

Излучение электромагнитных волн тонкими импедансными вибраторами в однородной изотропной среде с потерями

М. В. Нестеренко

*Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина,
Украина, 61077, г. Харьков, пл. Свободы, 4
E-mail: Mikhail.V.Nesterenko@univer.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 29 августа 2002 г.

Получено асимптотическое решение интегрального уравнения для тока в тонком импедансном вибраторе, расположенном в однородной изотропной среде с потерями. Найдены выражения для полей излучения вибратора как функции электрофизических характеристик окружающей среды. Проведены расчеты, сравнение с экспериментальными данными и представлены графики распределений тока и ближнего поля в зависимости от параметров среды и поверхностного импеданса вибратора.

Отримано асимптотичне рішення інтегрального рівняння для струму в тонкому імпедансному вібраторі, розташованому в однорідному ізотропному середовищі з втратами. Знайдено вирази для полів випромінювання вібратора як функції електрофізичних характеристик навколишнього середовища. Проведено розрахунки, порівняння з експериментальними даними і представлено графіки розподілів струму і ближнього поля в залежності від параметрів середовища і поверхневого імпедансу вібратора.

Введение

В ряде важных практических применений вибраторные антенны могут находиться в среде, электрофизические параметры которой отличаются от соответствующих параметров воздуха. Такая ситуация возникает, например, при осуществлении подземной и подводной радиосвязи, в геофизических исследованиях, медицинской диагностике и терапии и т. п. Теоретические и экспериментальные работы по исследованию антенн, находящихся в различных средах, достаточно полно систематизированы и обобщены в монографии [1]. Там же приведен ряд оригинальных результатов авторов как для обычных проволочных (“неизолированных”), так и для покрытых многослойной диэлектрической оболочкой (“изолирован-

ных”) вибраторных антенн, расположенных в средах с потерями. В этих двух случаях интегральные уравнения для тока формально совпадают, однако их ядра существенно отличаются между собой. Вследствие этого решения интегральных уравнений для тока в “неизолированной” и “изолированной” антеннах требуют отдельного рассмотрения, причем выбор того или иного пути решения задачи может зависеть от параметров окружающей среды. Кроме того, полученные в [1] приближенные выражения для тока в вибраторе справедливы при электрической длине последнего, не превышающей $5\pi/4$.

В настоящей работе на основе принципов асимптотического метода усреднения и импедансной концепции получено приближенное аналитическое решение интегрального уравнения для тока в тонком импедансном

вибраторе, расположенном в однородной изотропной (в том числе проводящей) среде, причем никаких ограничений на длину вибратора и способ его возбуждения не накладывается.

Постановка задачи и исходные интегральные уравнения

Сформулируем общую задачу о рассеянии (излучении) электромагнитных волн проводящими препятствиями конечных размеров. Пусть на материальное тело объема V , которое охватывается гладкой замкнутой поверхностью S и характеризуется диэлектрической проницаемостью ϵ , магнитной проницаемостью $\mu = 1$ и проводимостью σ , действует поле сторонних источников $\vec{E}_0(\vec{r})$ и $\vec{H}_0(\vec{r})$, зависящее от времени как $e^{i\omega t}$. Это поле может быть задано либо как поле падающей на препятствие волны (задача о рассеянии), либо как поле приложенных к телу сторонних эдс, отличных от нуля лишь в некоторой части объема V (задача об излучении). Требуется найти поле рассеяния (излучения) в любой точке пространства, заполненного средой с проницаемостями ϵ_1 и μ_1 (в общем случае комплексного типа) в присутствии заданных границ раздела сред.

Полное электромагнитное поле $\vec{E}(\vec{r})$ и $\vec{H}(\vec{r})$, удовлетворяющее уравнениям Максвелла и граничным условиям на поверхности тела, определяется интегральными уравнениями макроскопической электродинамики [2]:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0(\vec{r}) + (\text{grad div} + k^2 \epsilon_1 \mu_1) \vec{\Pi}^e(\vec{r}), \quad (1)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_0(\vec{r}) + ik \epsilon_1 \text{rot} \vec{\Pi}^e(\vec{r}),$$

в которых $\vec{\Pi}^e(\vec{r})$ – электрический вектор Герца,

$$\vec{\Pi}^e(\vec{r}) = \frac{1}{i\omega \epsilon_1} \int_V \hat{G}_e(\vec{r}, \vec{r}') \vec{J}^e(\vec{r}') d\vec{r}', \quad (2)$$

$\vec{J}^e(\vec{r}')$ – объемная плотность электрического тока, а $\hat{G}_e(\vec{r}, \vec{r}')$ – аффинорная функция Грина (для векторного потенциала), удовлетворяющая уравнению Гельмгольца

$$\Delta \hat{G}_e(\vec{r}, \vec{r}') + k^2 \epsilon_1 \mu_1 \hat{G}_e(\vec{r}, \vec{r}') = -4\pi \hat{I} \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (3)$$

и соответствующим условиям на границе раздела сред, если таковая имеется. Здесь \hat{I} – единичный аффинор, $\vec{r}(\vec{r}')$ – радиус-вектор точки наблюдения (источника), $\omega = 2\pi f$ – круговая частота (f – частота, измеряемая в Герцах), $k = 2\pi/\lambda$ (λ – длина волны в свободном пространстве), $\delta(\vec{r} - \vec{r}')$ – дельта-функция Дирака.

