

Импедансная модель слоя магнитодиэлектрика с неоднородной диэлектрической проницаемостью на идеально проводящей плоскости

М. В. Нестеренко

Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,
Украина, 61077, г. Харьков, пл. Свободы, 4
E-mail: Mikhail.V.Nesterenko@univer.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 20 октября 2003 г.

В рамках импедансной концепции получены приближенные формулы для комплексного поверхностного импеданса слоя магнитодиэлектрика с неоднородной диэлектрической проницаемостью, расположенного на идеально проводящей плоскости. Проведены расчеты и представлены графики реальной и мнимой частей импеданса в зависимости от толщины слоя и длины волны при различных законах изменения диэлектрической проницаемости магнитодиэлектрика.

У рамках імпедансної концепції отримані наближені формули для комплексного поверхневого імпедансу шару магнітодіелектрика з неоднорідною діелектричною проникністю, що розташованого на ідеально провідній площині. Зроблено розрахунки та показано графіки реальної і уявної частин імпедансу залежно від товщини шару та довжини хвилі для різних законів зміни діелектричної проникності магнітодіелектрика.

Введение

Одним из способов расширения диапазона изменения электродинамических характеристик антенных и волноводных устройств СВЧ является нанесение покрытий, в общем случае с изменяемыми физическими свойствами, непосредственно на их металлические волноводные и излучающие поверхности [1-5]. Современные технологии производства тонкопленочных покрытий позволяют получать как однородные (в направлении, перпендикулярном идеально проводящей плоскости основания), так и неоднородные структуры [1, 6]. Для расчета параметров таких устройств при постановке соответствующей краевой задачи целесообразно воспользоваться граничными условиями импедансного типа [7].

В настоящей работе получены приближенные аналитические выражения для распре-

ленного поверхностного импеданса слоя магнитодиэлектрика с неоднородной диэлектрической проницаемостью, расположенного на идеально проводящей плоскости. Эти результаты справедливы при относительно малом изменении величины диэлектрической проницаемости в пределах рассматриваемого слоя.

Постановка и решение задачи

Пусть на слой магнитодиэлектрика толщиной $2d$ ($-\infty < x, y < \infty$; $-d \leq z \leq d$, где $\{x, y, z\}$ – декартовы координаты) с магнитной и диэлектрической проницаемостями μ и ϵ , расположенный на идеально проводящей плоскости при $z = d$, из области $z = -\infty$ (свободное пространство) перпендикулярно поверхности слоя падает плоская монохроматическая электромагнитная волна, для которой составляющая электрического поля $E_x(z) = E_{0x} e^{-ik_0 z + i\omega t}$ ($k_0 = 2\pi/\lambda$, λ – длина

волны, ω – круговая частота, E_{0x} – амплитуда). Тогда распределенный поверхностный импеданс для этого слоя, нормированный на волновое сопротивление свободного пространства $Z_0 = 120\pi$ Ом, будет определяться выражением [7]:

$$\bar{Z}_s = \frac{E_{0x}(-d)}{H_{0y}(-d)}. \quad (1)$$

Для нахождения $E_{0x}(-d)$ и $H_{0y}(-d)$ необходимо знать поля $E_x(z)$ и $H_y(z)$ внутри магнитоэлектрического слоя, где они при $\mu = \text{const}$ и $\epsilon = \epsilon(z)$ удовлетворяют следующим дифференциальным уравнениям:

$$\frac{d^2 E_x(z)}{dz^2} + k_0^2 \mu \epsilon(z) E_x(z) = 0, \quad (2a)$$

$$H_y(z) = \frac{i}{k_0 \mu} \frac{dE_x(z)}{dz}. \quad (2b)$$

Решение уравнений (2) совместно с граничными условиями на поверхностях слоя при $z = \pm d$ дает возможность определить значения $E_{0x}(-d)$, $H_{0y}(-d)$ и соответственно искомую величину поверхностного импеданса \bar{Z}_s . Заметим, что уравнения (2) справедливы при произвольной функциональной зависимости $\epsilon(z)$, а соотношение (1) при нормальном падении плоской волны на плоскую границу магнитоэлектрика является строгим.

