

Построение структурных функций электромагнитного взаимодействия для волноводов, содержащих резонансные магнитодиэлектрические сферы

А. И. Козарь

Харьковский национальный университет радиоэлектроники,

Украина, 61166, г. Харьков, пр. Ленина, 14

E-mail: Anatolij.I.Kozar.fizika@kture.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 25 ноября 2003 г.

Рассмотрен способ построения структурных функций электромагнитного взаимодействия системы резонансных магнитодиэлектрических сфер с прямоугольным волноводом. Получены выражения волноводных тензорных функций электромагнитного взаимодействия магнитного и электрического типов для системы сфер в волноводе, проведен анализ найденных выражений для волноводных структурных функций магнитного и электрического типов.

Розглянуто спосіб побудови структурних функцій електромагнітної взаємодії системи резонансних магнітодіелектричних сфер з прямокутним хвилеводом. Одержано вирази хвилеводних тензорних функцій електромагнітної взаємодії магнітного і електричного типів для системи сфер у хвилеводі, проаналізовано знайдені вирази для хвилеводних структурних функцій магнітного і електричного типів.

Введение

Изучение резонансных свойств систем магнитодиэлектрических сфер представляет значительный практический интерес. В таких системах электромагнитное взаимодействие между сферами и сами сферы обладают резонансными свойствами, причем структурные резонансы электромагнитного взаимодействия между сферами могут оказывать влияние на внутренние резонансы сфер и их тонкую структуру.

Если систему сфер поместить в волновод, то она может резонансно взаимодействовать с волноводом. Описание резонансного взаимодействия в подобной структуре можно осуществить введя представление о волноводных структурных функциях электромагнитного взаимодействия.

Целью работы является разработка способа построения функций для описания электромагнитного взаимодействия в структуре, которая представляет собой систему малых однородных резонансных магнитодиэлектрических сфер, помещенных в прямоугольный волновод.

В данной задаче длина рассеиваемой волны может быть соизмеримой с расстояниями между сферами в волноводе.

Постановка и решение задачи

Решеточная модель волновода со сферами.

Резонансные явления в металлическом прямоугольном волноводе, содержащем резонансные магнитодиэлектрические сферы, можно описать, воспользовавшись методом изображений и представив металлический прямоугольный волновод с рассеивающими сфера-

ми в виде пространственной решетки из сфер и их зеркальных изображений в стенках волновода. При таком подходе волноводная задача сводится к решеточной. Эту решеточную модель будем использовать для решения рассматриваемой задачи (рис. 1).

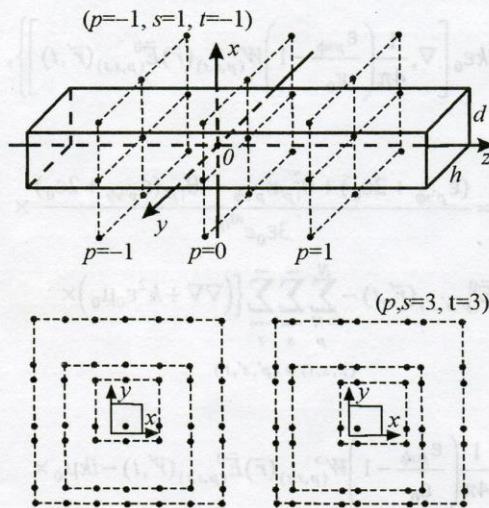


Рис. 1. Геометрия задачи и решеточная модель волновода со сферами

Пространственную решетку узлов для рассматриваемого случая можно построить, если воспользоваться порождающим решетку узлов координатным представлением, которое в декартовой системе координат имеет вид [1, 2]:

$$x_{p,s} = \left[s - 0.5 \{ (-1)^s - 1 \} \right] d - (-1)^{s-1} x_{p,s=0},$$

$(s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty),$

$$y_{p,t} = \left[t - 0.5 \{ (-1)^t - 1 \} \right] h - (-1)^{t-1} y_{p,t=0},$$

$(t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty),$

$$z_p = z_0 + l_p = z_0 + pl, \quad (p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N),$$

где величины d, h, l задаются условиями $x = 0, x = d; y = 0, y = h$, а $x_{p,s=0}, y_{p,t=0}, z_p$ – координаты узлов, находящихся внутри волновода (рис. 1):

$$0 < x_{p,s=0} < d, \quad 0 < y_{p,t=0} < h, \quad -z < z_p < z. \quad (2)$$

Координаты $x_{p,s}, y_{p,t}, z_p$ определяют положение узлов за пределами волновода и являются функциями значений координат $x_{p,s=0}, y_{p,t=0}, z_p$. В координатное представление (1) можно ввести зависимость от времени, если координаты узлов $x_{p,s=0}, y_{p,t=0}, z_p$ внутри волновода считать некоторыми функциями времени. Каждому узлу решетки (1) сопоставляется упорядоченная тройка чисел $c(p, s, t)$, выделенный узел решетки будем обозначать $c'(p', s', t')$, узел внутри волновода – $(p, s = 0, t = 0)$.

Значение индекса p определяет номер плоской решетки (рис. 1), а значения индексов s, t задают положение узла p -й плоской решетки.

На рис. 1 представлены системы плоских решеток в случаях, когда порождающие узлы решетки находятся в центре сечения волновода – $(p = 0, \pm 1; s = 0, \pm 1; t = 0, \pm 1)$ – и когда они смещены от центра – $(p; s = 0, \dots, \pm 3; t = 0, \dots, \pm 3)$.

Если координаты узлов решетки внутри волновода удовлетворяют условиям $x_{p,s=0} = d/2, y_{p,t=0} = h/2, z_p = z_0 + pl$, то возникает правильная ортогональная решетка, для которой d, h, l – постоянные решетки.

Расстояние между узлами равно

$$r_{(p',s',t'),(p,s,t)} = \sqrt{(x_{p',s'} - x_{p,s})^2 + (y_{p',t'} - y_{p,t})^2 + (z_{p'} - z_p)^2}. \quad (3)$$

Центры сфер размещаются в узлах решетки внутри волновода, а в узлах вне волновода находятся центры изображений сфер; проницаемости и радиусы сфер обозначим – ϵ_p, μ_p, a_p . Поля представим в виде $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r})e^{i\omega t}, \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}(\vec{r})e^{i\omega t}$.

