

Метод дискретных особенностей в двумерных моделях зеркальных антенн

А. А. Носич

*Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,
Украина, 61077, г. Харьков, пл. Свободы, 4
E-mail: snoop58@yandex.ru*

Статья поступила в редакцию 23 апреля 2004 г.

Рассмотрена задача рассеяния направленной E -поляризованной волны на фрагменте идеально проводящего параболического цилиндра. Падающее поле описывается функцией Ханкеля нулевого порядка комплексного аргумента и служит удобной моделью поля направленного облучателя реальной зеркальной антенны. Задача отыскания тока, наведенного на поверхности рефлектора, сведена к решению сингулярного интегрального уравнения первого рода. Это дает возможность методом дискретных особенностей исследовать параболические антенны с симметричными и смещенными облучателями.

На основе построенной дискретной математической модели проведены вычисления полей в ближней и дальней зонах и диаграмм направленности различных рефлекторов.

Розглянуто задачу розсіювання спрямованої E -поляризованої хвилі на фрагменті ідеально провідного параболического циліндру. Падаюче поле описується функцією Ханкеля нульового порядку комплексного аргумента і є зручною моделлю поля спрямованого опромінювача реальної дзеркальної антени. Задача відшукування струму, наведеного на поверхні рефлектора, зведена до розв'язання сингулярного інтегрального рівняння першого роду. Це дає можливість методом дискретних особливостей досліджувати параболическі антени із симетричними та зміщеними опромінювачами.

За побудованою дискретною математичною моделлю обчислено поля у ближній і дальній зонах та діаграми спрямованості деяких рефлекторів.

1. Введение

Тонкие металлические рефлекторы ранее изучались как элементы квазиоптических антенн, способных обеспечивать высокую направленность излучения. Основой здесь было параболическое зеркало, благодаря его свойству отражать параллельно оси параболы все лучи, испущенные из источника, помещенного в ее геометрический фокус. Электромагнитное моделирование рефлекторов обычно проводилось "квазиоптическими" методами, т. е. в рамках геометрической и физической оптики [1, 2]. Эти методы основаны на трассировке лучей и не могут оха-

рактеризовать волновые эффекты и резонансы. Для более точного и полноценного моделирования рефлекторных антенн нужны более строгие методы. Распространенные ныне и основанные на конечноэлементном и конечно-разностном представлении анализаторы двумерных и трехмерных полей требуют огромных вычислительных мощностей, даже если применены к одному (с апертурой более 10 длин волн) рефлектору в открытом пространстве. Более эффективные подходы к численному решению задач дифракции были предложены в работах [3-5]. На экономные и надежные

средства компьютерного моделирования рефлекторов-рассеивателей есть немалый спрос. Основной подход для создания таких средств – решение граничных интегральных уравнений соответствующих краевых задач для уравнений Максвелла. Ключевым моментом здесь является эффективная дискретная математическая модель, реализуемая с помощью быстрого и хорошо сходящегося численного алгоритма с контролируемой точностью. В настоящей статье представлены основные идеи одной из таких моделей, использующей метод дискретных особенностей (МДО) [6-8], и анализируются результаты точного моделирования некоторых квазиоптических рефлекторных антенн с симметричным и смещенным отражателем.

2. Постановка задачи и ее сведение к сингулярному интегральному уравнению

Рассматривается двумерная модель зеркальной антенны, состоящей из рефлектора и апертурного облучателя. Будем считать, что рефлектор имеет вид идеально проводящего бесконечно тонкого цилиндрического экрана, образующие которого параллельны оси z . Облучатель имеет апертуру в виде прямолинейного отрезка, параллельного этой оси. Геометрия поперечного сечения цилиндрического рефлектора L и облучателя показана на рис. 1. Будем считать, что $L = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = F(y), y_1 < y < y_2\}$ – простая гладкая кривая.

Изучается дифракция монохроматической E -поляризованной волны (зависимость от времени задается множителем $e^{-i\omega t}$) на рефлекторе. Единственную отличную от нуля составляющую электрического поля обозначим $E_z \equiv U(x, y)$.

