

## Эффект резонансного поглощения энергии в многомодовых волноводно-диэлектрических резонаторах

Л. Б. Минакова, Л. А. Рудь<sup>1</sup>

*Харьковская государственная академия городского хозяйства,  
Украина, 61002, г. Харьков, ул. Революции, 12*

<sup>1</sup>*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины,  
Украина, 61085, г. Харьков, ул. Академика Проскуры, 12  
E-mail: [rud@ire.kharkov.ua](mailto:rud@ire.kharkov.ua)*

*Статья поступила в редакцию 19 января 2004 г.*

На основе строгой численной и адекватной качественной модели построена теория резонансного поглощения энергии в волноводно-диэлектрических резонаторах с потерями. Обнаружен эффект полного поглощения мощности  $H_{10}$ -волны, набегавшей на прямоугольный диэлектрический стержень в прямоугольном волноводе, на частоте, близкой к частоте вырождения двух собственных высших колебаний стержня, обладающих разной симметрией и близкими добротностями.

Базуючись на строгій чисельній та адекватній якісній моделі побудовано теорію резонансного поглинання енергії у хвилеводно-діелектричних резонаторах з втратами. Виявлено ефект повного поглинання потужності  $H_{10}$ -хвилі, що набігає на прямокутний діелектричний стрижень у прямокутному хвилеводі, на частоті, близькій до частоти виродження двох власних вищих коливань стрижня, що мають різну симетрію і близькі добротності.

### 1. Введение

Волноводные резонансные системы, частично заполненные диэлектриком, широко используются в современной технике СВЧ в качестве резонаторов, фильтров, фазовращателей, поглощающих нагрузок и т. д. Так как использование резонансных систем с частичным заполнением реальными диэлектриками неизбежно сопровождается поглощением электромагнитной энергии в заполняющем материале, это вызывает необходимость строгого учета потерь в диэлектрике и исследования влияния потерь на резонансные свойства электродинамических систем.

Влияние потерь на резонансные свойства волноводно-диэлектрических резонаторов

(ВДР) различных типов рассматривалось в [1, 2]. В работе [1] описаны характерные особенности резонансного поглощения в некоторых типах ВДР с запертыми связями, или работающих на высших запертых модах. Эти особенности обнаружены в результате совместного анализа спектральных и дифракционных характеристик ВДР. При этом в [1] получены эмпирические формулы, позволяющие оценить значения отраженной, прошедшей и поглощаемой мощности в зависимости от соотношения между тангенсом угла диэлектрических потерь и добротностью свободного колебания ВДР. Из них следует, что максимум поглощения на уровне половины подводимой мощности может достигаться лишь при определенных условиях. В отличие от [1] в работе [2] нет



каких-либо аналитических зависимостей, позволяющих выяснить условия максимального поглощения падающей волны.

В [3] построена теория возбуждения резонатора с потерями, нагруженного на один волновод. Эта теория основана на знании характеристик свободного колебания резонатора с потерями как в отсутствие, так и при наличии связи. В [3] показано, что при критической связи должно наблюдаться полное поглощение подводимой мощности на резонансной частоте. Аналогичный вывод сделан и в работе [4] с использованием другого подхода к качественному анализу подобной задачи.

Вопрос о практически полном поглощении энергии в системах, состоящих из двух и более последовательно включенных ВДР, исследовался в работах [5, 6]. При этом в [6] была предложена качественная модель, достоверно описывающая эффект резонансного поглощения энергии в одиночных ВДР. С ее помощью удалось спроектировать фильтры, полностью поглощающие подводимую мощность на заданной частоте. В отличие от [5, 6] в настоящей работе представлено исследование возможности достижения полного поглощения в одиночных ВДР.

## 2. Теория поглощения в одномодовом ВДР

В работе [6] построены две качественные модели одиночных ВДР с потерями, отличающиеся способом "управления" характеристиками рассеяния и поглощения, которое осуществляется или за счет изменения связи ВДР с подводными волноводами, или за счет выбора параметров заполняющего резонатор диэлектрика.