При сильном скин-эффекте наведенный ток концентрируется в основном у поверхности тела, поэтому целесообразно преобразовать объемный интеграл в (2) следующим образом [2]:

$$\vec{\Pi}^e(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi i k \epsilon_1} \int_S \hat{G}_e(\vec{r}, \vec{r}') [\vec{n}, \vec{H}(\vec{r}')] d\vec{r}'. \quad (4)$$

Это оказывается полезным, когда поле на рассеивающем препятствии находится из каких-либо дополнительных соображений. Действительно, пренебрегая толщиной скин-слоя, можно воспользоваться приближенным импедансным граничным условием Леонтовича [3, 4]

$$[\vec{n}, \vec{E}(\vec{r})] = \bar{Z}_S [\vec{n}, [\vec{n}, \vec{H}(\vec{r})]], \quad (5)$$

в котором \vec{n} – внешняя нормаль к поверхности S , $\bar{Z}_S = Z_S/120\pi$ – нормированный поверхностный импеданс. Таким образом, заданием тангенциальных составляющих поля на границе S объема V полностью определяется рассеянное поле во всем окружающем пространстве.

Помещая точку наблюдения на поверхность тела, получим согласно (1)-(5) следующее интегральное уравнение (индекс “e” опускаем):

$$Z_s \vec{J}(\vec{r}) = \vec{E}_0(\vec{r}) + \frac{1}{i\omega\epsilon_1} (\text{grad div} + k^2 \epsilon_1 \mu_1) \times \int_s \hat{G}(\vec{r}, \vec{r}') \vec{J}(\vec{r}') d\vec{r}' + \frac{Z_s}{4\pi} \text{rot} \int_s \hat{G}(\vec{r}, \vec{r}') [\vec{n}, \vec{J}(\vec{r}')] d\vec{r}' \quad (6)$$

относительно плотности поверхностного электрического тока

$$\vec{J}(\vec{r}) = \frac{1}{120\pi} [\vec{n}, \vec{H}(\vec{r})]. \quad (7)$$

Отметим, что уравнение (6) справедливо не только для неограниченного пространства, но также и в других пространственных областях, представляющих практический интерес, для которых известны аффинорные функции Грина. Это, например, могут быть плоскостойкие среды [5], среды со сферическими включениями, имеющими идеально проводящие или импедансные граничные поверхности и заполненные слоистой структурой в виде двух или нескольких концентрических диэлектрических слоев [6, 7] и т. д.

При непосредственном решении уравнения (6) возникают известные математические трудности, однако для проводящих цилиндров, периметр поперечного сечения которых мал по сравнению с их длиной и длиной волны в окружающем пространстве (тонкие вибраторы), решение значительно упрощается. Кроме того, как указано в работах [8, 9], в этом случае возможно применить граничное условие вида (5) для цилиндрических поверхностей с произвольным комплексным импедансом вне зависимости от структуры возбуждающего поля и электрофизических характеристик материала, из которого изготовлен вибратор. Выражения для различных реализаций поверхностного импеданса \vec{Z}_s приведены в [10].

Преобразуем интегральное уравнение (6) применительно к тонкому вибратору, представляющему собой ограниченный круговой цилиндр радиуса r и длиной $2L$ (в общем случае криволинейной осевой конфигурации), для которого выполняются следующие соотношения:

$$\frac{r}{2L} \ll 1, \quad \left| \frac{r}{\lambda_1} \right| \ll 1, \quad \frac{r}{\tilde{R}} \ll 1, \quad (8)$$

где λ_1 – длина волны в среде, \tilde{R} – радиус кривизны осевой линии вибратора.

Эти неравенства позволяют считать, что плотность наведенного тока имеет лишь продольную составляющую,

$$\vec{J}(\vec{r}) = \vec{e}_s J(s) \psi(\rho, \varphi), \quad (9)$$

и распределена по сечению, как в квазистационарном случае [11], причем

$$\int_{\perp} \psi(\rho, \varphi) \rho d\rho d\varphi = 1. \quad (10)$$

В выражениях (9), (10) $\vec{e}_s(\vec{e}_s')$ – единичный орт оси $s(s')$, связанной с вибратором; $\psi(\rho, \varphi)$ – функция поперечных (\perp) полярных координат ρ и φ ; $J(s)$ – искомый ток, подчиняющийся краевым условиям на концах вибратора:

$$J(-L) = J(L) = 0. \quad (11)$$

Принимая все это во внимание и учитывая, что функция Грина неограниченного пространства $\hat{G}(\vec{r}, \vec{r}') = \hat{I}G(\vec{r}, \vec{r}')$, где

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-ik\sqrt{\epsilon_1\mu_1}|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}, \quad (12)$$