Полное поле в присутствии рефлектора будем описывать суммой $U^{\text{полн}} = U + U_0$, где U – искомое поле, рассеянное рефлектором, а U_0 – заданное падающее поле. Функция U удовлетворяет уравнению Гельмгольца:

$$(\Delta + k^2)U(x, y) = 0, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2 / \bar{L}, \quad (1)$$

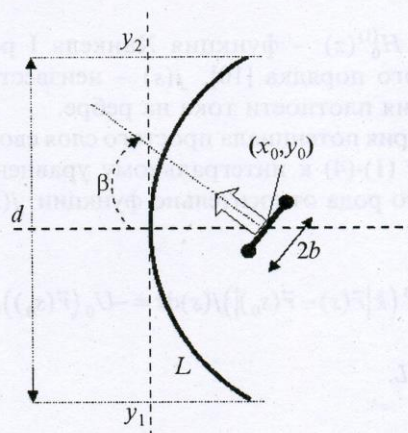


Рис. 1. Геометрия задачи и используемые обозначения

(здесь $k = \omega/c_0 = 2\pi/\lambda$, c_0 – скорость света, λ – длина волны) с граничным условием Дирихле [5, 6]:

$$U(x, y)|_L = -U_0(x, y)|_L, \quad (x, y) \in L. \quad (2)$$

Кроме того, функция U удовлетворяет условию излучения Зоммерфельда,

$$\frac{\partial U(x, y)}{\partial r} - ikU(x, y) = \bar{o}\left(\frac{1}{\sqrt{r}}\right), \quad r = |x, y| \rightarrow \infty, \quad (3)$$

и условию Майкснера в интегральной форме,

$$\int_{\Omega} \{k^2 |U|^2 + |\nabla U|^2\} d\sigma < \infty, \quad (4)$$

где Ω – любая ограниченная область в \mathbb{R}^2 . Поставленная краевая задача (1)-(4) имеет единственное решение.

Представим рассеянное поле вне рефлектора в виде потенциала простого слоя:

$$U(\vec{r}_0) = \frac{i}{4} \int_L H_0^{(1)}(k|\vec{r}(s) - \vec{r}(s_0)|) j(s) ds, \quad s, s_0 \in L.$$

Здесь $H_0^{(1)}(z)$ – функция Ханкеля I рода нулевого порядка [10], $j(s)$ – неизвестная функция плотности тока на ребре.

Теория потенциала простого слоя сводит задачу (1)-(4) к интегральному уравнению первого рода относительно функции $j(s)$:

$$\frac{i}{4} \int_L H_0^{(1)}(k|\vec{r}(s) - \vec{r}(s_0)|) j(s) ds = -U_0(\vec{r}(s_0)),$$

$s, s_0 \in L$.

После новой параметризации контура L , с помощью уравнений $x(t), y(t)$, где $|t| \leq 1$, а также с учетом сингулярного поведения плотности тока на ребре бесконечно тонкого идеально проводящего экрана, которое является следствием условия Майкснера (4), можем записать:

$$j(t) \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} = \frac{v(t)}{\sqrt{1-t^2}},$$

где $v(t)$ – новая гладкая функция, подлежащая определению, и следующее интегральное уравнение с логарифмическим ядром для $v(t)$:

$$\int_{-1}^1 H_0^{(1)}(kR(t, t_0)) v(t) \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = -U_0(t_0), \quad (5)$$

где $R(t, t_0) = \sqrt{(x(t) - x(t_0))^2 + (y(t) - y(t_0))^2}$.

Прямая дискретизация интегрального уравнения первого рода (5) неэффективна, и его численное решение, вообще говоря, неустойчиво. Поэтому, для отыскания устойчивого численного решения (5), перейдем от этого уравнения к сингулярному интегральному уравнению (СИУ) с ядром Коши и дополнительным условием.

Переход осуществляется путем дифференцирования уравнения (5) по t_0 с учетом известного соотношения $(H_0^{(1)}(z))' = -H_1^{(1)}(z)$. Дополнительное условие находим интегрированием (5) по t_0 с весом $(1-t_0^2)^{-1/2}$ на отрезке $[-1, 1]$ (см. [6]). В результате получаем:

$$\int_{-1}^1 \frac{v(t)}{t-t_0} \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} + \int_{-1}^1 K(t, t_0) v(t) \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = f(t_0), \quad (6.1)$$

$$\int_{-1}^1 M(t) v(t) \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = c, \quad (6.2)$$

где $f(t_0) = (-U_0(t_0))'$, $M(t)$ и $K(t, t_0)$ – гладкие функции, $c = -\int_{-1}^1 U_0(t_0) \frac{dt_0}{\sqrt{1-t_0^2}}$ – константа,

$|t_0| \leq 1, |t| \leq 1$.