Теория резонансного поглощения в ВДР с изменяемыми диэлектрическими потерями [6] основана на знании собственной комплексной частоты  $s$ -го затухающего во времени свободного колебания резонатора в отсутствие заполнения  $\omega_s = \omega'_s - i\omega''_s$ . Считается, что в комплексной плоскости  $\omega$  эта частота достаточно удалена от частот других колебаний и от критических частот волн

подводящего волновода. Далее полагается, что при введении потерь эта собственная частота изменяется как

$$\tilde{\omega}_s = \tilde{\omega}'_s - i\tilde{\omega}''_s = (1 + \alpha)\omega'_s - i(1 + \beta)\omega''_s,$$

здесь  $\alpha\omega'_s$  – смещение частоты, а  $\beta\omega''_s$  – дополнительное затухание, обусловленное введением диэлектрических потерь в заполнение резонатора с фиксированными потерями на связь, т. е. с фиксированной геометрией резонатора и диэлектрической проницаемостью материала заполнения. При таком подходе параметр  $\beta$  уместно называть коэффициентом потерь. В данном случае выражения, описывающие мощности отраженной  $W_R$  и прошедшей  $W_T$  волн, а также поглощаемую в резонаторе мощность  $W_L$ , принимают вид [6]:

$$W_R = \frac{1}{(1 + \beta)^2(\xi^2 + 1)}, \quad (1)$$

$$W_T = \frac{\xi^2(1 + \beta)^2 + \beta^2}{(1 + \beta)^2(\xi^2 + 1)}, \quad (2)$$

$$W_L = \frac{2\beta}{(1 + \beta)^2(\xi^2 + 1)}. \quad (3)$$

Здесь  $\xi = \frac{\omega - (1 + \alpha)\omega'_s}{(1 + \beta)\omega''_s} = 2\tilde{Q}_s \frac{\omega - \tilde{\omega}'_s}{\tilde{\omega}''_s}$  – параметр расстройки резонатора,  $\tilde{Q}_s = \frac{\tilde{\omega}'_s}{2\tilde{\omega}''_s}$  – нагруженная добротность  $s$ -го свободного колебания резонатора, которая связана с собственной ( $Q_{s,int} = \omega'_s/2\omega''_s$ ) и радиационной ( $Q_{s,rad}$ ) добротностями соотношением  $(1 + \alpha)\tilde{Q}_s^{-1} = Q_{s,rad}^{-1} + Q_{s,int}^{-1}$ , где  $Q_{s,rad}^{-1} = \beta Q_{s,int}^{-1}$ . Полученные представления (1) – (3) удовлетворяют закону сохранения энергии:  $W_L + W_R + W_T = 1$ .



Анализ зависимостей (1) – (3) позволяет сделать вывод о том, что на резонансной частоте ( $\xi = 0$ ) и при критических потерях ( $\beta = 1$ ) в ВДР поглощается 50 % подводимой мощности, а оставшаяся половина по-прежнему распределяется между отраженной и прошедшей волнами. Таким образом, полученные соотношения (1) – (3) связывают дифракционные и поглощающие свойства резонатора с характеристиками его собственного “рабочего” колебания в отсутствие и при наличии потерь на поглощение в заполняющей среде. Следует заметить, что приближенные формулы (1) – (3) не справедливы в окрестности частоты отсечки основной волны подводящих волноводов.

### 3. Многомодовые ВДР

Вопрос о том, возможно ли добиться эффекта полного резонансного поглощения в одиночных ВДР, ранее не исследовался. Можно лишь отметить, что тривиальный результат получается, если одномодовый ВДР возбуждать двумя синфазными (в случае симметричных колебаний) или противофазными (в случае антисимметричных колебаний) волнами равной амплитуды, набегающими на резонатор из двух плеч одновременно. Эти ситуации полностью описываются теорией [3], когда на резонансной частоте наблюдается полное поглощение.