Внутреннее поле сфер в волноводе. Для решения задачи нужно найти индуцированное поле волновода внутренне поле в сферах и на основе полученных выражений построить искомые волноводные функции электромагнитного взаимодействия для исследуемой структуры. Будем рассматривать случай, когда вне сфер $a_p/\lambda' \ll 1$ и отношение может быть $r_{cc}/\lambda' \sim 1$, но внутри сфер возможен резонансный случай $a_p/\lambda_g \sim 1$, где λ' , λ_g – длины волн излучения, рассеиваемого соответственно вне и внутри сфер.

Внутреннее поле сфер и изображений найдем из системы уравнений, которую построим, опираясь на интегральные уравнения [3] и решения, полученные в работах [1, 2].

Для пространственной решетки сфер и их зеркальных изображений алгебраическая система уравнений для определения внутренних полей состоит из системы неоднородных (для сфер) и однородных (для их зеркальных изображений) уравнений. Для произвольной сферы и произвольного изображения эти уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned} \bar{E}_{0(p',s',t'=0)}(\vec{r}',t) &= \frac{(\epsilon_{p'\phi} + 2\epsilon_0) + \theta_{1p'}^2 \epsilon_{p'\phi} + i\theta_{1p'}(\epsilon_{p'\phi} + 2\epsilon_0)}{3\epsilon_0 e^{i\theta_{1p'}}} \times \\ &\times \bar{E}_{(p',s',t'=0)}^0(\vec{r}',t) - \sum_{\substack{p \\ -N}}^N \sum_{\substack{s \\ -\infty}}^{\infty} \sum_{\substack{t \\ -\infty}}^{\infty} \left\{ (\nabla\nabla + k^2 \epsilon_0 \mu_0) \times \right. \\ &\times \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\epsilon_{p\phi}}{\epsilon_0} - 1 \right) W_{(p,s,t)}^3(\vec{r}) \bar{E}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) - \\ &\left. - ik\mu_0 \left[\nabla, \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\mu_{p\phi}}{\mu_0} - 1 \right) W_{(p,s,t)}^M(\vec{r}) \bar{H}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \bar{H}_{0(p',s',t'=0)}(\vec{r}',t) &= \frac{(\mu_{p'\phi} + 2\mu_0) + \theta_{1p'}^2 \mu_{p'\phi} + i\theta_{1p'}(\mu_{p'\phi} + 2\mu_0)}{3\mu_0 e^{i\theta_{1p'}}} \times \\ &\times \bar{H}_{(p',s',t'=0)}^0(\vec{r}',t) - \sum_{\substack{p \\ -N}}^N \sum_{\substack{s \\ -\infty}}^{\infty} \sum_{\substack{t \\ -\infty}}^{\infty} \left\{ (\nabla\nabla + k^2 \epsilon_0 \mu_0) \times \right. \\ &\times \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\mu_{p\phi}}{\mu_0} - 1 \right) W_{(p,s,t)}^M(\vec{r}) \bar{H}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) + ik\epsilon_0 \times \\ &\left. \times \left[\nabla, \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\epsilon_{p\phi}}{\epsilon_0} - 1 \right) W_{(p,s,t)}^3(\vec{r}) \bar{E}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) \right] \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times \bar{H}_{(p',s',t'=0)}^0(\vec{r}',t) - \sum_{\substack{p \\ -N}}^N \sum_{\substack{s \\ -\infty}}^{\infty} \sum_{\substack{t \\ -\infty}}^{\infty} \left\{ (\nabla\nabla + k^2 \epsilon_0 \mu_0) \times \right. \\ &\left. (p,s,t) \neq (p',s',t'=0) \right\} \\ &\times \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\mu_{p\phi}}{\mu_0} - 1 \right) W_{(p,s,t)}^M(\vec{r}) \bar{H}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) + \\ &+ ik\epsilon_0 \left[\nabla, \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\epsilon_{p\phi}}{\epsilon_0} - 1 \right) W_{(p,s,t)}^3(\vec{r}) \bar{E}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) \right] \Bigg\}, \\ &0 = \frac{(\epsilon_{p'\phi} + 2\epsilon_0) + \theta_{1p'}^2 \epsilon_{p'\phi} + i\theta_{1p'}(\epsilon_{p'\phi} + 2\epsilon_0)}{3\epsilon_0 e^{i\theta_{1p'}}} \times \\ &\times \bar{E}_{(p',s',t')}^0(\vec{r}',t) - \sum_{\substack{p \\ -N}}^N \sum_{\substack{s \\ -\infty}}^{\infty} \sum_{\substack{t \\ -\infty}}^{\infty} \left\{ (\nabla\nabla + k^2 \epsilon_0 \mu_0) \times \right. \\ &\left. (p,s,t) \neq (p',s',t') \right\} \\ &\times \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\epsilon_{p\phi}}{\epsilon_0} - 1 \right) W_{(p,s,t)}^3(\vec{r}) \bar{E}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) - ik\mu_0 \times \\ &\times \left[\nabla, \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\mu_{p\phi}}{\mu_0} - 1 \right) W_{(p,s,t)}^M(\vec{r}) \bar{H}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) \right] \Bigg\}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} &0 = \frac{(\mu_{p'\phi} + 2\mu_0) + \theta_{1p'}^2 \mu_{p'\phi} + i\theta_{1p'}(\mu_{p'\phi} + 2\mu_0)}{3\mu_0 e^{i\theta_{1p'}}} \times \\ &\times \bar{H}_{(p',s',t')}^0(\vec{r}',t) - \sum_{\substack{p \\ -N}}^N \sum_{\substack{s \\ -\infty}}^{\infty} \sum_{\substack{t \\ -\infty}}^{\infty} \left\{ (\nabla\nabla + k^2 \epsilon_0 \mu_0) \times \right. \\ &\left. (p,s,t) \neq (p',s',t') \right\} \\ &\times \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\mu_{p\phi}}{\mu_0} - 1 \right) W_{(p,s,t)}^M(\vec{r}) \bar{H}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) + ik\epsilon_0 \times \\ &\times \left[\nabla, \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\epsilon_{p\phi}}{\epsilon_0} - 1 \right) W_{(p,s,t)}^3(\vec{r}) \bar{E}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) \right] \Bigg\}, \end{aligned}$$

где для неоднородных уравнений (4)

$$\begin{aligned} \bar{E}_{0(p',s',t'=0)}(\vec{r}',t), & \quad \bar{H}_{0(p',s',t'=0)}(\vec{r}',t), \\ \bar{E}_{(p',s',t'=0)}^0(\vec{r}',t), & \quad \bar{H}_{(p',s',t'=0)}^0(\vec{r}',t) - \end{aligned}$$

поля падающей волны и внутренние поля выделенной сферы, а $\vec{E}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t)$, $\vec{H}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t)$ – внутренние поля всех остальных сфер и изображений.