Для ограниченного числа законов изменения $\epsilon(z)$ можно получить точные решения уравнений (2) [8]. Однако они достаточно сложны и в каждом конкретном случае выражаются через определенный класс специальных функций. При относительно малых изменениях значений диэлектрической проницаемости $\epsilon(z)$ в пределах слоя можно получить приближенные решения в классе элементарных функций, обладающие достаточной точностью и простотой. Рассмотрим некоторые из них, позволяющие найти выражения для поверхностного импеданса \bar{Z}_s в аналитическом виде.

Степенной закон изменения $\epsilon(z)$. В этом случае $\epsilon(z)$ можно представить в следующем виде:

$$\epsilon(z) = \epsilon_0 [1 - \epsilon_r f(z)], \quad (3)$$

где $\epsilon_r = \frac{\epsilon_0 - \epsilon(-d)}{\epsilon_0}$ – величина относительного изменения диэлектрической проницаемости в пределах слоя ($|\epsilon_r| \ll 1$); $\epsilon_0 = \epsilon(0)$; $f(z) = \left(-\frac{z}{d}\right)^n$, ($n = 1, 2, 3, \dots$) – заданная функция. Тогда уравнение (2a) преобразуется в неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами:

$$\frac{d^2 E_x(z)}{dz^2} + k^2 E_x(z) = \epsilon_r k^2 f(z) E_x(z), \quad (4)$$

где $k^2 = k_0^2 \mu \epsilon_0$.

Далее, полагая правую часть уравнения (4) заданной, согласно методу вариации произвольных постоянных имеем:

$$E_x(z) = C_1 e^{-ikz} + C_2 e^{ikz} + \epsilon_r k \int_0^z f(z') E_x(z') \sin k(z - z') dz'. \quad (5)$$

Будем искать решение интегрального уравнения (5) в виде разложения $E_x(z)$ в степенной ряд по малому параметру ϵ_r :

$$E_x(z) = E_{x0}(z) + \epsilon_r E_{x1}(z) + \epsilon_r^2 E_{x2}(z) + \dots + \epsilon_r^n E_{xn}(z) + \dots \quad (6)$$

Подставляя (6) в уравнение (5) и ограничиваясь членами нулевого и первого порядка малости, получаем следующие выражения для электрического и магнитного полей внутри слоя:

$$E_x(z) = C_1 e^{-ikz} [1 + \epsilon_r f_E(kz)] + C_2 e^{ikz} [1 + \epsilon_r f_E^*(kz)],$$

$$H_y(z) = \frac{1}{\bar{Z}} \left\{ C_1 e^{-ikz} [1 + f_H(kz)] - C_2 e^{ikz} [1 + f_H^*(kz)] \right\}. \quad (7)$$

Здесь “*” – знак комплексного сопряжения, $\bar{Z} = \sqrt{\mu/\epsilon_0}$, а функции $f_E(kz)$ и $f_H(kz)$ определяются законом изменения $\epsilon(z)$. В частности, для линейного и квадратичного законов они соответственно равны [9]:

а) линейный закон, $\epsilon(z) = \epsilon_0 \left(1 + \epsilon_r \frac{z}{d} \right)$,

$$f_E(kz) = -\frac{1}{4kd} [(kz) + i(kz)^2 - i/2],$$

$$f_H(kz) = -\frac{1}{4kd} [-(kz) + i(kz)^2 + i/2]; \quad (8)$$

б) квадратичный закон, $\epsilon(z) = \epsilon_0 \left(1 - \epsilon_r \frac{z^2}{d^2} \right)$,

$$f_E(kz) = \frac{1}{(2kd)^2} \left[(kz)^2 - \frac{1}{2} + i \frac{2(kz)^3}{3} - i(kz) \right],$$

$$f_H(kz) = \frac{1}{(2kd)^2} \left[-(kz)^2 + \frac{1}{2} + i \frac{2(kz)^3}{3} + i(kz) \right]. \quad (9)$$