Полное поглощение оказывается возможным также в случае ВДР, работающих в многомодовом режиме. Ниже в качестве примера рассмотрен ВДР в виде прямоугольного диэлектрического стержня, расположенного параллельно узким стенкам прямоугольного волновода (рис. 1). Строгие решения спектральной и дифракционной задач для такой структуры описаны в работах [7, 8].

Будем использовать величину  $\kappa = \omega a / 2\pi c$ , где  $a$  – расстояние между стенками волновода,  $c$  – скорость света в свободном пространстве, как частотный параметр задачи. Спектральная задача рассматривалась для  $H_{m0n}$ -колебаний с комплексными частотами  $\kappa_{m0n} = \kappa'_{m0n} + i\kappa''_{m0n}$ ,  $\kappa''_{m0n} \leq 0$ , где  $m$  –

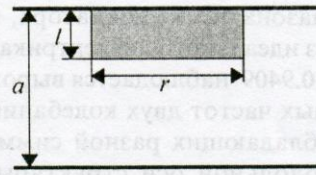


Рис. 1. Продольное сечение ВДР, построенного на отрезке частично заполненного прямоугольного волновода

число вариаций поля вдоль широкой стенки,  $n$  – вдоль продольной оси волновода; принималась зависимость от времени в виде  $\exp(-i\omega t)$ . В общем случае величина  $\kappa''_{m0n}$  определяется как потерями на поглощение, так и потерями на излучение в полубесконечные волноводы, на которые нагружен ВДР.

На рис. 2 представлено расположение собственных частот в комплексной плоскости  $\kappa$  для диэлектрического стержня, прижатого к узкой стенке волновода. При выбранных параметрах задачи в объеме ВДР может существовать пять  $H_{m0n}$ -колебаний в верхней части рассматриваемого частот-

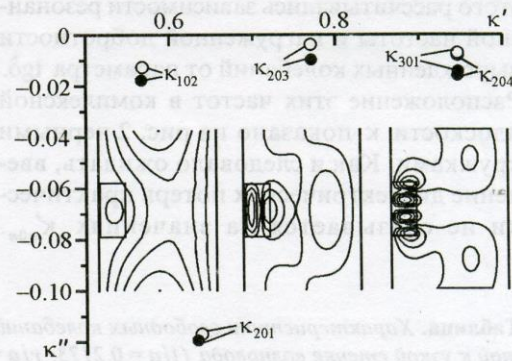


Рис. 2. Собственные частоты  $H_{m0n}$ -колебаний пластины с  $\epsilon = 15$ ,  $l/a = 0.2173$ ,  $r/a = 0.51425$  и структура полей свободных  $H_{201}$ ,  $H_{301}$ - и  $H_{204}$ -колебания. Здесь белыми кружками обозначены значения собственных частот в отсутствие заполнения ( $tgd = 0$ ), а черными – при значении  $tgd = 0.0183$ , оптимальном для получения эффекта полного поглощения