Определим диаграмму направленности (ДН) рассеянного поля в дальней зоне [5] относительно угла наблюдения φ_0 следующим образом:

$$\Phi(\varphi_0) = \lim_{r_0 \rightarrow \infty} \frac{U(r_0, \varphi_0)}{e^{ikr_0} / \sqrt{kr_0}}.$$

Используя асимптотическое представление функции Ханкеля [9], из (5) получаем:

$$\Phi(\varphi_0) = \sqrt{\frac{2}{\pi k}} \int_{-1}^1 e^{-ikr(t) \cos(\varphi(t) - \varphi_0)} \frac{v(t)}{\sqrt{1-t^2}} dt.$$

Парциальный коэффициент направленного действия (КНД) в направлении главного луча ($\varphi_0 = \varphi_{\max}$) – отношение максимального значения ДН полного поля к полной мощности, излучаемой источником в присутствии рефлектора, –

$$D = 2\pi \frac{|\Phi(\varphi_0)|^2}{P}, \quad P = \int_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^2 d\varphi.$$

3. Моделирование волнового пучка полем комплексного источника

Поскольку нашей целью является построение дискретной математической модели зеркальной антенны, адекватный выбор

падающего поля является важным элементом такой модели.

В качестве падающего поля будем рассматривать поле т. н. комплексного источника (КИ). Под КИ следует понимать нить с током, расположенную в точке с комплексными координатами (x_c, y_c) , координаты проекции которой на вещественное пространство есть (x_0, y_0) , см. [1]. Напряженность электрического поля, создаваемого таким источником, имеет единственную отличную от нуля ζ -составляющую: $U_0(\vec{r}) = H_0^{(1)}(k|\vec{r} - \vec{r}_c|)$, где $|\vec{r} - \vec{r}_c| = \sqrt{(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2}$. Функция $U_0(\vec{r})$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца, а комплексный радиус-вектор КИ определяется как $\vec{r}_c = (x_c, y_c) = \vec{r}_0 + i\vec{b}$, где $\vec{r}_0 = (x_0, y_0)$, $\vec{b} = (b \cos \beta, b \sin \beta)$.

С помощью введенной ранее параметризации правую часть СИУ (5) теперь можно записать в виде:

$$U_0(t_0) = H_0^{(1)}\left(k\sqrt{(x(t_0) - x_c)^2 + (y(t_0) - y_c)^2}\right). \quad (7)$$

Функция $U_0(\vec{r}_0)$ имеет на вещественной плоскости две точки ветвления: $(x_0 \pm b \cos \beta, y_0 \mp b \sin \beta)$, и удовлетворяет уравнению Гельмгольца. Чтобы выделить однозначную ветвь $U_0(\vec{r})$, соединим эти две точки разрезом длиной $2b$ и будем полагать, что разрез не пересекает контур L (рис. 1). Такой разрез может рассматриваться как модель апертуры рупорного облучателя, причем параметры $2b$, b и (x_0, y_0) характеризуют ширину, угол ориентации и положение центра апертуры рупорной антенны, поле которой моделируется полем КИ.

Поле КИ сохраняет направленный характер как в ближней (рис. 2), так и в дальней зоне (рис. 3). При этом вблизи оси излучения на небольшом расстоянии от апертуры функция (7) близка к гауссову пучку волн, а вне этой области переходит в цилиндрическую волну:

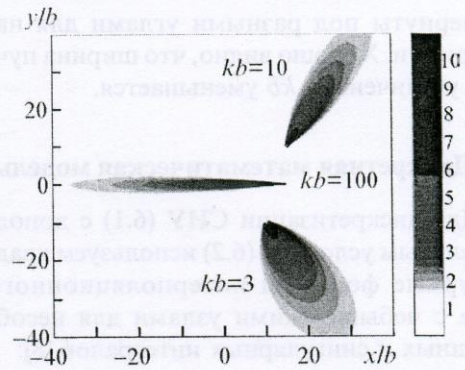


Рис. 2. Поля КИ в ближней зоне для $kb = 3, 10, 100$ соответственно. Градации цвета от белого к чёрному означают изменение интенсивности поля по модулю, от наименее интенсивного к более сильному излучению