Для однородных уравнений (5) $\vec{E}_{(p',s',t')}^0(\vec{r}',t)$, $\vec{H}_{(p',s',t')}^0(\vec{r}',t)$ – внутренние поля выделенного изображения, а $\vec{E}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t)$, $\vec{H}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t)$ – внутренние поля остальных сфер и изображений; $k = 2\pi/\lambda$; $\theta_{1p}^2 = k^2 a_p^2 \epsilon_0 \mu_0$; ϵ_0 , μ_0 – проницаемости заполнения волновода вне сфер.

Величины $W_{(p,s,t)}^3(\vec{r}')$, $W_{(p,s,t)}^M(\vec{r}')$, $\epsilon_{pэф}$, $\mu_{pэф}$ имеют вид ($k_1 = k\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$):

$$W_{(p,s,t)}^3(\vec{r}') = \frac{4\pi}{k_1^3} (\sin(k_1 a_p) - k_1 a_p \cos(k_1 a_p)) \frac{e^{-ik_1 r_{(p',s',t'),(p,s,t)}}}{r_{(p',s',t'),(p,s,t)}}$$

$$W_{(p,s,t)}^M(\vec{r}') = -\frac{4\pi}{k_1^3} (\sin(k_1 a_p) - k_1 a_p \cos(k_1 a_p)) \frac{e^{-ik_1 r_{(p',s',t'),(p,s,t)}}}{r_{(p',s',t'),(p,s,t)}}$$

$$\epsilon_{pэф} = \epsilon_p F(k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p}),$$

$$\mu_{pэф} = \mu_p F(k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p}),$$

где

$$F(k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p}) = 2 \left(\sin k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p} - k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p} \cos k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p} \right) \times \left[(k^2 a_p^2 \epsilon_p \mu_p - 1) \sin k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p} + k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p} \cos k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p} \right]^{-1}, \quad (6)$$

(см. [4] и рис. 2).

Первые слагаемые справа в уравнениях (4), (5) связаны с внутренним полем (p', s', t')-сферы или изображения, остальные слагаемые учитывают влияние на (p', s', t')-сферу или изображение всех остальных сфер или изображений.

На рис. 2 представлены особенности поведения $\text{Re} F(\theta)$ (сплошные кривые) и $\text{Im} F(\theta)$ (пунктирные кривые) в зависимости от $\text{Re} \theta$ при разных значениях тангенса угла диэлектрических потерь $\text{tg} \delta_\epsilon$. Здесь $\theta = k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p}$, $\mu_p = 1$.

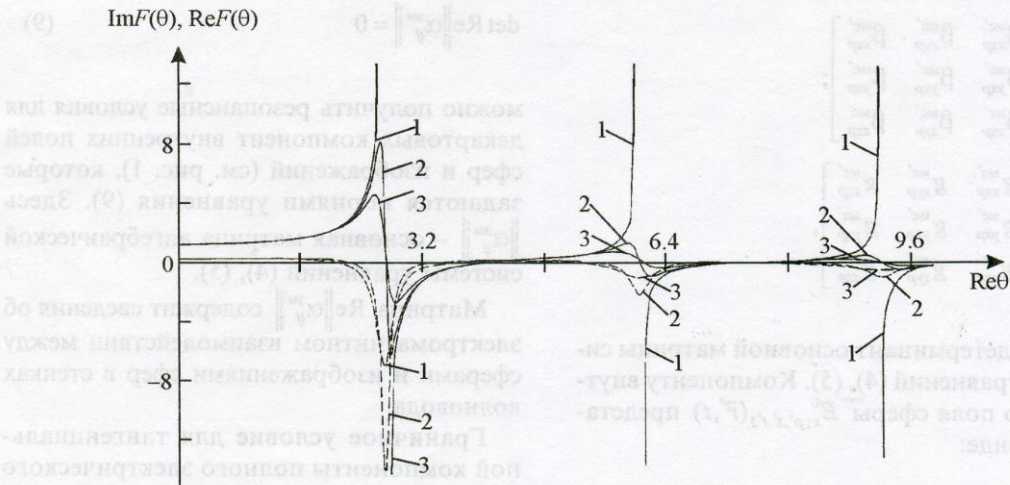


Рис. 2. Функция $F(k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p})$: кривые 1 – $\text{tg} \delta_\epsilon = 0$; кривые 2 – $\text{tg} \delta_\epsilon = 0.05$; кривые 3 – $\text{tg} \delta_\epsilon = 0.1$; $\mu_p = 1$

Рассматриваемая система уравнений состоит из $2(2|N|+1)$ векторных неоднородных уравнений и бесконечного числа векторных однородных уравнений, а ее решение для выделенной сферы или изображения имеет вид:

$$\vec{E}_{(p',s',t')}^0(\vec{r}',t) = \frac{1}{\Delta_{эм}} \sum_p (\hat{g}_p^{эс'} \vec{E}_{0(p,s=0,t=0)}(\vec{r}',t) + \hat{\beta}_p^{эс'} \vec{H}_{0(p,s=0,t=0)}(\vec{r}',t)), \quad (7)$$

$$\vec{H}_{(p',s',t')}^0(\vec{r}',t) = \frac{1}{\Delta_{эм}} \sum_p (\hat{\beta}_p^{мс'} \vec{H}_{0(p,s=0,t=0)}(\vec{r}',t) + \hat{g}_p^{мс'} \vec{E}_{0(p,s=0,t=0)}(\vec{r}',t)),$$