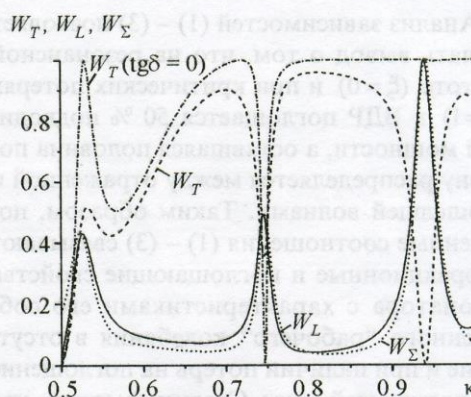


ного диапазона  $\kappa'$ . У резонатора, выполненного из идеального диэлектрика, на частоте  $\kappa' = 0.9409$  наблюдается вырождение собственных частот двух колебаний,  $H_{204}$  и  $H_{301}$ , обладающих разной симметрией вдоль продольной оси структуры. Добротности этих колебаний сравнимы между собой:  $Q_{204} = 59.83$  и  $Q_{301} = 65.64$ . Указанные свободные колебания не взаимодействуют между собой, поскольку они относятся к разным классам симметрии. Однако в задаче дифракции в силу несимметрии возбуждения  $H_{10}$ -волной, падающей из одного плеча, соответствующие им вынужденные колебания уже порождают эффект межтиповой связи. Важно отметить, что при этом коэффициент прохождения  $H_{10}$ -волны в точке  $\kappa = 0.9409$  практически равен единице (см. зависимость  $W_T(\kappa)$  на рис. 3 для ВДР, заполненного идеальным диэлектриком).

Для того чтобы добиться эффекта полного резонансного поглощения в рассматриваемой структуре, необходимо отыскать величину  $\text{tg}\delta$ , при которой для вырожденных  $H_{204}$ - и  $H_{301}$ -колебаний одновременно будет достигаться критический коэффициент потерь  $\beta = 1$  в точке  $\kappa' = 0.9409$ . Для этого рассчитывались зависимости резонансной частоты и нагруженной добротности вырожденных колебаний от параметра  $\text{tg}\delta$ . Расположение этих частот в комплексной плоскости  $\kappa$  показано на рис. 2 черными кружками. Как и следовало ожидать, введение диэлектрических потерь практически не сказывается на значениях  $\kappa'_{m0n}$ .

**Таблица.** Характеристики свободных колебаний в ВДР на основе диэлектрической пластины, прижатой к узкой стенке волновода ( $l/a = 0.2173$ ;  $r/a = 0.51425$ ;  $\epsilon' = 15$ )

Тип колебаний	$\text{tg}\delta = 0$		$\text{tg}\delta = 0.0183$			
	$\kappa'_{m0n}$	$Q_{m0n,rad}$	$\tilde{\kappa}'_{m0n}$	$\tilde{Q}_{m0n}$	$\alpha_{m0n}$	$\beta_{m0n}$
$H_{102}$	0.5246	20.717	0.5232	14.788	-0.00264	0.3973
$H_{201}$	0.6005	2.565	0.5955	2.493	-0.00844	0.0200
$H_{203}$	0.7471	96.963	0.7475	37.801	0.00056	1.5665
$H_{301}$	0.9409	65.644	0.9414	32.965	0.00053	0.9924
$H_{204}$	0.9409	59.831	0.9411	29.698	0.00024	1.0151



**Рис. 3.** Частотные зависимости характеристик рассеяния и поглощения для диэлектрической пластины с  $l/a = 0.2173$ ,  $r/a = 0.5145$ ,  $\epsilon = 15(1 + i0.0183)$ :  $W_R$  – мощность отраженной волны,  $W_T$  – мощность прошедшей волны,  $W_L$  – поглощаемая в резонаторе мощность

В таблице приведены характеристики свободных колебаний, представленных на рис. 2, рассчитанные в отсутствие потерь и при значении  $\text{tg}\delta = 0.0183$ , оптимальном для получения эффекта полного поглощения. При этом в точке максимального поглощения коэффициенты потерь для двух парциальных свободных колебаний принимают значения  $\beta_{204} = 1.01498$  и  $\beta_{301} = 0.99235$ .