получаем уравнение относительно тока в тонком импедансном вибраторе, расположенном в однородной изотропной бесконечно протяженной среде:

$$z_i J(s) = E_{0s}(s) + \frac{1}{i\omega\epsilon_1} \int_{-L}^L \left[\frac{\partial}{\partial s} \frac{\partial J(s')}{\partial s'} + k^2 \epsilon_1 \mu_1 (\vec{e}_s \vec{e}_s') J(s') \right] G(s, s') ds'. \quad (13)$$

Здесь $E_{0s}(s)$ – проекция стороннего поля, параллельная оси вибратора, z_i – его внутренний погонный импеданс ($Z_s = 2\pi r z_i$),

$$G(s, s') = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{-ik\sqrt{\epsilon_1\mu_1}\sqrt{(s-s')^2 + \left(2r\sin\frac{\phi}{2}\right)^2}}}{\sqrt{(s-s')^2 + \left(2r\sin\frac{\phi}{2}\right)^2}} \psi(r, \phi) r d\phi. \quad (14)$$

Решение интегрального уравнения (13) с точным ядром в виде (14) сопряжено с серьезными трудностями, поэтому в дальнейшем используем тонкопроволочное приближение [11]:

$$G(s, s') = \frac{e^{-ik\sqrt{\epsilon_1\mu_1}R(s, s')}}{R(s, s')}, \quad (15)$$

$$R(s, s') = \sqrt{(s-s')^2 + r^2}.$$

В этом случае функция $G(s, s')$ всюду непрерывна, а уравнение для тока значительно упрощается без заметного ухудшения точности [12]. Полагая $(\vec{e}_s \vec{e}_{s'}) = 1$ и применяя в (13) интегрирование по частям с учетом (11), окончательно имеем:

$$\left(\frac{d^2}{ds^2} + k^2 \epsilon_1 \mu_1 \right) \int_{-L}^L J(s') \frac{e^{-ik\sqrt{\epsilon_1\mu_1}R(s, s')}}{R(s, s')} ds' = -i\omega \epsilon_1 E_{0s}(s) + i\omega \epsilon_1 z_i J(s). \quad (16)$$

Таким образом, задача о рассеянии (излучении) электромагнитных волн тонкими импедансными вибраторами в однородной изотропной среде сформулирована как строгая краевая задача макроскопической электродинамики и сведена к интегральным уравнениям для тока. Их решение является основным этапом, поскольку когда найден ток, поля рассеяния или излучения вычисляются согласно (1), что не встречает принципиальных трудностей.

Решение интегрального уравнения для тока

Ядро интегрального уравнения (16) имеет логарифмическую особенность квазистационарного типа. Выделим ее, используя малость поперечных размеров вибратора по сравнению с его длиной и длиной волны. Тогда, после тождественных преобразований, имеем:

$$\frac{d^2 J(s)}{ds^2} + k_1^2 J(s) = \alpha \{ i\omega \epsilon_1 E_{0s}(s) + F(s, J(s)) - i\omega \epsilon_1 z_i J(s) \}. \quad (17)$$

Здесь $\alpha = \frac{1}{2 \ln(r/2L)}$ – естественный малый параметр задачи ($|\alpha| \ll 1$), $k_1 = k'_1 - ik''_1 = k\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$ – волновое число в среде,

$$F(s, J(s)) = - \left. \frac{dJ(s')}{ds'} \frac{e^{-ik_1 R(s, s')}}{R(s, s')} \right|_{-L}^L + \left[\frac{d^2 J(s)}{ds^2} + k_1^2 J(s) \right] \gamma(s) + \int_{-L}^L \frac{\left[\frac{d^2 J(s')}{ds'^2} + k_1^2 J(s') \right] e^{-ik_1 R(s, s')}}{R(s, s')} - \left[\frac{d^2 J(s)}{ds^2} + k_1^2 J(s) \right] ds', \quad (18)$$

$$\gamma(s) = \ln \frac{\left[(L+s) + \sqrt{(L+s)^2 + r^2} \right] \left[(L-s) + \sqrt{(L-s)^2 + r^2} \right]}{4L^2}.$$

Далее, следуя методу вариации произвольных постоянных, выполним замену переменных:

$$J(s) = A(s) \cos k_1 s + B(s) \sin k_1 s, \quad (19)$$

$$\frac{dJ(s)}{ds} = -A(s) k_1 \sin k_1 s + B(s) k_1 \cos k_1 s.$$

При этом (17) переходит в следующую систе-

му уравнений относительно неизвестных функций $A(s)$ и $B(s)$:

$$\begin{aligned} \frac{dA(s)}{ds} = & -\frac{\alpha}{k_1} \left\{ i\omega\epsilon_1 E_{0s}(s) + \right. \\ & + F\left(s, A(s), \frac{dA(s)}{ds}, B(s), \frac{dB(s)}{ds}\right) - \\ & \left. -i\omega\epsilon_1 z_i [A(s)\cos k_1 s + B(s)\sin k_1 s] \right\} \sin k_1 s, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{dB(s)}{ds} = & +\frac{\alpha}{k_1} \left\{ i\omega\epsilon_1 E_{0s}(s) + \right. \\ & + F\left(s, A(s), \frac{dA(s)}{ds}, B(s), \frac{dB(s)}{ds}\right) - \\ & \left. -i\omega\epsilon_1 z_i [A(s)\cos k_1 s + B(s)\sin k_1 s] \right\} \cos k_1 s. \end{aligned}$$

