, [17] и цитируемую там литературу), положения этих центров могут испытывать на протяжении года заметные широтные вариации. Еще больший широтный разброс во все сезоны года демонстрируют сверхмощные молниевые разряды [14–16].

Анализ полученных выше результатов показывает, однако, что они представлены в форме, инвариантной к конкретному закону пространственного распределения источников излучения. Вся необходимая информация о координатах источников включена в них посредством трех основных геометрических параметров:  $\vartheta_j$  – углового расстояния источник–приемник;  $\alpha_j$  – направления на источник; а также  $\Delta\alpha_j^{(p)} \approx -\Delta\varphi^{(p)} (\partial\alpha_j/\partial\varphi_j)$  – “кажущегося” смещения этого направления в результате “гиротропной рефракции” СНЧ полей в резонаторе Земля–ионосфера. По этой причине все приведенные расчетные соотношения для характеристик магнитной поляризации шумановских резонансов остаются в силе не только при  $\theta_j = \pi/2$ , но и при произвольных значениях  $\theta_j$ . Соответствующие же такому общему случаю значения параметров  $\alpha_j$ ,  $\vartheta_j$ ,  $\Delta\alpha_j^{(p)}$  задаются при этом формулами

$$\cos\vartheta_j = \cos\theta_j \cos\theta + \sin\theta_j \sin\theta \cos(\varphi - \varphi_j), \quad (43)$$

$$\sin\alpha_j = -\frac{\sin\theta_j \sin(\varphi - \varphi_j)}{\sin\vartheta_j}, \quad (44)$$

$$\cos\alpha_j = \frac{\cos\theta_j \sin\theta - \sin\theta_j \cos\theta \cos(\varphi - \varphi_j)}{\sin\vartheta_j},$$

$$\Delta\alpha_j^{(p)} = \Delta\varphi^{(p)} \cos\beta_j \frac{\sin\theta_j}{\sin\vartheta_j}, \quad (45)$$

где

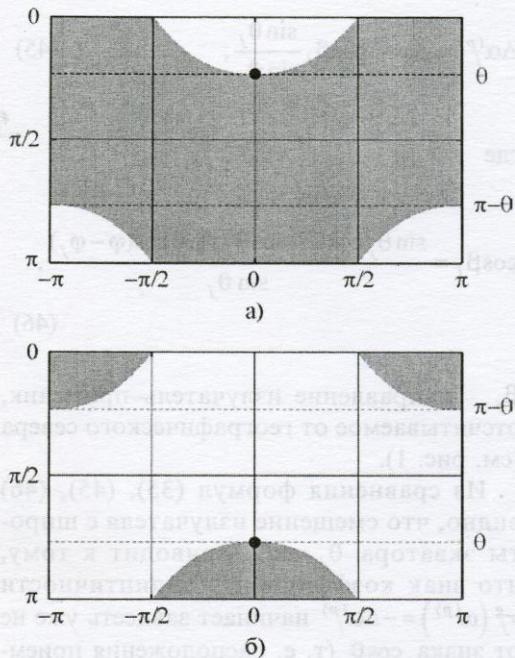
$$\cos\beta_j = \frac{\sin\theta_j \cos\theta - \cos\theta_j \sin\theta \cos(\varphi - \varphi_j)}{\sin\vartheta_j}, \quad (46)$$

$\beta_j$  – направление излучатель–приемник, отсчитываемое от географического севера (см. рис. 1).

Из сравнения формул (35), (45), (46) видно, что смещение излучателя с широты экватора  $\theta_j = \pi/2$  приводит к тому, что знак коэффициента эллиптичности  $r_j^g(\omega^{(p)}) = -\Delta\alpha_j^{(p)}$  начинает зависеть уже не от знака  $\cos\theta$  (т. е. расположения приемного пункта в северном или южном полушарии, см. раздел 4), а от знака  $\cos\beta_j$ . В итоге линии смены знака коэффициента эллиптичности, регистрируемого в точке  $\{\theta, \varphi\}$ , перестают совпадать с линией экватора, а приобретают вид, описываемый уравнением  $\cos[\beta_j(\theta, \varphi; \theta_j, \varphi_j)] = 0$ . Как следует из (46), это уравнение может быть представлено в форме

$$\operatorname{tg}\theta_j = \operatorname{tg}\theta \cos(\varphi - \varphi_j). \quad (47)$$

Решения (47) приведены на рис. 3 в виде линий в координатной плоскости  $(\theta_j, \varphi_j - \varphi)$ . Значения  $\varphi_j - \varphi$  отсчитываются вдоль оси абсцисс,  $\theta_j$  – вдоль оси ординат. Указанные линии разделяют области расположения источников, возбуждающих в точке  $\{\theta, \varphi\}$  (выделена темной заливкой) резонансные колебания с  $r_j^g > 0$  (вращение вектора  $\vec{H}_j^g$  по часовой стрелке – светлые области на рисунке) и  $r_j^g < 0$  (вращение против часовой стрелки – темные области). Рис. 3, а соответствует случаю выполнения измерений в северном полушарии ( $\theta < \pi/2$ ), рис. 3, б – в южном полушарии ( $\theta > \pi/2$ ).