где

$$\hat{g}_p^{эс'} = \begin{bmatrix} g_{xxp}^{эс'} & g_{xyp}^{эс'} & g_{xzp}^{эс'} \\ g_{yxp}^{эс'} & g_{yyp}^{эс'} & g_{yzp}^{эс'} \\ g_{zxp}^{эс'} & g_{zyp}^{эс'} & g_{zyp}^{эс'} \end{bmatrix};$$

$$\hat{\beta}_p^{эс'} = \begin{bmatrix} \beta_{xxp}^{эс'} & \beta_{xyp}^{эс'} & \beta_{xzp}^{эс'} \\ \beta_{yxp}^{эс'} & \beta_{yyp}^{эс'} & \beta_{yzp}^{эс'} \\ \beta_{zxp}^{эс'} & \beta_{zyp}^{эс'} & \beta_{zyp}^{эс'} \end{bmatrix};$$

$$\hat{\beta}_p^{мс'} = \begin{bmatrix} \beta_{xxp}^{мс'} & \beta_{xyp}^{мс'} & \beta_{xzp}^{мс'} \\ \beta_{yxp}^{мс'} & \beta_{yyp}^{мс'} & \beta_{yzp}^{мс'} \\ \beta_{zxp}^{мс'} & \beta_{zyp}^{мс'} & \beta_{zyp}^{мс'} \end{bmatrix};$$

$$\hat{g}_p^{мс'} = \begin{bmatrix} g_{xxp}^{мс'} & g_{xyp}^{мс'} & g_{xzp}^{мс'} \\ g_{yxp}^{мс'} & g_{yyp}^{мс'} & g_{yzp}^{мс'} \\ g_{zxp}^{мс'} & g_{zyp}^{мс'} & g_{zyp}^{мс'} \end{bmatrix},$$

а $\Delta_{эм}$ – детерминант основной матрицы системы уравнений (4), (5). Компоненту внутреннего поля сферы $E_{x(p',s',t')}^0(\vec{r}',t)$ представим в виде:

$$E_{x(p',s',t')}^0(\vec{r}',t) = \frac{1}{\Delta_{эм}} \sum_p [g_{xxp}^{эс'} E_{0x(p,s=0,t=0)}(\vec{r}',t) +$$

$$+ g_{xyp}^{эс'} E_{0y(p,s=0,t=0)}(\vec{r}',t) + g_{xzp}^{эс'} E_{0z(p',s'=0,t'=0)}(\vec{r}',t) + \beta_{xyp}^{эс'} H_{0x(p,s=0,t=0)}(\vec{r}',t) + \beta_{xyp}^{эс'} H_{0y(p,s=0,t=0)}(\vec{r}',t) + \beta_{xyp}^{эс'} H_{0z(p,s=0,t=0)}(\vec{r}',t)].$$

Если электромагнитным взаимодействием системы сфер и волновода можно пренебречь, то выражения для внутреннего поля произвольной сферы в волноводе будут иметь вид:

$$\vec{E}_{(p,s=0,t=0)}^0(\vec{r}',t) = \vec{E}_{0(p,s=0,t=0)}(\vec{r}',t) \times \frac{3\epsilon_0 e^{i\theta_{1p}}}{(\epsilon_{pэф} + 2\epsilon_0) + \theta_{1p}^2 \epsilon_{pэф} + i\theta_{1p}(\epsilon_{pэф} + 2\epsilon_0)}, \quad (8)$$

$$\vec{H}_{(p,s=0,t=0)}^0(\vec{r}',t) = \vec{H}_{0(p,s=0,t=0)}(\vec{r}',t) \times \frac{3\mu_0 e^{i\theta_{1p}}}{(\mu_{pэф} + 2\mu_0) + \theta_{1p}^2 \mu_{pэф} + i\theta_{1p}(\mu_{pэф} + 2\mu_0)}.$$

Из выражения [1]

$$\det \text{Re} \|\alpha_{ij}^{эм}\| = 0 \quad (9)$$

можно получить резонансные условия для декартовых компонент внутренних полей сфер и изображений (см. рис. 1), которые задаются корнями уравнения (9). Здесь $\|\alpha_{ij}^{эм}\|$ – основная матрица алгебраической системы уравнений (4), (5).

Матрица $\text{Re} \|\alpha_{ij}^{эм}\|$ содержит сведения об электромагнитном взаимодействии между сферами и изображениями сфер в стенках волновода.

Граничное условие для тангенциальной компоненты полного электрического поля в волноводе на его внутренней идеальной металлической поверхности S выполняется, если

$$\vec{E}_{\text{грасс}}(\vec{r}, t)|_S = 0, \quad (10)$$

где $\vec{E}_{\text{грасс}}(\vec{r}, t)$ – тангенциальная составляющая поля, рассеянного сферами, на поверхности волновода [2]. Из условия (10) вытекает предположение, что в прямоугольном волноводе внутренние поля сфер и их собственных зеркальных изображений одинаковы.

Для случая, когда все сферы в волноводе одинаковы, порядок уравнения (9) определяется порядком матрицы $\text{Re}\|\alpha_{ij}^{3M}\|$, который равен $6(2|N|+1)$, где $(2|N|+1)$ – число сфер (1).

Если в волноводе, кроме одинаковых резонансных сфер с действительными проницаемостями ϵ_p, μ_p , есть еще и нерезонансные сферы, то резонансные условия находят из уравнения (9), разрешив его относительно функции $F(ka_p\sqrt{\epsilon_p\mu_p})$, (6), связанной с резонирующими сферами и их изображениями.

Порядок уравнения (9) можно понизить, если в матрице $\text{Re}\|\alpha_{ij}^{3M}\|$ элементы, связанные с оператором rot в уравнениях (4), (5), положить равными нулю в силу их малости при резонансе. Тогда (9) распадается на два независимых уравнения:

$$\det \text{Re}\|\alpha_{ij}^M\| = 0, \quad \det \text{Re}\|\alpha_{ij}^3\| = 0, \quad (11)$$

где матрицы $\|\alpha_{ij}^M\|$ и $\|\alpha_{ij}^3\|$ связаны соответственно с магнитным и электрическим внутренними полями сфер и изображений. При этом упрощении могут теряться некоторые сведения о тонкой резонансной структуре внутреннего поля сфер и их изображений. Можно понизить порядок уравнений (9), (11), выбрав соответствующее расположение сфер в волноводе.

Если электромагнитным взаимодействием в структуре сфер и волновода можно пренебречь, то условия для резонансов внутреннего электрического и внутреннего

магнитного полей произвольной p -й сферы имеют вид:

$$F(ka_p\sqrt{\epsilon_p\mu_p}) = -\frac{2\epsilon_0(\cos\theta_{1p} + \theta_{1p}\sin\theta_{1p})}{\epsilon_p[(1+\theta_{1p}^2)\cos\theta_{1p} + \theta_{1p}\sin\theta_{1p}]}, \quad (12)$$

$$F(ka_p\sqrt{\epsilon_p\mu_p}) = -\frac{2\mu_0(\cos\theta_{1p} + \theta_{1p}\sin\theta_{1p})}{\mu_p[(1+\theta_{1p}^2)\cos\theta_{1p} + \theta_{1p}\sin\theta_{1p}]}.$$

Волноводные структурные функции электромагнитного взаимодействия. Построим структурные функции электромагнитного взаимодействия для системы одинаковых сфер с действительными значениями проницаемостей ϵ_p, μ_p , находящихся в прямоугольном волноводе.