Определяя в (7) неизвестные постоянные C_1 и C_2 из граничных условий непрерывности компонент полей при $z = -d$ и условия равенства нулю электрической составляющей при $z = d$, получаем искомое выражение для поверхностного импеданса:

$$\bar{Z}_s = \bar{Z} \left[[1 + \epsilon_r f_E(-kd)][1 + \epsilon_r f_E^*(kd)] e^{i4kd} - [1 + \epsilon_r f_E^*(-kd)][1 + \epsilon_r f_E(kd)] \right] \times$$

$$\times \left[[1 + \epsilon_r f_H^*(-kd)][1 + \epsilon_r f_H(kd)] + [1 + \epsilon_r f_H(-kd)][1 + \epsilon_r f_H^*(kd)] e^{i4kd} \right]^{-1}. \quad (10)$$

Это выражение при $\epsilon_r = 0$ переходит в известное соотношение для импеданса слоя однородного магнитоэлектрика толщиной h ($2d = h$) на идеально проводящей поверхности [3, 7]:

$$\bar{Z}_s = i\bar{Z} \operatorname{tg} kh. \quad (11)$$

Отметим, что для электрически тонкого слоя ($|kh| \ll 1$) $\bar{Z}_s \approx ik_0 \mu h$ [10], т. е. нормированный поверхностный импеданс не зависит от диэлектрической проницаемости материала. Этот факт имеет место, например в случае импедансных цилиндрических вибраторов, радиус которых значительно меньше длины волны [11].

Пренебрегая в формуле (10) членами порядка ϵ_r^2 и делая замену $2d = h$, окончательно имеем:

а) для линейного закона изменения $\epsilon(z)$

$$\bar{Z}_s = i\bar{Z} \frac{\operatorname{tg} kh}{1 + \epsilon_r f_{\text{Lin}}(kh) \operatorname{tg} kh},$$

$$f_{\text{Lin}}(kh) = \left(\frac{1}{2kh} + \frac{i}{2} \right); \quad (12)$$

б) для квадратичного закона изменения $\epsilon(z)$

$$\bar{Z}_s = i\bar{Z} \frac{\operatorname{tg} kh + \epsilon_r f_{\text{Sq1}}(kh)}{1 + \epsilon_r f_{\text{Sq2}}(kh) \operatorname{tg} kh},$$

$$f_{\text{Sq1}}(kh) = \frac{1}{kh} - \frac{\operatorname{tg} kh}{(kh)^2}, \quad f_{\text{Sq2}}(kh) = \frac{kh}{6}. \quad (13)$$

Следует отметить, что полученное приближенное решение (7) уравнения (4) (и соответственно выражение для импеданса (10)) справедливо не только для степенного закона изменения $\epsilon(z)$, так как представление диэлектрической проницаемости в виде (3) возможно и для других функций $f(z)$, например, тригонометрических: $f(z) = \left(1 - \cos \frac{\pi z}{2d} \right)$, $f(z) = -\sin \frac{\pi z}{2d}$ и т. д.

Экспоненциальный закон изменения $\epsilon(z)$. Предположим, что диэлектрическая проницаемость слоя магнитодиэлектрика толщиной h ($0 \leq z \leq h$) изменяется по экспоненциальному закону

$$\epsilon(z) = \epsilon_0 e^{k_0 z}, \quad \epsilon_0 = \epsilon(0). \quad (14)$$

В этом случае преобразование (3), сделанное нами с целью выделения малого параметра ϵ_r , уже не имеет места, хотя возможны какие-то другие представления $\epsilon(z)$, позволяющие свести исходное уравнение (2а) к интегральному уравнению с малым параметром и применить для его решения изложенный выше метод. На наш взгляд, при данной функциональной зависимости $\epsilon(z)$ наиболее удобно воспользоваться приближенным решением уравнения (2а) в виде так называемого ВКБ-приближения (решение Венцеля-Крамерса-Бриллюэна) [8, 12]:

$$E_x(z) = \frac{1}{\sqrt{\epsilon(z)}} \left\{ C_1 e^{-ik_0 \sqrt{\mu} \int_0^z \sqrt{\epsilon(z)} dz} + C_2 e^{ik_0 \sqrt{\mu} \int_0^z \sqrt{\epsilon(z)} dz} \right\}. \quad (15)$$