**Рис. 3.** Области координат  $\{\theta_j, \varphi_j - \varphi\}$  источников, возбуждающих в точке наблюдения  $\{\theta, \varphi\}$  (выделена темной заливкой) колебания с  $r_j^g > 0$  (светлые области) и  $r_j^g < 0$  (темные области). Значения  $\varphi_j - \varphi$  отсчитываются вдоль оси абсцисс,  $\theta_j$  — вдоль оси ординат.  
а)  $\theta < \pi/2$ ; б)  $\theta > \pi/2$

Нетрудно видеть, что при размещении пункта наблюдения в достаточно высоколатитных районах, находящихся заведомо вне полосы сезонных миграций мировых грозовых центров,

$$|\theta - \pi/2| > \max |\theta_j - \pi/2|, \quad (48)$$

знак коэффициента эллиптичности остается неизменным как в течение каждой суточной реализации, так и от сезона к сезону. Именно такая ситуация, по всей видимости, имела место в упоминавшихся нами выше регистрациях [8, 9] в Карелии ( $64^\circ$  с. ш.,  $34^\circ$  в. д.) и на Камчатке ( $53^\circ$  с. ш.,  $157^\circ$  в. д.), а также [12] в Антарктике ( $65^\circ$  ю. ш.,  $64^\circ$  з. д.).

Если хотя бы для одного из центров глобальной грозовой активности неравенство (48) нарушается, то знак коэффициента эллиптичности может испытывать периодические изменения, связанные с перераспределением в процессе регистрации активностей между этими центрами. Реализация подобных условий представляется нам одним из возможных объяснений регулярных суточных вариаций  $\text{sign}(r^g)$ , зарегистрированных в наблюдениях [5] на сравнительно низких широтах (Калифорния,  $34^\circ$  с. ш.,  $117^\circ$  з. д.).

## 6. Выводы

1. Результатом настоящей работы является построение асимптотической теории формирования магнитной поляризации природного СНЧ шума, возбуждаемого мировой грозовой активностью в гиротропной полости Земля–ионосфера на частотах шумановских резонансов. За основу выбрано развитое в работах [2, 8, 9] представление для компонент такого шума в модели геомагнитного поля в виде “двух полушарий”. В качестве малых параметров разложений использованы изотропный ионосферный импеданс,  $z_0$ , а также соотношение недиагонального и диагонального элементов матрицы поверхностного импеданса гиротропной ионосферы,  $\gamma \equiv z_2/z_1$ .

2. В первом приближении по указанным малым параметрам получены явные выражения для горизонтальных магнитных компонент СНЧ полей гиротропной полости Земля–ионосфера через поля аналогичной изотропной полости. Показано, что эффект расщепления частот шумановских резонансов, обусловленный наличием постоянного геомагнитного поля, приводит к “кажущемусь” смещению положений всех наземных источников к западу (“рефракции СНЧ полей в гиротропной полости Земля–ионосфера”) и возбуждению эллиптической магнитной поляризации. Установлена простая аналитическая связь величин “кажущегося” долготного смещения источников и частотного расщепления шумановских резонансов.

3. В произвольной точке земной поверхности магнитная поляризация полей, приходящих от каждого отдельного источника излучения, характеризуется коэффициентом эллиптичности, равным по абсолютной величине модулю соответствующего угла “каждущегося” смещения, и направлением вращения вектора  $\vec{H}_j^g$  в горизонтальной плоскости, противоположным направлению этого смещения. В соответствии с таким заключением вектор поляризации СНЧ полей, возбуждаемых экваториальными грозовыми центрами, должен вращаться по часовой стрелке при наблюдении шумановских резонансов в южном полушарии, в противоположном направлении – при наблюдении в северном.

4. Получены явные выражения для поляризационных характеристик электромагнитного СНЧ шума, возбуждаемого произвольным числом мировых грозовых центров. Показано, что в каждый текущий момент мирового времени эти характеристики определяются взаимным расположением центров и интенсивностями полей, находимых каждым из них в точке наблюдения. В частности, теоретически обоснована возможность реализации в гиротропной полости Земля–ионосфера в определенные периоды суток практически круговой поляризации результирующего СНЧ поля на частотах шумановских резонансов, несмотря на сравнительно невысокие коэффициенты эллиптичности составляющих такого поля от отдельных источников.

5. Установлено, что под влиянием постоянного геомагнитного поля большая ось эллипса поляризации СНЧ излучения поворачивается относительно нормали к истинному направлению на источник на величину “каждущегося” смещения. Приведены оценки ожидаемых величин таких угловых смещений, демонстрирующие необходимость введения поправок на “гиротропную рефракцию” в известные методики локации грозовых центров и отдельных сверхмощных молниевых разрядов на основе многокомпонентных СНЧ измерений. Получены формулы для расчета указанных поправок при

определении направлений на основные центры мировой грозовой активности и на отдельные сверхмощные молниевые разряды.