Воспользуемся резонансными условиями для внутренних полей сфер системы. Резонансные условия для компонент по осям x, y, z внутренних магнитного, $\epsilon(M)$, и электрического, $\epsilon(m)$, полей сфер представим, найдя корни уравнения (9), в виде $(i, k = x, y, z)$:

$$F_{\text{pik}}^{\epsilon(M)}(ka_p\sqrt{\epsilon_p\mu_p}) = f_{\text{pik}}^{\epsilon(M)}(\vec{r}_{\text{cc}'}), \quad (13)$$

$$F_{\text{pik}}^{\epsilon(m)}(ka_p\sqrt{\epsilon_p\mu_p}) = f_{\text{pik}}^{\epsilon(m)}(\vec{r}_{\text{cc}'}).$$

Здесь $f_{\text{pik}}^{\epsilon(M)}(\vec{r}_{\text{cc}'})$ и $f_{\text{pik}}^{\epsilon(m)}(\vec{r}_{\text{cc}'})$ – функции, зависящие от топологической структуры системы сфер и их зеркальных изображений, радиуса сфер, проницаемостей материала сфер, длины рассеиваемой волны; $F_{\text{pik}}^{\epsilon(M)}(ka_p\sqrt{\epsilon_p\mu_p})$ и $F_{\text{pik}}^{\epsilon(m)}(ka_p\sqrt{\epsilon_p\mu_p})$ даются выражением (6) (рис. 2).

Для свободной сферы резонансные условия для всех компонент внутренних полей (13) совпадают, представим их в виде $(\theta_{1p} \ll 1)$:

$$F_0^M(k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p}) = -\frac{2\mu_0 (1 + \theta_{1p}^2)}{\mu_p (1 + 2\theta_{1p}^2)}, \quad (14)$$

$$F_0^E(k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p}) = -\frac{2\epsilon_0 (1 + \theta_{1p}^2)}{\epsilon_p (1 + 2\theta_{1p}^2)}.$$

Вычтем из левой и правой частей выражений (13) соответственно левую и правую части выражений (14). Тогда для внутренних резонансов сфер магнитного типа получим:

$$F_{\text{pik}}^{\text{э}(\text{М})}(k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p}) - F_0^M(k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p}) = \frac{2\mu_0 (1 + \theta_{1p}^2)}{\mu_p (1 + 2\theta_{1p}^2)} + f_{\text{pik}}^{\text{э}(\text{М})}(\vec{r}_{\text{cc}'}), \quad (15)$$

а для внутренних резонансов сфер электрического типа найдем:

$$F_{\text{pik}}^{\text{э}(\text{Э})}(k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p}) - F_0^E(k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p}) = \frac{2\epsilon_0 (1 + \theta_{1p}^2)}{\epsilon_p (1 + 2\theta_{1p}^2)} + f_{\text{pik}}^{\text{э}(\text{Э})}(\vec{r}_{\text{cc}'}). \quad (16)$$

Проведенная операция вычитания позволяет выделить составляющие, которые вызывают смещение резонансных условий (13) по отношению к условиям (14) для свободной сферы.

Правые части выражений (15), (16)

$$\Phi_{\text{pik}}^{\text{э}(\text{М})}(\vec{r}_{\text{cc}'}') = \frac{2\mu_0 (1 + \theta_{1p}^2)}{\mu_p (1 + 2\theta_{1p}^2)} + f_{\text{pik}}^{\text{э}(\text{М})}(\vec{r}_{\text{cc}'}'), \quad (17)$$

$$\Phi_{\text{pik}}^{\text{э}(\text{Э})}(\vec{r}_{\text{cc}'}') = \frac{2\epsilon_0 (1 + \theta_{1p}^2)}{\epsilon_p (1 + 2\theta_{1p}^2)} + f_{\text{pik}}^{\text{э}(\text{Э})}(\vec{r}_{\text{cc}'}')$$

назовем компонентами волноводных структурных функций электромагнитного взаимодействия магнитного и электрического типов.

Функции (17) описывают электромагнитное взаимодействие в структуре, состоящей из волновода и системы магнитоэлектрических сфер.

Введем волноводные структурные функции электромагнитного взаимодействия магнитного и электрического типов для выделенной сферы в волноводе в виде тензорных функций вида (17):

$$\hat{\Phi}_p^{\text{э}(\text{М})}(\vec{r}_{\text{cc}'}') = \frac{2\mu_0 (1 + \theta_{1p}^2)}{\mu_p (1 + 2\theta_{1p}^2)} \hat{I} + \hat{f}_p^{\text{э}(\text{М})}(\vec{r}_{\text{cc}'}') = \begin{pmatrix} \Phi_{\text{pxx}}^{\text{э}(\text{М})}(\vec{r}_{\text{cc}'}') & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_{\text{pyy}}^{\text{э}(\text{М})}(\vec{r}_{\text{cc}'}') & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_{\text{pzz}}^{\text{э}(\text{М})}(\vec{r}_{\text{cc}'}') \end{pmatrix}, \quad (18)$$

$$\hat{\Phi}_p^{\text{э}(\text{Э})}(\vec{r}_{\text{cc}'}') = \frac{2\epsilon_0 (1 + \theta_{1p}^2)}{\epsilon_p (1 + 2\theta_{1p}^2)} \hat{I} + \hat{f}_p^{\text{э}(\text{Э})}(\vec{r}_{\text{cc}'}') = \begin{pmatrix} \Phi_{\text{pxx}}^{\text{э}(\text{Э})}(\vec{r}_{\text{cc}'}') & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_{\text{pyy}}^{\text{э}(\text{Э})}(\vec{r}_{\text{cc}'}') & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_{\text{pzz}}^{\text{э}(\text{Э})}(\vec{r}_{\text{cc}'}') \end{pmatrix}.$$