Отметим, что выражение (15) справедливо, если функция $\epsilon(z)$ не имеет нулей или полюсов на интервале $[0, z]$. Критерием применимости ВКБ-приближения можно считать следующее неравенство [12]:

$$\left| \frac{d\epsilon(z)/dz}{k_0 \sqrt{\mu} [\epsilon(z)]^{3/2}} \right|_{\max} \ll 1, \quad (16)$$

которое в нашем случае приобретает вид

$$\left| \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon_0}} \right| \ll 1.$$

Подставляя (14) в (15) и налагая ограничение $(h/\lambda)^2 \ll 1$, после преобразований получаем:

$$E_x(z) = \frac{e^{-k_0 z/4}}{\sqrt[4]{\epsilon_0}} (C_1 e^{-ikz} + C_2 e^{ikz}), \quad (17)$$

$$H_y(z) = \frac{1}{Z} \frac{e^{-k_0 z/4}}{\sqrt[4]{\epsilon_0}} \times [C_1 e^{-ikz} f_H(\epsilon_0 \mu) - C_2 e^{ikz} f_H^*(\epsilon_0 \mu)],$$

где $f_H(\epsilon_0 \mu) = 1 - \frac{i}{4\sqrt{\epsilon_0 \mu}}$. В соответствии с требованиями выполнения граничных условий при $z=0$ и $z=h$ находим произвольные постоянные C_1 и C_2 и далее выражение для нормированного поверхностного импеданса при экспоненциальном законе изменения диэлектрической проницаемости в слое магнитодиэлектрика:

$$\bar{Z}_s = i\bar{Z} \frac{\text{tg}kh}{1 + f_{\text{Exp}}(\epsilon_0 \mu) \text{tg}kh}, \quad f_{\text{Exp}}(\epsilon \mu) = \frac{1}{4\sqrt{\epsilon_0 \mu}}, \quad (18)$$

переходящее при $|kh| \ll 1$ в уже известное соотношение $\bar{Z}_s \approx ik_0 \mu h$.

Следует подчеркнуть тот факт, что формулы (12), (13) и (18) для распределенного поверхностного импеданса слоя магнитодиэлектрика с неоднородной диэлектрической проницаемостью, расположенного на идеально проводящей плоскости, справедливы при различных законах изменения диэлектрической проницаемости внутри слоя и полученные разными методами, имеют схожую структуру и сводятся в предельных случаях $\epsilon = \text{const}$ и $|kh| \ll 1$ к одним и тем же соотношениям.

Полученные результаты позволяют, используя прежнюю методику, обобщить их на случай, когда на слой магнитодиэлектрика, расположенный на металлической плоскости, нанесена металлическая пленка, толщина которой меньше толщины скин-слоя [5]. Тогда поверхностный импеданс такой структуры будет определяться следующим выражением:

$$\bar{Z}_{sR} = \frac{\bar{R}_{sR}}{1 + \bar{R}_{sR}/\bar{Z}_s}, \quad (19)$$

$$\bar{R}_{sR} = \frac{1}{Z_0 \sigma h_R}.$$

Здесь \bar{R}_{sR} – поверхностный импеданс пленки толщиной h_R (σ – проводимость металла), а \bar{Z}_s вычисляется по формулам (11), (12), (13) и (18) согласно заданному закону распределения диэлектрической проницаемости слоя.

Численные результаты

Приведем некоторые результаты численных расчетов величины распределенного поверхностного импеданса, иллюстрирующие влияние того или иного закона изменения диэлектрической проницаемости на значения активной и реактивной частей импеданса магнетодиэлектрического слоя на идеальной металлической плоскости. Ввиду зависимости параметров магнетодиэлектриков от частоты, ограничимся для определенности длинами волн, соответствующими одномодовым стандартным прямоугольным волноводам сантиметрового диапазона, которые рассматриваются в работах [2-4] при решении задач об излучении (рассеянии) электромагнитных волн в структурах с импедансными поверхностями.