Полученные уравнения полностью эквивалентны уравнению (17) и являются системой интегро-дифференциальных уравнений стандартного вида, не разрешенных относительно производной. Правые части этих уравнений пропорциональны малому параметру α , поэтому функции $A(s)$ и $B(s)$, стоящие в правых частях уравнений (20), можно считать медленно меняющимися, а для решения системы уравнений (20) можно использовать асимптотический метод усреднения, обоснование применимости которого к системам вида (20) и методика их решения приведены в [13, 14]. Тогда, поставив в соответствии системе уравнений (20) упрощенную систему [13], у которой в правых частях уравнений $\frac{dA(s)}{ds} = 0$ и $\frac{dB(s)}{ds} = 0$, и произведя в ней частичное усреднение по входящей в явном виде переменной s , получим уравнения первого приближения (термин “частичное” в данном случае означает воздействие оператором усреднения на все слагаемые, кроме содержащих $E_{0s}(s)$, что действительно возможно [14] для систем вида (20)):

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{A}(s)}{ds} = & -\alpha \left\{ \frac{i\omega\epsilon_1}{k_1} E_{0s}(s) + \bar{F}(s, \bar{A}(s), \bar{B}(s)) \right\} \sin k_1 s + \\ & + \chi \bar{B}(s), \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{B}(s)}{ds} = & +\alpha \left\{ \frac{i\omega\epsilon_1}{k_1} E_{0s}(s) + \bar{F}(s, \bar{A}(s), \bar{B}(s)) \right\} \cos k_1 s - \\ & - \chi \bar{A}(s), \end{aligned}$$

в которых $\chi = \alpha \frac{i\omega\epsilon_1}{2k_1} z_i$, $\bar{F}(s, \bar{A}(s), \bar{B}(s)) = [\bar{A}(s') \sin k_1 s' - \bar{B}(s') \cos k_1 s'] G(s, s') \Big|_{-L}^L$.

Интегрируя систему (21) и подставляя найденные значения $\bar{A}(s)$ и $\bar{B}(s)$ в качестве аппроксимирующих функций для $A(s)$ и $B(s)$ в (19), получаем наиболее общее асимптотическое выражение для тока в тонком импедансном вибраторе в однородной изотропной среде:

$$\begin{aligned} J(s) = & \bar{A}(-L) \cos(\tilde{k}s + \chi L) + \bar{B}(-L) \sin(\tilde{k}s + \chi L) + \\ & + \alpha \int_{-L}^s \left\{ \frac{i\omega\epsilon_1}{k_1} E_{0s}(s') + \bar{F}(s', \bar{A}, \bar{B}) \right\} \sin \tilde{k}(s - s') ds', \end{aligned}$$

где $\tilde{k} = k_1 + \chi = k_1 + i(\alpha/r) \bar{Z}_s \sqrt{\epsilon_1/\mu_1}$.

Для определения постоянных $\bar{A}(\pm L)$ и $\bar{B}(\pm L)$ необходимо воспользоваться краевыми условиями (11) и условиями симметрии [11], которые однозначно связаны со способом возбуждения вибратора: если $E_{0s}(s) = E_{0s}^s(s)$, то $J(s) = J(-s) = J^s(s)$ и $\bar{A}(-L) = \bar{A}(+L)$, $\bar{B}(-L) = -\bar{B}(+L)$; если $E_{0s}(s) = E_{0s}^a(s)$, то $J(s) = -J(-s) = J^a(s)$ и $\bar{A}(-L) = -\bar{A}(+L)$, $\bar{B}(-L) = \bar{B}(+L)$. Тогда, с учетом симметричной (индекс “s”) и антисимметричной (индекс “a”) составляющих тока, при произвольном возбуждении вибратора $E_{0s}(s) = E_{0s}^s(s) + E_{0s}^a(s)$ окончательно имеем:

$$J(s) = J^s(s) + J^a(s) = \alpha \frac{i\omega\epsilon_1}{k_1} \left\{ \int_{-L}^s E_{0s}(s') \sin \tilde{k}(s - s') ds' - \right.$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\sin \tilde{k}(L+s) + \alpha P_s(k_1 r, \tilde{k}(L+s))}{\sin 2\tilde{k}L + \alpha P_s(k_1 r, 2\tilde{k}L)} \int_{-L}^L E_{0s}^s(s') \sin \tilde{k}(L-s') ds' - \\ & \frac{\sin \tilde{k}(L+s) + \alpha P_a(k_1 r, \tilde{k}(L+s))}{\sin 2\tilde{k}L + \alpha P_a(k_1 r, 2\tilde{k}L)} \int_{-L}^L E_{0s}^a(s') \sin \tilde{k}(L-s') ds' \end{aligned} \right\}, \quad (22)$$