Построенные структурные функции (18) зависят от проницаемостей ϵ_p , μ_p резонансных сфер. Функции, не зависящие от проницаемостей резонансных сфер, получим, если в уравнении (9) пренебрежем слагаемыми, связанными с оператором rot в уравнениях (4), (5), вклад которых при резонансе мал, и воспользуемся уравнениями (11). Для этого случая условия (15), (16) представим в виде:

$$F_{\text{pik}}^M(k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p}) - F_0^M(k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p}) = \frac{\mu_0}{\mu_p} \left[\frac{3 + 4\theta_{1p}^2}{1 + 2\theta_{1p}^2} + f_{\text{pik}}^M(\vec{r}_{\text{cc}'}') \right], \quad (19)$$

$$F_{\text{pik}}^E(k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p}) - F_0^E(k a_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p}) = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_p} \left[\frac{3 + 4\theta_{1p}^2}{1 + 2\theta_{1p}^2} + f_{\text{pik}}^E(\vec{r}_{\text{cc}'}') \right],$$

а функции (17) приобретают вид:

$$\Phi_{pik}^M(\vec{r}_{cc'}) = \frac{3 + 4\theta_{1p}^2}{1 + 2\theta_{1p}^2} + f_{pik}^M(\vec{r}_{cc'}), \quad (20)$$

$$\Phi_{pik}^3(\vec{r}_{cc'}) = \frac{3 + 4\theta_{1p}^2}{1 + 2\theta_{1p}^2} + f_{pik}^3(\vec{r}_{cc'}).$$

В результате функции (18) преобразуются к виду:

$$\hat{\Phi}_p^M(\vec{r}_{cc'}) = \frac{3 + 4\theta_{1p}^2}{1 + 2\theta_{1p}^2} \hat{I} + \hat{f}_p^M(\vec{r}_{cc'}) = \begin{pmatrix} \Phi_{pxx}^M(\vec{r}_{cc'}) & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_{pyy}^M(\vec{r}_{cc'}) & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_{pzz}^M(\vec{r}_{cc'}) \end{pmatrix}, \quad (21)$$

$$\hat{\Phi}_p^3(\vec{r}_{cc'}) = \frac{3 + 4\theta_{1p}^2}{1 + 2\theta_{1p}^2} \hat{I} + \hat{f}_p^3(\vec{r}_{cc'}) = \begin{pmatrix} \Phi_{pxx}^3(\vec{r}_{cc'}) & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_{pyy}^3(\vec{r}_{cc'}) & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_{pzz}^3(\vec{r}_{cc'}) \end{pmatrix}.$$

В волноводные структурные функции (18), (21) входят решеточные знакопеременные тройные суммы с бесконечными пределами суммирования, которые можно сопоставлять с аналогичными решеточными тройными суммами Эвальда для бесконечных кристаллических решеток [5]. Численный анализ показывает, что эти решеточные суммы условно сходящиеся, что не противоречит изложенному в [3, с. 140].

Потенциалы Герца рассеянного в волноводе поля представим в виде суперпозиции потенциалов Герца отдельных сфер и их зеркальных изображений в стенках волновода в виде [2]:

$$\bar{\Pi}^3(\vec{r}, t) = \sum_{-N}^N \sum_{-s}^{\infty} \sum_{-t}^{\infty} \frac{1}{k_1^3} (\sin(k_1 a_p) - k_1 a_p \cos(k_1 a_p)) \times \left(\frac{\epsilon_{p\phi} - 1}{\epsilon_0} - 1 \right) \bar{E}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}', t) \frac{e^{-ik_1 r_{(p,s,t)}}}{r_{(p,s,t)}}, \quad (22)$$

$$\bar{\Pi}^M(\vec{r}, t) = - \sum_{-N}^N \sum_{-s}^{\infty} \sum_{-t}^{\infty} \frac{1}{k_1^3} (\sin(k_1 a_p) - k_1 a_p \cos(k_1 a_p)) \times \left(\frac{\mu_{p\phi} - 1}{\mu_0} - 1 \right) \bar{H}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}', t) \frac{e^{-ik_1 r_{(p,s,t)}}}{r_{(p,s,t)}}.$$

Здесь $r_{(p,s,t)} = \sqrt{(x-x_{p,s})^2 + (y-y_{p,t})^2 + (z-z_p)^2}$, где (x, y, z) – координаты точки наблюдения рассеянного поля вне сфер в волноводе; $(x_{p,s}, y_{p,t}, z_p)$ – координаты центра рассеивающей сферы или зеркального изображения, которые задаются представлением (1).

Выражения для потенциалов Герца (22) можно использовать для изучения систем рассеивателей в волноводе, состоящих из магнитодиэлектрических и металлических сфер.

Волноводные магнитная и электрическая структурные функции взаимодействия сферы с волноводом. Одиночной сфере с радиусом a и действительными проницаемостями ϵ, μ в прямоугольном волноводе соответствует модель плоской решетки ($p=0, s, t$) (рис. 3).

Внутренние поля сферы и изображений решетки полагаем одинаковыми.

Построим волноводные функции вида (21), используя уравнения (11). Для рассматриваемого случая матрица $\text{Re} \|\alpha_{ij}^{3M}\|$ (11) имеет вид:

$$\text{Re} \|\alpha_{ij}^{3M}\| = \begin{pmatrix} \Psi_{xx}^{30'} + \Psi_{xx}' & \Psi_{xy}' & 0 \\ \Psi_{yx}' & \Psi_{yy}^{30'} + \Psi_{yy}' & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_{zz}^{30'} + \Psi_{zz}' \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Элементы, входящие в матрицу (23), представим как $(x_{p,s} = x_s; y_{p,t} = y_t; x_{p,s=0} = x_{s=0}; y_{p,t=0} = y_{t=0})$