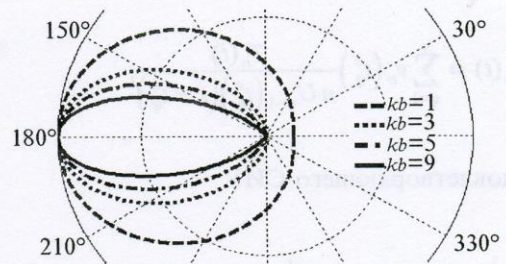


Рис. 3. ДН КИ в дальней зоне для $kb = 1, 3, 5, 9$

$$U_0(r) \sim \sqrt{\frac{2}{i\pi k |\vec{r} - \vec{r}_0|}} e^{ik|\vec{r} - \vec{r}_0|} \Phi_0(\varphi_0), \quad (8)$$

$$\Phi_0(\varphi_0) = e^{(kb \cos(\varphi_0 - \beta))}.$$

Функция $\Phi_0(\varphi_0)$ называется ДН источника в отсутствии отражателя. На рис. 2, 3 показаны примеры ближнего поля КИ и его нормированной ДН в дальней зоне для различных значений параметра kb . На рис. 2 волновые пучки для различных значений kb

развернуты под разными углами для наглядности. Хорошо видно, что ширина пучка с увеличением kb уменьшается.

4. Дискретная математическая модель

Для дискретизации СИУ (6.1) с дополнительным условием (6.2) используем квадратурные формулы интерполяционного типа с чебышевскими узлами для несобственных и сингулярных интегралов [8]:

$t_i^n = \cos \frac{2i-1}{2n} \pi$, $i = 1, 2, \dots, n$ – нули полиномов Чебышева I рода ($T_n(t_i^n) = 0$);

$t_{0j}^n = \cos \frac{j}{n} \pi$, $j = 1, 2, \dots, n-1$ – нули полиномов Чебышева II рода ($U_{n-1}(t_{0j}^n) = 0$).

Сформулируем задачу для приближенного решения $v_n(t)$, которое ищем в виде интерполяционного полинома степени $n-1$:

$$v_n(t) = \sum_{q=1}^n v_n(t_q^n) \frac{T_n(t)}{n U_{n-1}(t_q^n)(t - t_q^n)},$$

удовлетворяющего СИУ

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{v_n(t)}{t - t_0} \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 K_{n,0n}(t, t_0) v_n(t) \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = \frac{1}{\pi} f_{0n}(t_0) \quad (9.1)$$

и дополнительному условию

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 M_n(t) v_n(t) \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = \frac{1}{\pi} c, \quad (9.2)$$

где $K_{n,0n}(t, t_0)$ – интерполяционный полином функции $K(t, t_0)$ по t и по t_0 с узлами в t_i^n и t_{0j}^n соответственно; $M_n(t)$ – интерполяционный полином $M(t)$ с узлами в t_i^n ; $f_{0n}(t_0)$ – интерполяционный полином $f(t_0)$ с узлами в t_{0j}^n . Таким образом,

$K_{n,0n}(t_i^n, t_{0j}^n) \equiv K(t_i^n, t_{0j}^n)$, $M_n(t_i^n) = M(t_i^n)$ и $f_{0n}(t_{0j}^n) \equiv f(t_{0j}^n)$.

Для приближенного решения СИУ (6.1) с дополнительным условием (6.2) получаем систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно $v_n(t)$ в узлах интерполяции, эквивалентную задаче (9.1), (9.2):

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{v_n(t_i^n)}{t_i^n - t_{0j}^n} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K(t_i^n, t_{0j}^n) v_n(t_i^n) = \frac{1}{\pi} f(t_{0j}^n), \quad (10.1)$$

($j = 1, 2, \dots, n-1$),

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M(t_i^n) v_n(t_i^n) = \frac{1}{\pi} c, \quad (j = n). \quad (10.2)$$

Как показано в [6], эта СЛАУ однозначно разрешима при достаточно больших n . Там же имеется оценка скорости сходимости полученного приближенного решения $v_n(t)$ к точному решению (6.1), (6.2) при $n \rightarrow \infty$. На рис. 4 показана погрешность $E_{\text{КФ}}$ квадратурных формул как функция от n .