На рис. 1 представлены кривые изменения реальной и мнимой частей комплексного поверхностного импеданса $\bar{Z}_s = \bar{R}_s + i\bar{X}_s$ в зависимости от толщины магнетодиэлектрического слоя из материала TDK IR-E110, для которого согласно [3] $\epsilon = 8.84 - i0.084$ и $\mu = 2.42 - 0.0825f - i0.994$, где f – частота, ГГц, соответствующая диапазону волны типа H_{10} прямоугольного волновода сечением 22.86×10.16 мм. Как видно, действительная часть импеданса \bar{R}_s при определенной толщине слоя, равной четверти длины волны в магнетодиэлектрике ($h \cong 1.8$ мм для $\lambda = 30$ мм), имеет явно выраженный максимум для всех рассматриваемых законов изменения $\epsilon(z)$ (здесь и далее для линейного и квадратичного законов $\epsilon_r^2 = 0.04$), а при дальнейшем увеличении тол-

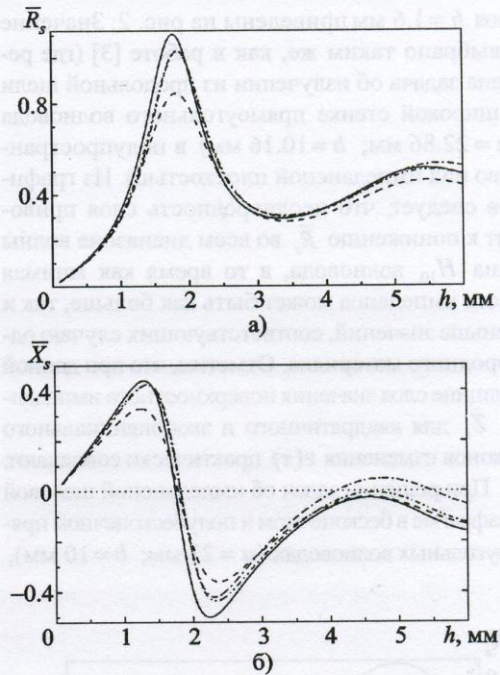


Рис. 1. Поверхностный импеданс слоя магнетодиэлектрика на металлической плоскости в зависимости от его толщины ($l = 30$ мм): — — постоянное распределение; --- — линейный закон; - - - — квадратичный закон; ···· — экспоненциальный закон

щины слоя стремится к некоторой постоянной величине, которая при наличии потерь равна $\text{Re } \bar{Z}$. В то же время зависимость мнимой части импеданса \bar{X}_s от толщины слоя носит знакопеременный характер, причем для заданных ϵ , μ и λ при $h \cong 1.8$ мм для всех зависимостей $\epsilon(z)$ $\bar{X}_s = 0$, а $\bar{R}_s = \bar{R}_{s\text{max}}$, и коэффициент отражения плоской волны от такой структуры будет минимальным – слой становится так называемым “просветляющим покрытием” [13]. Отметим, что наибольшее отличие величины \bar{Z}_s от случая однородного магнетодиэлектрика имеет место при линейном законе распределения $\epsilon(z)$.

Кривые зависимостей поверхностного импеданса от длины волны при различных законах изменения диэлектрической проницаемости магнетодиэлектрика TDK IR-E110 и толщине

слоя $h = 1.6$ мм приведены на рис. 2. Значение h выбрано таким же, как в работе [3] (где решена задача об излучении из продольной щели в широкой стенке прямоугольного волновода ($a = 22.86$ мм; $b = 10.16$ мм) в полупространство над импедансной плоскостью). Из графиков следует, что неоднородность слоя приводит к понижению \bar{R}_s во всем диапазоне волны типа H_{10} волновода, в то время как мнимая часть импеданса может быть как больше, так и меньше значений, соответствующих случаю однородного материала. Отметим, что при данной толщине слоя значения поверхностного импеданса \bar{Z}_s для квадратичного и экспоненциального законов изменения $\epsilon(z)$ практически совпадают.

При решении задач об импедансной щелевой диафрагме в бесконечном и полубесконечном прямоугольных волноводах ($a = 23$ мм; $b = 10$ мм),

рассмотренных в работах [2, 4], используется приближенное импедансное граничное условие Леонтовича-Шукина [7,8], которое предполагает выполнение неравенства $|\bar{Z}_s| \ll 1$. Такие значения импедансов имеют место для малых толщин слоя, как это показано, например, на рис. 3 (материал тот же, $h = 0.3$ мм). В этом случае и действительная, и мнимая части импеданса вне зависимости от закона изменения диэлектрической проницаемости монотонно уменьшаются при увеличении длины волны, причем величина \bar{X}_s всегда положительна, т. е. носит индуктивный характер.