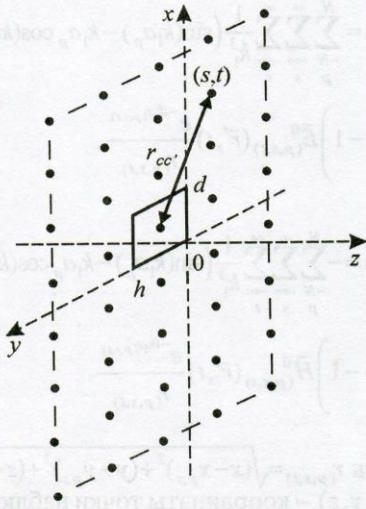


Рис. 3. Плоская решетка узлов ($p = 0, s, t$)

$$\begin{aligned} (\Psi_{xx}^{30'} + \Psi_{xx}^{3'}) &= A_{\epsilon}^{0'} - A_{\epsilon} \tau_{xx}^{3'}, \\ (\Psi_{yy}^{30'} + \Psi_{yy}^{3'}) &= A_{\epsilon}^{0'} - A_{\epsilon} \tau_{yy}^{3'}, \\ (\Psi_{zz}^{30'} + \Psi_{zz}^{3'}) &= A_{\epsilon}^{0'} - A_{\epsilon} \tau_{zz}^{3'}, \\ \Psi_{xy}^{3'} &= \Psi_{yx}^{3'} = -A_{\epsilon} \tau_{xy}^{3'}. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь

$$\tau_{xx}^{3'} = B \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{t=-\infty}^{\infty} (c_{xx} \cos(k_1 r_{cc'}) + a_{xx} \sin(k_1 r_{cc'})), \quad (s, t) \neq (s' = 0, t' = 0)$$

$$\tau_{yy}^{3'} = B \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{t=-\infty}^{\infty} (c_{yy} \cos(k_1 r_{cc'}) + a_{yy} \sin(k_1 r_{cc'})), \quad (s, t) \neq (s' = 0, t' = 0)$$

$$\tau_{zz}^{3'} = B \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{t=-\infty}^{\infty} (c_{zz} \cos(k_1 r_{cc'}) + a_{zz} \sin(k_1 r_{cc'})), \quad (s, t) \neq (s' = 0, t' = 0)$$

$$\tau_{xy}^{3'} = B \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{t=-\infty}^{\infty} (c_{xy} \cos(k_1 r_{cc'}) + a_{xy} \sin(k_1 r_{cc'})), \quad (s, t) \neq (s' = 0, t' = 0)$$

$$k = 2\pi/\lambda, \quad k_1^2 = k^2 \epsilon_0 \mu_0, \quad A_{\epsilon} = \left(\frac{\epsilon_{\text{эф}}}{\epsilon_0} - 1 \right),$$

$$B = \frac{1}{k_1^3} (\sin(k_1 a) - k_1 a \cos(k_1 a)), \quad \theta_1^2 = k^2 a^2 \epsilon_0 \mu_0,$$

$$A_{\epsilon}^{0'} = \frac{(\epsilon_{\text{эф}} + 2\epsilon_0) + \theta_1^2 \epsilon_{\text{эф}} + \theta_1^2 (\epsilon_{\text{эф}} + 2\epsilon_0)}{3\epsilon_0},$$

$$a_{xx} = k_1 \frac{|3(x_{s'=0} - x_s)^2 - r_{cc'}^2|}{r_{cc'}^4},$$

$$c_{xx} = \frac{1}{r_{cc'}^2} k_1^2 + \left| \frac{3(x_{s'=0} - x_s)^2 - r_{cc'}^2}{r_{cc'}^5} - k_1^2 \frac{(x_{s'=0} - x_s)^2}{r_{cc'}^3} \right|,$$

$$a_{yy} = k_1 \frac{|3(y_{t'=0} - y_t)^2 - r_{cc'}^2|}{r_{cc'}^4},$$

$$c_{yy} = \frac{1}{r_{cc'}^2} k_1^2 + \left| \frac{3(y_{t'=0} - y_t)^2 - r_{cc'}^2}{r_{cc'}^5} - k_1^2 \frac{(y_{t'=0} - y_t)^2}{r_{cc'}^3} \right|,$$

$$a_{zz} = k_1 \left| -\frac{1}{r_{cc'}^2} \right|, \quad c_{zz} = \frac{1}{r_{cc'}^2} k_1^2 + \left| -\frac{1}{r_{cc'}^3} \right|,$$

$$a_{xy} = k_1 \frac{3(x_{s'=0} - x_s)(y_{t'=0} - y_t)}{r_{cc'}^4},$$

$$c_{xy} = \left| \frac{3(x_{s'=0} - x_s)(y_{t'=0} - y_t)}{r_{cc'}^5} - \right.$$

$$\left. -k_1^2 \frac{(x_{s'=0} - x_s)(y_{t'=0} - y_t)}{r_{cc'}^3} \right|,$$

$$r_{cc'} = \sqrt{(x_{s'=0} - x_s)^2 + (y_{t'=0} - y_t)^2}.$$

Воспользовавшись выражениями (19) и (20), получим компоненты волновой тензорной функции $\Phi_p^3(\vec{r}_{cc'})$ для сферы в волноводе в виде:

$$\begin{aligned} \Phi_{pxx}^3(\vec{r}_{cc'}) &= \frac{3+4\theta_1^2}{1+2\theta_1^2} - \\ & \frac{\alpha_0(\alpha_{xx} + \alpha_{yy}) - \alpha_0 \sqrt{(\alpha_{xx} - \alpha_{yy})^2 + 4\tau_{xy}'^2}}{2(\alpha_{xx}\alpha_{yy} - \tau_{xy}'^2)}, \\ \Phi_{pyy}^3(\vec{r}_{cc'}) &= \frac{3+4\theta_1^2}{1+2\theta_1^2} - \\ & \frac{\alpha_0(\alpha_{xx} + \alpha_{yy}) - \alpha_0 \sqrt{(\alpha_{xx} - \alpha_{yy})^2 + 4\tau_{xy}'^2}}{2(\alpha_{xx}\alpha_{yy} - \tau_{xy}'^2)}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{pzz}^3(\vec{r}_{cc'}) &= \frac{3+4\theta_1^2}{1+2\theta_1^2} - \frac{3+4\theta_1^2}{1+2\theta_1^2 - 3\tau_{zz}'^2} \approx \\ & \approx 3 - \frac{3}{1-3\tau_{zz}'^2} \approx -9\tau_{zz}'^2, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_{xx} &= \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\theta_1^2 - \tau_{xx}'^2, & \alpha_{yy} &= \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\theta_1^2 - \tau_{yy}'^2, \\ \alpha_0 &= 1 + \frac{4}{3}\theta_1^2. \end{aligned}$$