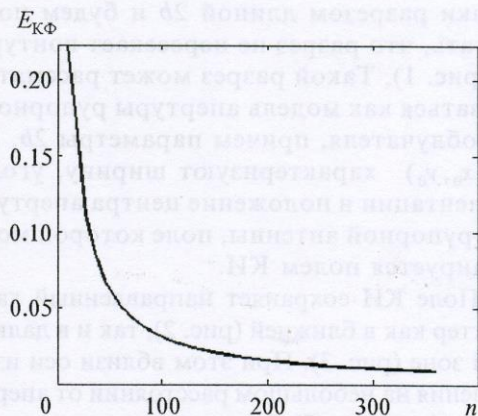


Рис. 4. Максимальная погрешность квадратурных формул как функция порядка дискретизации

Используя квадратурные формулы интерполяционного типа и численные значения, полученные для функции $v_n(t)$ в узловых точках, запишем выражение для вычисления приближенного значения ДН рассеянного поля в дальней зоне в направлении угла наблюдения φ_0 :

$$\Phi_n(\varphi_0) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-i\pi/4} \sum_{q=1}^n e^{-ikr(t_q^n) \cos(\varphi(t_q^n) - \varphi_0)} v_n(t_q^n) \frac{\pi}{n}$$

Соответственно, ДН полного поля $\Phi_n^{tot} = \Phi_n(\varphi_0) + \Phi_0(\varphi_0)$, где $\Phi_0(\varphi_0)$ вычисляется по формуле (8). На рис. 5, 6 показаны среднеквадратичные погрешности для вычисления ДН и КНД:

$$E_{\Phi_n} = \frac{|\tilde{\Phi}_n - \tilde{\Phi}_{n-1}|}{\tilde{\Phi}_n}, \quad E_{D_n} = \frac{|\tilde{D}_n - \tilde{D}_{n-1}|}{\tilde{D}_n},$$

$$\tilde{\Phi}_n = \int_{-1}^1 |\Phi_n(\varphi^n)|^2 = \frac{\pi}{n} \sum_{i=1}^n |\Phi_n(\varphi_i^n)|^2.$$

Здесь $\Phi_n(\varphi^n)$ и $\Phi_{n-1}(\varphi^{n-1})$ – значения ДН, рассчитанные для разного числа узлов дискретизации, n и $n-1$ соответственно, (аналогично вычисляются \tilde{D}_n и \tilde{D}_{n-1}).

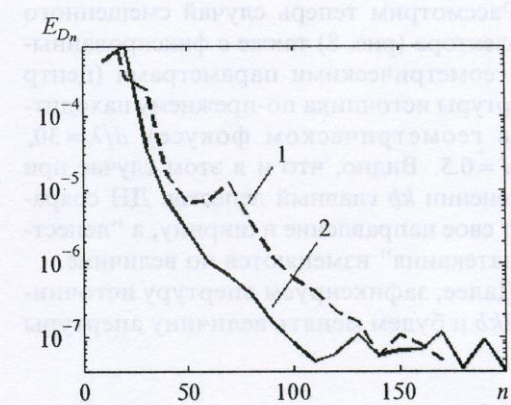


Рис. 6. Погрешность расчета КНД в логарифмической шкале:

E_{D_n} как функция порядка дискретизации для $d/\lambda = 30$ – кривая 1, $d/\lambda = 10$ – кривая 2

Результаты показывают, что погрешность быстро убывает с ростом n . Обычно для практики достаточна погрешность вычислений на уровне 10^{-3} .

5. Численные результаты

На рис. 7 показаны ДН для разных значений kb , т. е. для апертурных источников с различной степенью направленности, в присутствии симметричного параболического рефлектора с фиксированными геометрическими параметрами. Будем считать, что центр апертуры помещен в геометрический фокус L . Здесь $d/\lambda = 30$ (d – апертура зеркала, λ – длина волны), $f/d = 0.5$ (f – фокусное расстояние).

При увеличении kb ширина главного луча ДН почти не изменяется, однако уровень боковых лепестков уменьшается. Особенно хорошо это видно на примере наиболее интенсивных “лепестков затекания”, направления которых не изменяются и совпадают с прямыми, соединяющими края апертуры КИ и края рефлектора.