где P_s и P_a – функции собственного поля вибратора, соответственно равные

$$\begin{aligned} P_s(k_1 r, \tilde{k}(L+s)) &= \\ &= \int_{-L}^s [G(s', -L) + G(s', L)] \sin \tilde{k}(s-s') ds' \Big|_{s=L} = \\ &= P_s(k_1 r, 2\tilde{k}L), \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} P_a(k_1 r, \tilde{k}(L+s)) &= \\ &= \int_{-L}^s [G(s', -L) - G(s', L)] \sin \tilde{k}(s-s') ds' \Big|_{s=L} = \\ &= P_a(k_1 r, 2\tilde{k}L). \end{aligned}$$

Центральное возбуждение вибратора сторонней эдс

Принимая в качестве модели возбуждения вибратора δ -генератор со сторонней эдс V_0 ($E_{0s}(s) = E_{0s}^s(s) = V_0 \delta(s)$), из (22) и (23) получаем:

$$J(s) = -\alpha V_0 \left(\frac{i\omega \epsilon_1}{2\tilde{k}} \right) \frac{\sin \tilde{k}(L-|s|) + \alpha P_{\delta s}(k_1 r, \tilde{k}s)}{\cos \tilde{k}L + \alpha P_s(k_1 r, \tilde{k}L)}. \quad (24)$$

Здесь

$$\begin{aligned} P_{\delta s}(k_1 r, \tilde{k}s) &= P_s(k_1 r, \tilde{k}(L+s)) - \\ &- (\sin \tilde{k}s + \sin \tilde{k}|s|) P_s(k_1 r, \tilde{k}L), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_s(k_1 r, \tilde{k}L) &= \int_{-L}^L G(s, L) \cos \tilde{k}s ds = \cos \tilde{k}L \times \\ &\times \left\{ 2 \ln 2 - \gamma(L) - \frac{1}{2} \left[\text{Cin}(2\tilde{k}L + 2k_1L) + \right. \right. \\ &+ \text{Cin}(2\tilde{k}L - 2k_1L) \left. \right] - \frac{i}{2} \left[\text{Si}(2\tilde{k}L + 2k_1L) - \right. \\ &- \text{Si}(2\tilde{k}L - 2k_1L) \left. \right] \left. \right\} + \sin \tilde{k}L \left\{ \frac{1}{2} \left[\text{Si}(2\tilde{k}L + 2k_1L) + \right. \right. \\ &+ \text{Si}(2\tilde{k}L - 2k_1L) \left. \right] - \frac{i}{2} \left[\text{Cin}(2\tilde{k}L + 2k_1L) - \right. \\ &- \text{Cin}(2\tilde{k}L - 2k_1L) \left. \right] \left. \right\}, \end{aligned}$$

$\text{Si}(x)$ и $\text{Cin}(x)$ – интегральные синус и косинус комплексного аргумента.

Выражение (24) совместно с (1), (9) полностью определяет поле излучения тонкого импедансного вибратора в материальной среде в сферической системе координат ρ, θ, φ (θ – угол, отсчитываемый от оси вибратора),

$$\begin{aligned} E_\rho(\rho, \theta) &= \frac{k_1}{\omega \epsilon_1} \int_{-L}^L J(s) \frac{e^{-ik_1 R(s)}}{R^3(s)} \left\{ 2R(s) \left[1 + \frac{1}{ik_1 R(s)} \right] \cos \theta - \right. \\ &- ik_1 \rho \left[1 + \frac{3}{ik_1 R(s)} - \frac{3}{k_1^2 R^2(s)} \right] s \sin^2 \theta \left. \right\} ds, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_\theta(\rho, \theta) &= -\frac{k_1 \sin \theta}{\omega \epsilon_1} \int_{-L}^L J(s) \frac{e^{-ik_1 R(s)}}{R^3(s)} \left\{ 2R(s) \left[1 + \frac{1}{ik_1 R(s)} \right] - \right. \\ &- ik_1 \rho \left[1 + \frac{3}{ik_1 R(s)} - \frac{3}{k_1^2 R^2(s)} \right] (\rho - s \cos \theta) \left. \right\} ds, \end{aligned} \quad (25)$$

$$H_\varphi(\rho, \theta) = \frac{ik_1 k \sin \theta}{\omega} \int_{-L}^L J(s) \frac{e^{-ik_1 R(s)}}{R^2(s)} \left[1 + \frac{1}{ik_1 R(s)} \right] \rho ds,$$

$$E_\varphi(\rho, \theta) = H_\rho(\rho, \theta) = H_\theta(\rho, \theta) = 0,$$

$$R(s) = \sqrt{\rho^2 - 2\rho s \cos \theta + s^2},$$

и мощность, поглощенную в единичном объеме диэлектрика,

$$\bar{P}(\rho, \theta) \sim |E_s(\rho, \theta)|^2 \omega \epsilon_1''$$

где $E_s(\rho, \theta) = E_\rho(\rho, \theta) \cos \theta - E_\theta(\rho, \theta) \sin \theta$, $\epsilon_1'' = \frac{4\pi\sigma_1}{\omega}$ ($\epsilon_1 = \epsilon_1' - i\epsilon_1''$), σ_1 – проводимость среды.