Следует заметить, что описанная выше качественная теория не пригодна для полного описания многомодовых ВДР, т. к. она построена для ВДР, работающего на одном колебании, частота которого достаточно



удалена от частот других колебаний. Тем не менее эта теория является исходной для использования принципа аддитивности потерь отдельных колебаний, существующих в объеме многомодового ВДР. В нашем случае этот принцип можно описать следующей формулой:

$$W_{\Sigma} = \sum_{n=1}^N W_L^{(n)}, \quad (4)$$

где  $N$  – число учитываемых колебаний, а величина  $W_L^{(n)}$  для каждого из учитываемых колебаний находится подстановкой параметров  $\beta_n$  и  $\xi_n$  в формулу (3). Справедливость представления (4) для рассматриваемой конфигурации ВДР иллюстрируется кривой  $W_{\Sigma}(\kappa)$ , приведенной на рис. 3. Для сравнения там же приведена кривая зависимости поглощаемой мощности от частоты  $W_L(\kappa)$ , рассчитанная по строгому численному алгоритму. В частности, максимальное поглощение, достигаемое при оптимальном значении  $\text{tg}\delta = 0.0183$ , составляет величину  $W_L = 0.99997$  на частоте  $\kappa = 0.940 \approx \kappa'_{204}$ .

Показательно, что добротность резонанса полного поглощения ( $Q \approx 30.5$ ) примерно вдвое меньше добротности каждого из взаимодействующих колебаний. При этом в точке максимального поглощения нагруженные добротности для двух парциальных свободных колебаний равны  $\bar{Q}_{204} = 29.7$  и  $\bar{Q}_{301} = 33$ . Если подставить эти значения в выражение для общих потерь (4), то для резонансной точки  $\xi = 0$  получаем  $W_L^{(204)} + W_L^{(301)} = 0.999966$ , что практически совпадает с приведенным выше точным значением  $W_L = 0.99997$ . Это говорит о том, что в случае, когда колебания формируются в одном объеме, общая оценка потерь на основе принципа аддитивности весьма близка к точному значению  $W_L$ .

#### 4. Выводы

Таким образом, в работе с использованием строгой и приближенной моделей обнаружен и исследован эффект полного резонансного поглощения в одиночных многомодовых резонаторах, построенных на отрезках частично заполненных прямоугольных волноводов. Установлено, что данный эффект формируется за счет возбуждения в объеме ВДР двух вырожденных колебаний разной симметрии с близкими добротностями. С помощью принципа аддитивности потерь удалось найти условия, необходимые для проявления эффекта полного резонансного поглощения в ВДР, выполненном из материала с относительно малыми диэлектрическими потерями.

#### Литература

1. Л. А. Рудь. Изв. вузов. Радиофизика. 1991, **34**, №9, с. 1071-1075.
2. В. П. Моденов. Изв. вузов. Радиофизика. 1990, **33**, №3, с. 391-392.
3. Л. А. Вайнштейн. Электромагнитные волны. Москва, Радио и связь, 1988, 440 с.
4. М. И. Петелин, И. В. Турчин. Радиотехника и электроника. 2001, **46**, №12, с. 1445-1448.
5. А. А. Кириленко, С. Л. Сенкевич, И. С. Цаканян. Докл. АН УССР. Сер. А. 1988, №4, с. 55-59.
6. L. B. Minakova, L. A. Rud. Microwave and Optical Technology Letters. 2003, **36**, No. 2, pp. 122-126.
7. Л. Б. Минакова, Л. А. Рудь. Радиофизика и электроника. Сб. научн. тр. ИРЭ НАН Украины. 1999, **4**, №3, с. 71-77.
8. Л. Б. Минакова, Л. А. Рудь. Радиотехника и электроника. 2002, **47**, №5, с. 564-569.

#### Phenomenon of the Resonance Power Absorption in Multimode Waveguide-Dielectric Resonators

L. B. Minakova, L. A. Rud

Based on exact numerical and adequate qualitative models a theory of the resonance power absorption in waveguide-dielectric resonators is developed. The phenomenon of total absorption has been found for the  $TE_{10}$ -mode incident on a rectangular lossy-dielectric post in a rectangular waveguide at the frequency close to the degeneration frequency of the two higher-order natural oscillations of the post with different symmetry and comparable  $Q$ -factors.