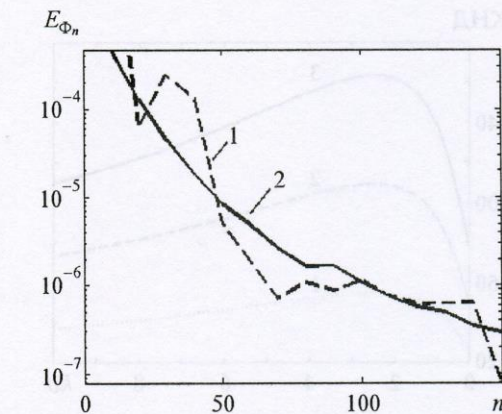


Рис. 5. Погрешность расчета ДН в логарифмической шкале:

E_{Φ_n} как функция порядка дискретизации для $d/\lambda = 30$ – кривая 1, $d/\lambda = 10$ – кривая 2

Рассмотрим теперь случай смещенного рефлектора (рис. 8) также с фиксированными геометрическими параметрами (центр апертуры источника по-прежнему находится в геометрическом фокусе) $d/\lambda = 30$, $f/d = 0.5$. Видно, что и в этом случае при изменении kb главный лепесток ДН сохраняет свое направление и ширину, а “лепестки затекания” изменяются по величине.

Далее, зафиксируем апертуру источника $2kb$ и будем менять величину апертуры

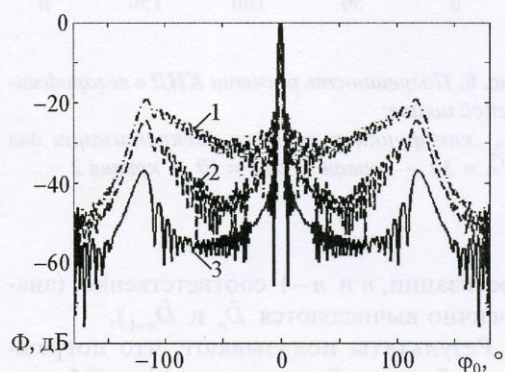


Рис. 7. Нормированная ДН для симметричного рефлектора при $d/\lambda = 10$, $f/d = 0.5$, $\beta = 0$: кривая 1 – $kb = 1$; кривая 2 – $kb = 2.5$; кривая 3 – $kb = 6$

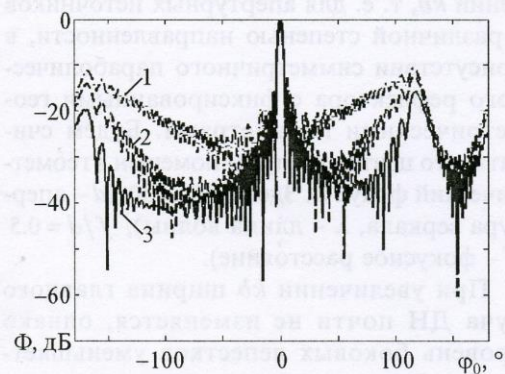


Рис. 8. Нормированная ДН для смещенного рефлектора при $d/\lambda = 30$, $f/d = 0.5$, $\beta = 0$: кривая 1 – $kb = 1$; кривая 2 – $kb = 2.5$; кривая 3 – $kb = 6$

симметричного параболического зеркала по отношению к длине волны, т. е. d/λ (рис. 9). Как и следовало ожидать, при увеличении апертуры рефлектора, уменьшается ширина главного лепестка ДН, а уровень ее боковых лепестков меняется слабо.

На рис. 10 показаны графики КНД для трех рефлекторов с различной апертурой и переменным kb при $f/d = 0.5$. Видно, что максимальный КНД достигается при

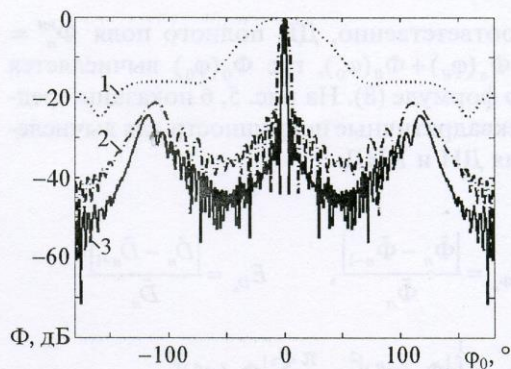


Рис. 9. Нормированная ДН для симметричного рефлектора при $kb = 2.5$, $f/d = 0.5$, $\beta = 0$: кривая 1 – $d/\lambda = 1$; кривая 2 – $d/\lambda = 10$; кривая 3 – $d/\lambda = 30$

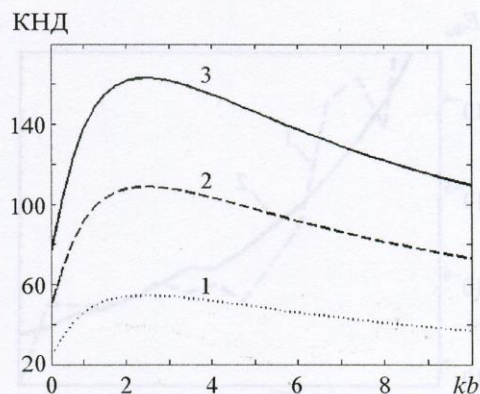


Рис. 10. КНД рефлекторов при $f/d = 0.5$, $\beta = 0$ в зависимости от апертуры источника kb : кривая 1 – $d/\lambda = 10$; кривая 2 – $d/\lambda = 20$; кривая 3 – $d/\lambda = 30$

$kb \approx 2.5$, а дальнейшее увеличение апертуры КИ ведет к падению КНД антенны.