В случае $|k_1 L| \ll 1$ из (25) получаем выражения для полей электрического диполя в однородной изотропной среде с потерями ($J(s) = J_0$, $R(s) \approx \rho$),

$$E_\rho(\rho, \theta) = -i2LJ_0 \frac{2k_1^2 \cos \theta e^{-ik_1 \rho}}{\omega \epsilon_1 \rho} \left(\frac{1}{k_1^2 \rho^2} + \frac{i}{k_1 \rho} \right),$$

$$E_\theta(\rho, \theta) = -i2LJ_0 \frac{k_1^2 \sin \theta e^{-ik_1 \rho}}{\omega \epsilon_1 \rho} \left(\frac{1}{k_1^2 \rho^2} + \frac{i}{k_1 \rho} - 1 \right),$$

$$H_\phi(\rho, \theta) = -i2LJ_0 \frac{k_1 k \sin \theta e^{-ik_1 \rho}}{\omega \rho} \left(\frac{i}{k_1 \rho} - 1 \right),$$

которые при $\epsilon_1 = \mu_1 = 1$ совпадают с известными из литературы [15].

На малых расстояниях от вибратора структура электромагнитного поля достаточно сложна, однако в дальней зоне ($\rho \rightarrow \infty$, $\rho \gg 2L$), когда $R(s) \cong \rho - s \cos \theta$, в (25) можно положить

$$\frac{1}{R(s)} \cong \frac{1}{\rho}, \quad e^{-ik_1 R(s)} \cong e^{-ik_1 \rho} e^{ik_1 s \cos \theta}.$$

С учетом этого, при $|k_1 \rho| \rightarrow \infty$ поле излучения приобретает вид:

$$E_\theta(\rho, \theta) = \frac{ik_1^2 \sin \theta}{\omega \epsilon_1} \frac{e^{-ik_1 \rho}}{\rho} \int_{-L}^L J(s) e^{ik_1 s \cos \theta} ds,$$

$$H_\phi(\rho, \theta) = \frac{ik_1 k \sin \theta}{\omega} \frac{e^{-ik_1 \rho}}{\rho} \int_{-L}^L J(s) e^{ik_1 s \cos \theta} ds,$$

откуда находим характеристический импеданс среды $E_\theta/H_\phi = \sqrt{\mu_1/\epsilon_1}$.

Численные результаты

С целью проверки достоверности полученного приближенного аналитического выражения для тока (24) были рассчитаны амплитудно-фазовые распределения тока вдоль идеально проводящего ($Z_s = 0$) вибратора (рис. 1, сплошные кривые) при различных значениях длины вибратора и степени поглощения в среде. Здесь же нанесены экспериментальные значения [1] (пунктир), которые хорошо согласуются с теоретическими, что позволяет сделать вывод об адекватности предложенной

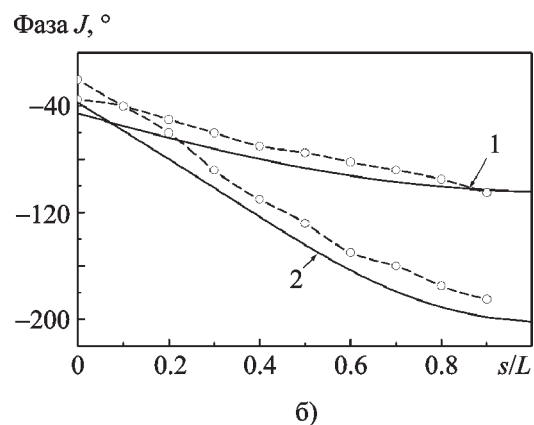
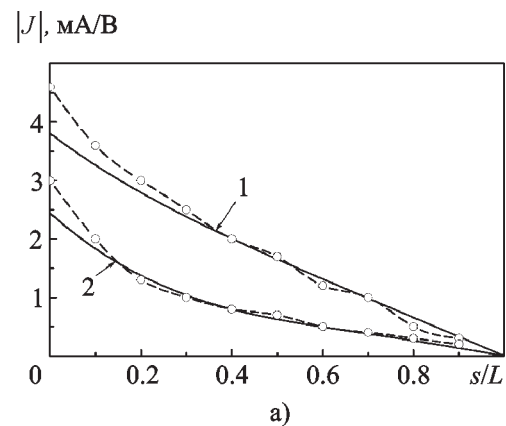


Рис. 1. Амплитудно-фазовое распределение тока вдоль вибратора:
 1 – $L/\lambda_1 = 0.272$, $k_1''/k_1' = 0.97$, $f = 14$ МГц, $r/\lambda_1 = 0.0072$;
 2 – $L/\lambda_1 = 0.585$, $k_1''/k_1' = 0.592$, $f = 28$ МГц, $r/\lambda_1 = 0.0037$

математической модели реальному электромагнитному процессу.