6. Произведено обобщение полученных результатов на случай произвольного широтного расположения источников СНЧ излучения. Показано, что описанные в литературе сезонные миграции мировых грозовых центров могут служить причиной квазипериодических суточных изменений значков коэффициентов эллиптичности СНЧ полей на частотах шумановских резонансов в случае проведения измерений в сравнимой близости от экваториальной зоны.

Работа выполнена при частичной поддержке УНТЦ (проект № Р-072) и Украинского антарктического центра (НИР “Резонансы”). Автор выражает свою признательность Ю. М. Ямпольскому за помощь в выборе темы исследований и полезные обсуждения результатов, А. П. Николаенко за возможность знакомства с рукописью его работы на стадии публикации, а также А. В. Колоскову за помощь в подготовке графических материалов статьи.

## Литература

1. W. Schumann. Zeitschrift fur Naturforschung. 1952, **7A**, pp. 149-154.
2. П. В. Блиох, А. П. Николаенко, Ю. Ф. Филиппов. Глобальные электромагнитные резонансы в полости Земля–ионосфера. Киев, Наукова Думка, 1977, 199 с.
3. C. Polk. Schumann resonances, in CRC Handbook of Atmospheric, vol. 1. Edited by H. Volland. CRC Press, Boca Raton, Fla., 1982.
4. D. D. Sentman. Schumann resonances, in Handbook of Atmospheric Electrodynamics, vol. 1. Edited by H. Volland. CRC Press, Boca Raton, Fla., 1995.
5. D. D. Sentman. Radio Science. 1987, **22**, pp. 595-606.
6. D. D. Sentman. J. Atmos. Terr. Phys. 1989, **51**, pp. 507-519.
7. D. Labenz. J. Atmos. Solar-Terr. Phys. 1998, **60**, pp. 1779-1789.
8. А. П. Николаенко, Л. М. Рабинович, А. В. Швец, А. Ю. Щекотов. Радиофизика и электроника. 2002, **7**, №3, с. 498-508.

9. А. П. Николаенко, Л. М. Рабинович, А. В. Швец, А. Ю. Щекотов. Изв. вузов. Радиофизика. 2004, **47**, №4, с. 267-291.
10. Г. Бейтмен, А. Эрдейи. Высшие трансцендентные функции, т. 1. Москва, Наука, 1973, 294 с.
11. М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики. Москва, Наука, 1970, 855 с.
12. В. Г. Безродный, О. В. Буданов, А. В. Колесков, Ю. М. Ямпольский. Космическая наука и технология. 2003, **9**, №5/6, с. 117-123.
13. G. G. Belyaev, A. Y. Schekotov, A. V. Shvets, A. P. Nickolaenko. J. Atmos. Sol.-Terr. Phys. 1999, **61**, pp. 751-763.
14. M. Fullekrug, S. Constable. Geophys. Res. Lett. 2000, **27**, pp. 333-336.
15. M. Sato, H. Fukunishi, M. Kikuchi, H. Yamagishi, W. A. Lyons. J. Atmos. Sol.-Terr. Phys. 2003, **65**, pp. 607-614.
16. M. Sato, H. Fukunishi. Geophys. Res. Lett. 2003, **30**, p. 1859, doi: 10. 1029/2003GL017291.
17. A. P. Nickolaenko, G. Satori, B. Zieger, L. M. Rabnowicz, I. G. Kudintseva. J. Atmos. Sol.-Terr. Phys. 1998, **60**, pp. 387-399.

## Asymptotic Theory of Fields of the Schumann Resonance in the Gyrotropic Earth–Ionosphere Cavity

V. G. Bezrodny

Horizontal components of extremely low frequency (ELF) fields in the gyrotropic Earth–ionosphere cavity are expressed analytically through the corresponding fields of the isotropic one. A linear approximation by two small parameters is used. Those are the isotropic ionosphere impedance  $z_0$  and the ratio  $\gamma \equiv z_2/z_1$  of the off-diagonal to diagonal matrix elements for the surface impedance of the gyrotropic ionosphere. It is shown that the effect of splitting of the Schumann resonance frequencies caused by existence of the d. c. geomagnetic field results in “apparent” angle shift of all ground-based sources of ELF radiation toward the geographic West (“refraction of ELF fields in the gyrotropic Earth–ionosphere cavity”) and excitation of the elliptical magnetic polarization. An analytical relation for the mentioned phenomena is determined. Explicit expressions for polarization characteristics of the electromagnetic ELF noise excited by an arbitrary number of world thunderstorm centers are obtained. Expected values of the “apparent” angle shifts for sources of radiation are estimated. They show that locations of thunderstorm centers and isolated Q-bursts determined with the use of multi-component ELF measurements should be corrected to exclude the “gyrotropic refraction”. The equations for calculating the necessary corrections are presented. The results obtained are generalized to a case of arbitrary latitudinal location of the sources.