Рассматривая величины $\tau_{xx}'^2$, $\tau_{yy}'^2$, $\tau_{zz}'^2$, $\tau_{xy}'^2$ как малые параметры, выражения (25) можно представить в виде:

$$\Phi_{pxx}^3(\vec{r}_{cc'}) \approx -9\tau_{xx}'^2,$$

$$\Phi_{pyy}^3(\vec{r}_{cc'}) \approx -9\tau_{yy}'^2,$$

$$\Phi_{pzz}^3(\vec{r}_{cc'}) \approx -9\tau_{zz}'^2.$$

Если в выражениях (24) устремить длину волны $\lambda \rightarrow \infty$, получим:

$$\tau_{xx}'^2 = \frac{a^3}{3} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{t=-\infty}^{\infty} \frac{|3(x_{s'} - x_s)^2 - r_{cc'}^2|}{r_{cc'}^5},$$

$(s, t) \neq s' = 0, t' = 0$

$$\tau_{yy}'^2 = \frac{a^3}{3} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{t=-\infty}^{\infty} \frac{|3(y_{t'} - y_t)^2 - r_{cc'}^2|}{r_{cc'}^5},$$

$(s, t) \neq s' = 0, t' = 0$

$$\tau_{zz}'^2 = \frac{a^3}{3} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{t=-\infty}^{\infty} \frac{1}{r_{cc'}^3},$$

$(s, t) \neq s' = 0, t' = 0$

$$\tau_{xy}'^2 = \frac{a^3}{3} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{t=-\infty}^{\infty} \frac{3(x_{s'} - x_s)(y_{t'} - y_t)}{r_{cc'}^5},$$

$(s, t) \neq s' = 0, t' = 0$

Компоненты тензорной функции $\hat{\Phi}_p^m(\vec{r}_{cc'})$ (21) можно найти из (25), заменив знак величин $\tau_{xx}'^2$, $\tau_{yy}'^2$, $\tau_{zz}'^2$, $\tau_{xy}'^2$ на противоположный.

Из анализа выражений (25) вытекает, что когда длина рассеиваемой волны соизмерима с постоянными плоской решетки, $\lambda \sim d, h$, в волноводе возникают структурные резонансы электромагнитного взаимодействия сферы и волновода магнитного и электрического типов. Волноводные структурные резонансы магнитного и электрического типов одновременно сосуществуют в волноводе и имеют практически одинаковые резонансные значения длин волн, зависящие от геометрии волновода, положения сферы в нем и радиуса рассеивателя. Каждый тип волноводных структурных резонансов оказывает влияние только на аналогичный по типу внутренний резонанс магнитоэлектрической сферы в волноводе. Возможен физический эффект совмещения волноводных структурных резонансов с внутренними резонансами сфер для усиления их влияния на тонкую структуру последних.

Экспериментальная оценка значений волноводных структурных функций. Резонансные условия для компонент x, y, z внутренних полей выделенной сферы (7) представим через волноводные структурные функции (20), (21) в виде:

$$F_{pik}^m(ka_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p}) = -\frac{\mu_0}{\mu_p} \left[\frac{2(1 + \theta_{1p}^2)}{1 + 2\theta_{1p}^2} - \Phi_{pik}^m(\vec{r}_{cc'}) \right], \quad (26)$$

$$F_{pik}^e(ka_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p}) = -\frac{\epsilon_0}{\epsilon_p} \left[\frac{2(1 + \theta_{1p}^2)}{1 + 2\theta_{1p}^2} - \Phi_{pik}^e(\vec{r}_{cc'}) \right].$$

Анализ выражений (25) и резонансных условий (26) показывает, что компоненты внутреннего поля сфер в волноводе (7) по осям системы координат x, y, z , рис. 1, имеют разные резонансные условия, что приводит к возникновению тонкой резонансной структуры внутреннего поля сфер и расщеплению резонансных кривых, характеризующих это поле. Экспериментальные исследования тонкой структуры приведены в [6].

Существуют сложности при вычислении или оценке значений решеточных знакопеременных тройных сумм с бесконечными пределами суммирования, содержащихся в (18), (21). В работе [4] такие суммы приближенно заменяются интегралами, но при такой замене возникает ошибка, величина которой неизвестна. В связи с этим определен интерес представляет разработка способов нахождения значений решеточных тройных сумм. Один из способов может быть экспериментальным.

Анализируя результаты, полученные в данной работе, можно прийти к выводу, что если экспериментально найти резонансные значения функций $F_{pik}^{e(m)}(ka_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p})$, $F_{pik}^{e(s)m}(ka_p \sqrt{\epsilon_p \mu_p})$, (13), используя тонкую структуру внутреннего поля сфер в волноводе, то можно из (15), (16) определить значения функций $\Phi_{pik}^{e(m)}(\vec{r}_{cc'})$, $\Phi_{pik}^{e(s)m}(\vec{r}_{cc'})$, (17), (18), в которые входят решеточные суммы, и произвести экспериментальную оценку значений этих сумм [2, 6, 7].

Выводы

В работе рассмотрен новый способ построения функций для описания электромагнитного взаимодействия в структуре,

состоящей из системы магнитоэлектрических сфер и волновода. Введено представление о волноводных структурных функциях электромагнитного взаимодействия магнитного и электрического типов. На примере магнитоэлектрической сферы в волноводе рассмотрены некоторые свойства волноводных структурных функций и волноводных структурных резонансов, а также влияние последних на внутренние резонансы сферы. Предложен новый – экспериментальный – способ оценки значений волноводных структурных функций.

Литература

1. А. И. Козарь. Радиопизика и электроника. 2002, 7, спец. выпуск, с. 183-189.
2. А. И. Козарь. Радиотехника. Харьков. Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2002, вып. 125, с. 78-86.
3. Н. А. Хижняк. Интегральные уравнения макроскопической электродинамики. Киев, Наукова думка, 1986, 279 с.
4. Л. Левин. Современная теория волноводов. Москва, ИЛ, 1954, 216 с.
5. М. Борн, Хуан Кунь. Динамическая теория кристаллических решеток. Москва, ИЛ, 1958, 488 с.
6. А. И. Козарь, Н. А. Хижняк. Радиотехника. Харьков. Республ. межвед. научн.-техн. сб. 1970, вып. 14, с. 118-128.
7. А. И. Козарь. Радиотехника. Харьков. Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2002, 7, вып. 130, с. 42-53.

Generation of Electromagnetic Coupling Structure Functions for Rectangular Waveguides Containing Resonant Magnetodielectric Spheres

A. I. Kozar

A mode of generation of structure functions of electromagnetic coupling of a system of resonant magnetodielectric spheres with a rectangular waveguide is considered. The expressions for waveguide tensor functions of electromagnetic (electric and magnetic modes) coupling for a system of spheres in a waveguide is obtained. The obtained expressions have been analyzed.