На рис. 2 (здесь и далее $\lambda = 10$ см, $r/\lambda = 0.0033$) приведены значения нормированной амплитуды $|\bar{E}_s|^2 = |E_s|^2 / |E_s|_{\max}^2$ ближнего поля излучения вибратора в зависимости от его поверхностного импеданса при различных параметрах окружающей среды [16]. Как видно, для настройки в резонанс ($kL \cong \pi/2$) вибратора, расположенного в материальной среде с потерями, необходимо наличие у вибратора распределенного импеданса определенных величины и типа ($\bar{X}_s > 0$ – индуктивный импеданс, $\bar{X}_s < 0$ – емкостной импеданс), причем с увеличением ϵ'_1 и ϵ''_1 резонансные значения \bar{X}_s возрастают. Отметим, что для рассматриваемых сред (свободное пространство с $\epsilon_1 = \mu_1 = 1$, жировой слой, мышечная ткань) $|r/\lambda_1| = 0.0033; 0.008; 0.023$, т. е. критерий (8) применимости импедансного граничного условия (5) выполняется.

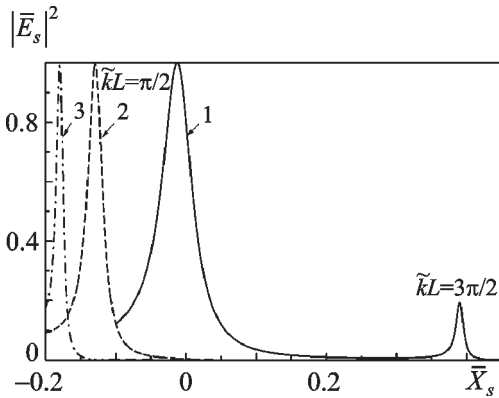


Рис. 2. Амплитуда ближнего поля вибратора в зависимости от поверхностного импеданса при $kL = \pi/2$, $\rho/\lambda = 0.5$, $\theta = 90^\circ$: 1 – свободное пространство ($\epsilon_1 = 1.0$), 2 – жировой слой ($\epsilon_1 = 6.5 - i1.6$), 3 – мышечная ткань ($\epsilon_1 = 46.5 - i18.0$)

Электрофизические параметры окружающей среды оказывают существенное влияние на пространственное распределение излучаемого вибратором электромагнитного поля и соответственно на поглощенную мощность в единице объема. Это следует из графиков на рис. 3-6, где представлены распределения поля

излучения импедансного вибратора на различных расстояниях от его оси при резонансных значениях $\tilde{k}L$ в свободном пространстве, жировом слое и мышечной ткани человеческого организма при температуре 37°C .

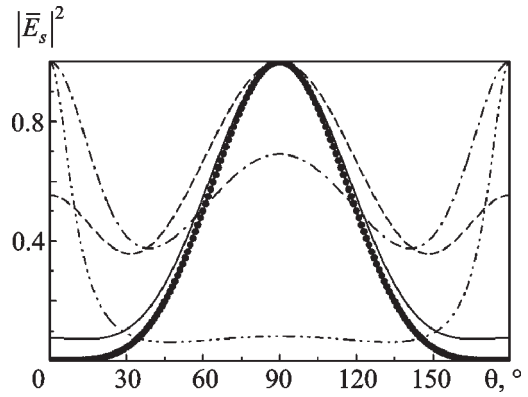


Рис. 3. Распределение ближнего поля вибратора в свободном пространстве при $\bar{X}_s = -0.013$ ($\tilde{k}L = 0.47\pi$):

—•— — $\rho/\lambda = 10$; — — $\rho/\lambda = 1.0$;
 - - - $\rho/\lambda = 0.5$; - · - · - $\rho/\lambda = 0.4$;
 ····· $\rho/\lambda = 0.3$

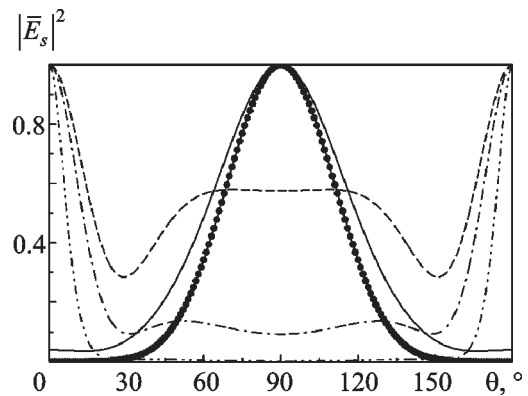


Рис. 4. Распределение ближнего поля вибратора в свободном пространстве при $\bar{X}_s = 0.39$ ($\tilde{k}L = 1.44\pi$):

—•— — $\rho/\lambda = 10$; — — $\rho/\lambda = 1.0$;
 - - - $\rho/\lambda = 0.5$; - · - · - $\rho/\lambda = 0.4$;
 ····· $\rho/\lambda = 0.3$