Зафиксируем теперь параметры симметричного рефлектора и КИ и будем сдвигать источник (менять x_0) из фокуса по оси симметрии антенны (рис. 11). Расчеты показывают, что у рефлекторов с $kb = 2.5$, $d/\lambda = 10, 20$ и 30 максимум КНД достигается в окрестности геометрического фокуса.

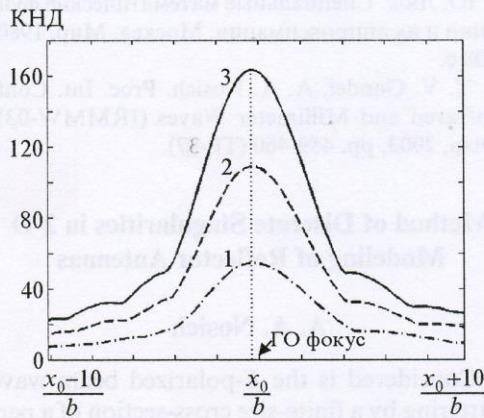


Рис. 11. КНД рефлектора со сдвинутым из фокуса источником при $f/d = 0.5$, $kb = 2.5$, $\beta = 0$: кривая 1 – $d/\lambda = 10$; кривая 2 – $d/\lambda = 20$; кривая 3 – $d/\lambda = 30$

Используя полученные численные результаты, можно построить ближние поля для любых рефлекторов, симметричных или смещенных. Например, на рис. 12 построены поля для $f/d = 0.5$, $d/\lambda = 10$; $f/d = 0.5$, $d/\lambda = 60$. Модельная задача с параболическим рефлектором была исследована в [11].

6. Заключение

Главным преимуществом представленного численного метода, основанного на сведении рассмотренной задачи к СИУ и ее последующем решении МДО, является то, что он позволяет рассчитывать квазиоптические рефлекторные антенны произволь-