Если на поверхность магнетодиэлектрика нанести резистивную пленку определенной толщины с низкой проводимостью (например, нихром [5]), то, как видно из рис. 4, активная часть $\text{Re } Z_{sR}$ поверхностного импеданса такой структуры имеет ту же величину и изменяется

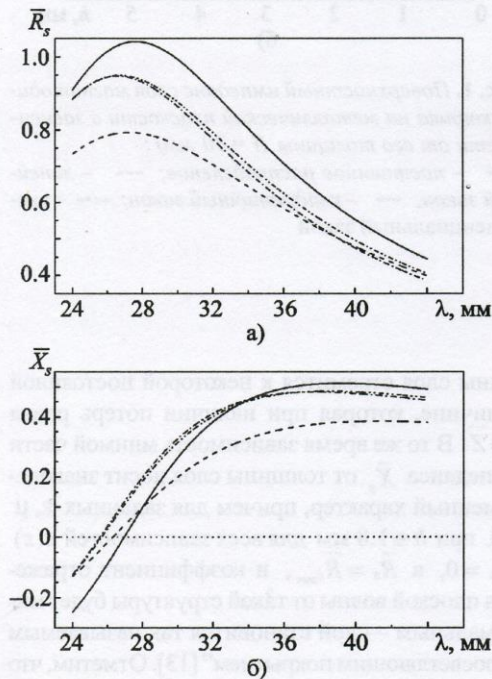


Рис. 2. Поверхностный импеданс слоя магнетодиэлектрика на металлической плоскости в зависимости от длины волны ($h = 1.6$ мм): — — постоянное распределение; --- — линейный закон; - - - — квадратичный закон; ···· — экспоненциальный закон

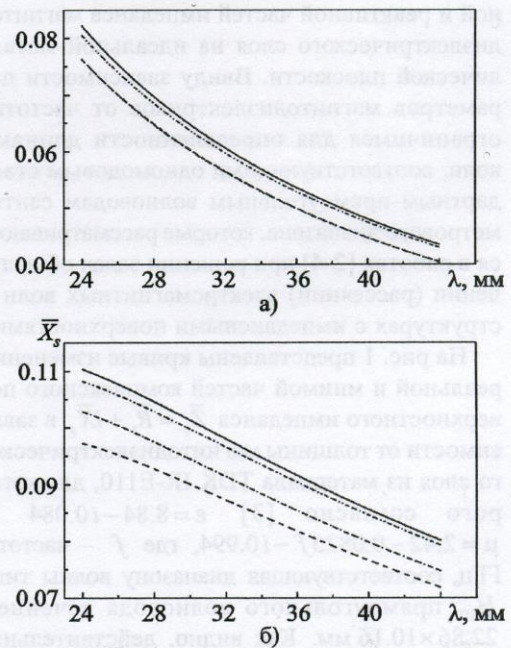


Рис. 3. Поверхностный импеданс слоя магнетодиэлектрика на металлической плоскости в зависимости от длины волны ($h = 0.3$ мм): — — постоянное распределение; --- — линейный закон; - - - — квадратичный закон; ···· — экспоненциальный закон

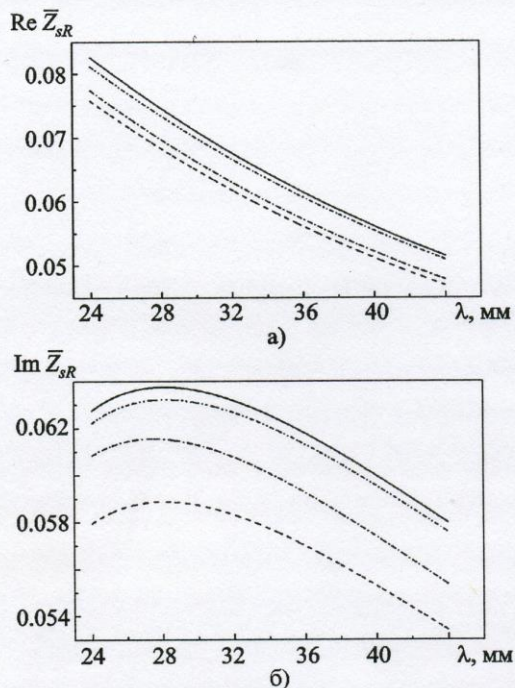


Рис. 4. Поверхностный импеданс слоя магнитоэлектрика на металлической плоскости, покрытого резистивной пленкой, в зависимости от длины волны ($R_{sR} = 0.3$; $h = 0.3$ мм):

— — постоянное распределение; --- — линейный закон; -.- - квадратичный закон; — экспоненциальный закон

практически так же, как и в предыдущем случае (рис. 3, а). Мнимая часть импеданса $\text{Im } \bar{Z}_{sR}$ становится значительно меньше и имеет максимум в коротковолновой части одномодового диапазона волновода.

Выводы

1. Проведенный анализ показывает, что влияние неоднородности диэлектрической проницаемости на величину поверхностного импеданса исследуемой структуры (слой магнитоэлектрика на идеально проводящей плоскости) в рассмотренных случаях относительно невелико — не более 25 % по сравнению с однородным слоем, и оказывается наиболее существенным для линейного закона распределения (по сравнению с квадратичным и экспоненциальным).

2. Неоднородность слоя, характеризуемая тем или иным законом изменения диэлектрической проницаемости, является дополнительным способом расширения диапазона управления электродинамическими параметрами антенно-волноводных устройств СВЧ.

3. Полученные в работе приближенные аналитические выражения для распределенного поверхностного импеданса слоя неоднородного магнитоэлектрика на идеально проводящей плоскости могут быть полезны при анализе и синтезе приборов СВЧ, составной частью которых являются тонкопленочные, в том числе поглощающие, покрытия.

Литература

1. Е. И. Нефедов. Дифракция электромагнитных волн на диэлектрических структурах. Москва, Наука, 1979, 272 с.
2. Ю. М. Пенкин, А. В. Жиронкина, С. А. Мартыненко, Л. П. Яцук. Радиофизика и радиоастрономия. 1999, 4, №2, с. 117-120.
3. К. Yoshitomi. IEEE Trans. 2001, AP-49, №10, pp. 1370-1376.
4. М. V. Nesterenko, Yu. M. Penkin, V. A. Katrich. Proceedings of VIIIth International Seminar on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPEd-2003). Lviv, 2003, pp. 90-93.
5. С. А. Баканов, А. А. Гительсон, А. М. Лерер, В. С. Михалевский. Радиотехника и электроника. 1976, 21, №6, с. 1200-1206.
6. К. Takizawa, O. Hashimoto. IEEE Trans. 1999, MTT-47, №7, pp. 1137-1141.
7. М. А. Миллер, В. И. Таланов. Изв. вузов. Радиофизика. 1961, 4, № 5, с. 795-830.
8. Л. М. Бреховских. Волны в слоистых средах. Москва, Наука, 1973, 343 с.
9. N. N. Gorobets, M. V. Nesterenko, V. A. Katrich. Proceedings of 11th International Conference on Antennas and Propagation (ICAP-2001). London, IEE Publication, 2001, 1, pp. 95-98.
10. Л. А. Вайнштейн. Теория диффракции и метод факторизации. Москва, Сов. радио, 1966, 431с.
11. М. В. Нестеренко. Вісник Харківського національного університету. Радіофізика та електроніка. 2002, № 544, с. 47-49.
12. Л. Фелсен, Н. Маркувиц. Излучение и рассеяние волн. Т. 1. Москва, Мир, 1978, 551 с.
13. Б. З. Каценеленбаум. Высокочастотная электродинамика. Москва, Наука, 1966, 240 с.

Impedance Model of Magnetodielectric Layer with Inhomogeneous Permittivity on Perfectly Conducting Plane

M. V. Nesterenko

The approximate formulas of the complex surface impedance of a magnetodielectric layer with inhomogeneous permittivity placed on a perfectly conducting plane have been obtained within the impedance conception. The real and imaginary parts of the impedance have been calculated versus layer thickness and wavelength for different laws of changing of the magnetodielectric permittivity. The results yielded are shown as graphs.