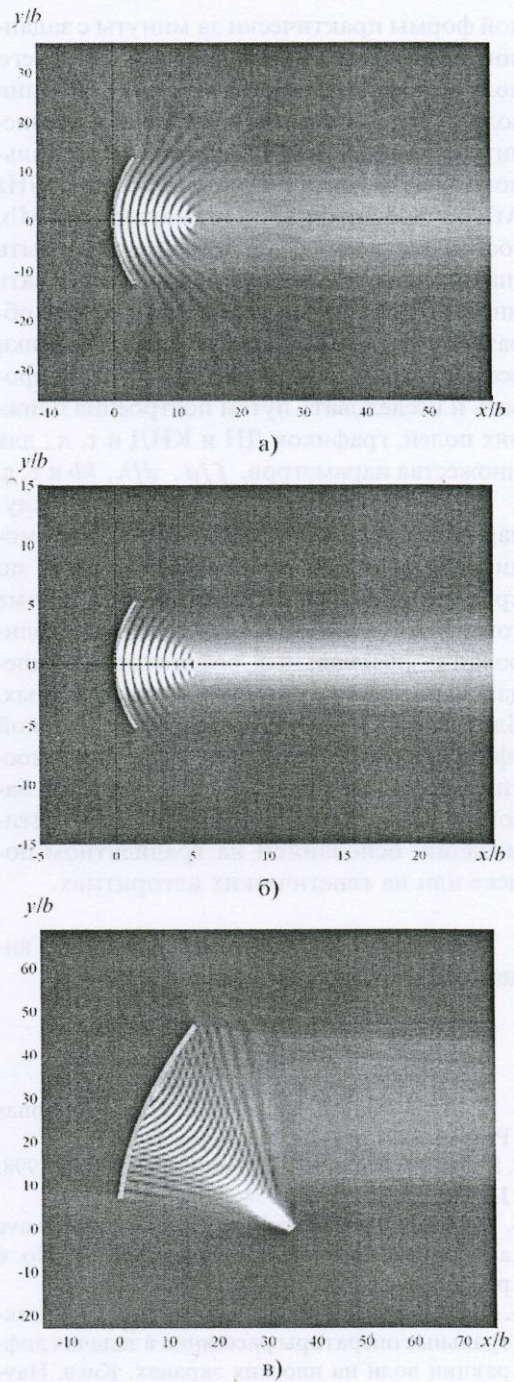


Рис. 12. Ближнее поле:
 а) $f/d = 0.5$, $d/\lambda = 10$, $\beta = 0$, $kb = 2.5$;
 б) $f/d = 0.5$, $d/\lambda = 10$, $\beta = 0$, $kb = 6$;
 в) $f/d = 0.5$, $d/\lambda = 60$, $\beta = 140$, $kb = 9$

ной формы практически за минуты с заданной точностью. Время расчета ближнего поля для рефлектора с апертурой 100 длин волн с использованием современной вычислительной техники, например, персонального компьютера с процессором 1.2 GHz Athlon и оперативной памятью 256 Мб, составляет всего 3÷5 мин и может быть значительно уменьшено, если использовать многопроцессорные платформы. Таким образом, электромагнитные характеристики рефлекторных антенн можно контролировать и исследовать путем построения ближних полей, графиков ДН и КНД и т. д., для множества параметров, f/d , d/λ , kb и т. д.

Аналогичный метод разработан для случая H -поляризации. МДО может быть модифицирован для трехмерных антенн, по крайней мере, осесимметричных. Кроме того, МДО можно применить для моделирования неидеальных рефлекторов: импедансных, диэлектрических и резистивных. Благодаря удачному сочетанию высокой эффективности и контролируемой точности, метод может быть использован как базовый в программах компьютерной оптимизации, основанной на градиентном поиске или на генетических алгоритмах.

Автор выражает благодарность Ю. В. Ганделю за постоянное внимание к работе.

Литература

1. G. A. Suedan, E. Jull. IEEE Trans. Antennas Propag. 1991, AP-39, No. 4, pp. 521-527.
2. S. Cui, M. Ando. IEICE Trans. Electronics. 1998, 12, No. 11. pp. 1948-1954.
3. T. Oguzer, A. I. Nosich, A. Altintas. Microwave and Optical Technology Letters. 2001, 31, No. 6 pp. 480-484.
4. Л. Н. Литвиненко, С. Л. Просвирнин. Спектральные операторы рассеяния в задачах дифракции волн на плоских экранах. Киев, Наукова думка, 1984, 239 с.
5. З. Н. Назарчук. Численное исследование дифракции волн на цилиндрических структурах. Киев, Наукова думка, 1989, 255 с.
6. Ю. В. Гандель, С. В. Еременко, Т. С. Полянская. Математические вопросы метода дискрет-

ных токов. Обоснование численного метода дискретных особенностей решения двумерных задач дифракции электромагнитных волн. Учебное пособие. Харьков, ХГУ, 1992, 145 с.

7. Ю. В. Гандель, И. К. Лифанов, Т. С. Полянская. Дифференциальные уравнения. 1995, 31, № 9, с. 1536-1541.
8. Ю. В. Гандель. Введение в методы вычисления сингулярных и гиперсингулярных интегралов. Харьков, ХНУ, 2001, 92 с.
9. Справочник по специальным функциям. Под ред. М. Абрамовиц и И. А. Стиган. Москва, Наука, 1979, 832 с.
10. Ю. Люк. Специальные математические функции и их аппроксимации. Москва, Мир, 1980, 608 с.
11. Y. V. Gandel, A. A. Nosich. Proc. Int. Conf. Infrared and Millimeter Waves (IRMMW-03), Otsu, 2003, pp. 459-460 (TP-37).

Method of Discrete Singularities in 2-D Modeling of Reflector Antennas

A. A. Nosich

Considered is the E -polarized beam wave scattering by a finite-size cross-section of a perfectly conducting parabolic cylinder. The incident field has the form of a complex-argument Hankel function of the zeroth order and provides a convenient simulation of directive feed of a real-life reflector antenna. The current induced on the reflector surface is found merely from a singular integral equation of first kind. This allows to study front-fed and offset parabolic reflectors with the method of discrete singularities. The developed discrete mathematical model allows shaping the near and far fields, as well as the directivity patterns for different reflectors.