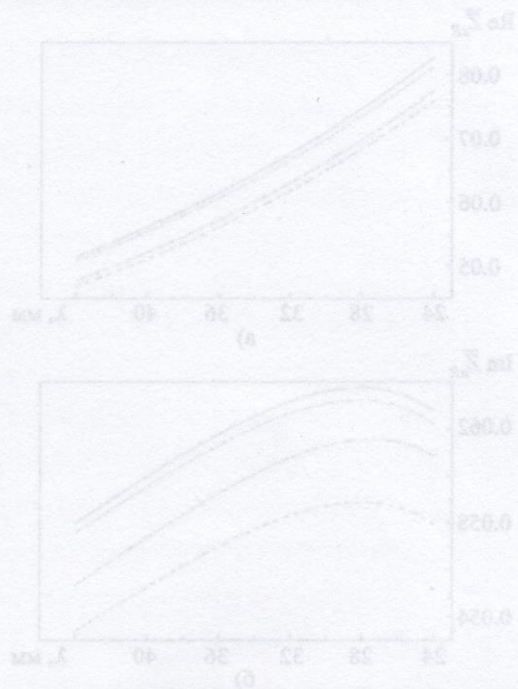


Рис. 4. Реальная (сплошная линия) и мнимая (пунктирная линия) части комплексной поверхностной импедансии в зависимости от длины волны ($\lambda = 0,1$ м) для различных законов изменения магнетодieleктрической проницаемости: — — — — — реальная часть; — мнимая часть.

практически так же, как и в предыдущем случае (рис. 3, б). Минимумы импеданса становятся значительно меньше и имеют максимум в коротковолновой части нового дециметрового диапазона.

Выводы

1. Полученный анализ показывает, что при неограниченно большой проницаемости магнетодieleктрической пленки, расположенной на поверхности идеально проводящей структуры (слой магнетодieleктрика не является однородной средой), в расчётных формулах относительно незначительных изменений параметров с однородными слоями, и особенно наиболее существенных как линейной, так и квадратичной (по сравнению с квадратичной и экспоненциальной).

Литература

1. E. N. Нестеренко, В. М. Теркин, В. А. Катальский, *Известия Академии наук СССР, Радиофизика и электроника*, 1979, 23, с. 1979-1982.

2. Ю. М. Теркин, А. В. Жирновский, С. А. Матвеев, *Известия Академии наук СССР, Радиофизика и электроника*, 1999, 4, №2, с. 117-120.

3. K. Yoshida, *IEEE Trans.* 2001, AP-49, №10, pp. 1570-1578.

4. M. V. Nesterenko, V. M. Terkin, V. A. Katal'skiy, *Proceedings of VIII International Session on Direct and Inverse Problems of Electrodynamics and Acoustic Wave Theory (DIRIP-2003)*, Lviv, 2003, pp. 90-92.

5. C. A. Balmain, A. A. Tikhonov, A. M. Joffe, *IEEE Trans.* 1976, AP-24, №5, с. 1200-1205.

6. K. Takizawa, O. Hashimoto, *IEEE Trans.* 1992, MTT-40, №7, pp. 1137-1141.

7. M. A. Mironov, B. N. Tarakanov, *Известия Академии наук СССР, Радиофизика и электроника*, 1961, 4, № 2, с. 792-828.

8. B. M. Фроловский, *Волны в слоистых средах*, Москва, Наука, 1977, 343 с.

9. B. N. Tarakanov, M. V. Nesterenko, V. A. Katal'skiy, *Proceedings of 11th International Conference on Antennas and Propagation (ICAP-2001)*, London, IEE, Publisher, 2001, 1, pp. 23-28.

10. B. A. Бабинский, *Слоистые дифракционные и волновые факторизация*, Москва, Сов. радио, 1966, 431 с.

11. M. B. Нестеренко, *Вопросы Хвостового излучения антенно-фидерных систем*, Радиофизика и электроника, 2002, № 344, с. 47-52.

12. B. Фролов, B. Матвеев, *Известия Академии наук СССР, Радиофизика и электроника*, 1978, 23, с. 1979-1982.

13. B. Катальский, *Высокочастотная электродинамика*, Москва, Наука, 1966, 240 с.