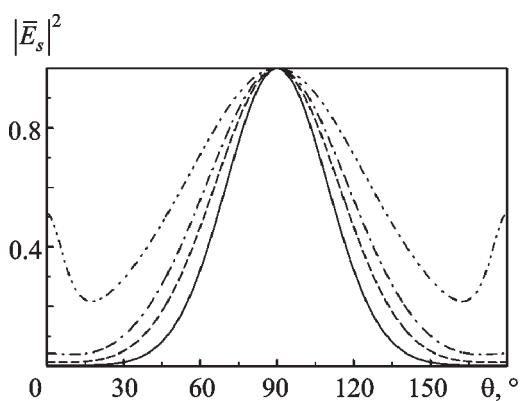


Рис. 5. Распределение ближнего поля вибратора в жировом слое при $\bar{X}_s = -0.129$ ($|\bar{k}L| = 0.47\pi$):
 — $\rho/\lambda = 1.0$; - - - $\rho/\lambda = 0.5$;
 - · - · - $\rho/\lambda = 0.4$; · · · · · $\rho/\lambda = 0.3$

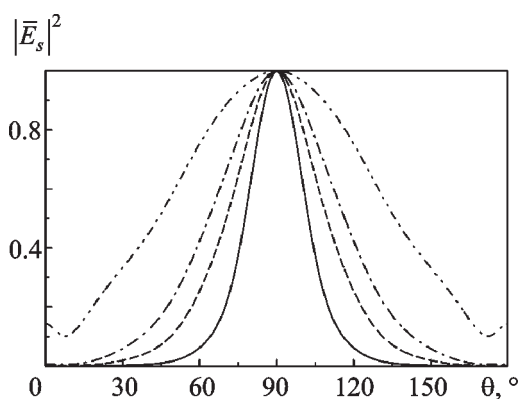


Рис. 6. Распределение ближнего поля вибратора в мышечной ткани при $\bar{X}_s = -0.18$ ($|\bar{k}L| = 0.47\pi$):
 — $\rho/\lambda = 1.0$; - - - $\rho/\lambda = 0.5$;
 - · - · - $\rho/\lambda = 0.4$; · · · · · $\rho/\lambda = 0.3$

Заключение

Таким образом, приведенное асимптотическое решение интегрального уравнения для тока в тонком импедансном вибраторе позволяет с единых позиций рассматривать как “неизолированные” (идеально проводящие), так и “изолированные” (импедансные) излучатели (рассеиватели), находящиеся в однородной изотропной среде с потерями.

Представленные результаты могут быть использованы не только при создании антенных устройств для систем радиосвязи в материальных средах с различными параметрами, но и для решения задач, возникающих, например, при конструировании антенн мобильных аппаратов с учетом электрофизических характеристик человеческого организма, в практической медицине для диагностики заболеваний и диатермического лечения различных органов. Это возможно ввиду того, что полученное решение без особых принципиальных трудностей распространяется на вибраторы, расположенные в пространственных областях, для которых известны или могут быть построены соответствующие аффинорные функции Грина.

Литература

1. Р. Кинг, Г. Смит. Антенны в материальных средах. Москва, Мир, 1984, 824 с.
2. Н. А. Хижняк. Интегральные уравнения макроскопической электродинамики. Киев, Наукова думка, 1986, 280 с.
3. М. Б. Виноградова, О. В. Руденко, А. П. Сухорук. Теория волн. Москва, Наука, 1979, 387 с.
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Москва, ГИФМЛ, 1959, 532 с.
5. Л. Фелсен, Н. Маркувиц. Излучение и рассеяние волн. Том 1, Москва, Мир, 1978, 551 с.
6. Ю. М. Пенкин. Радиофизика и электроника. ИРЭ НАНУ (Харьков). 1997, **2**, №1, с. 43-46.
7. Ю. М. Пенкин. Радиотехника. ХТУРЭ (Харьков). 1997, вып. 104, с. 39-46.
8. М. А. Миллер. ЖТФ. 1954, **24**, вып. 8, с. 1483-1495.
9. М. А. Миллер, В. И. Таланов. Изв. вузов. Радиофизика. 1961, **4**, №5, с. 795-830.
10. М. В. Нестеренко. Вісник Харківського національного університету. Радіофізика та електроніка. 2002, №544, с. 47-49.
11. R. W. P. King. The Theory of Linear Antennas. Cambr. – Mass., Harv. Univ. Press, 1956, 944 p.
12. R. W. P. King, E. A. Aronson, C. W. Harrison. Radio Science. 1966, **1**, pp. 835-850.
13. Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Москва, Наука, 1974, 505 с.

14. А. Н. Филатов. Асимптотические методы в теории дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений. Ташкент, ФАН, 1974, 216 с.
15. А. З. Фрадин. Антенно-фидерные устройства. Москва, Связь, 1977, 440 с.
16. В. А. Березовский, Н. Н. Колотилов. Биофизические характеристики тканей человека. Справочник. Киев, Наукова думка, 1990, 224 с.

Electromagnetic Radiation of Thin Impedance Vibrators in Homogeneous Isotropic Dissipative Medium

M. V. Nesterenko

The asymptotic solution of integral equation for a current in a thin impedance vibrator located in homogeneous isotropic dissipative medium is obtained. The expressions for vibrator radiation fields as functions of the medium electrical-and-physical characteristics are found. Calculation and comparison with experimental data are carried out, and the diagrams of distributions of a current and the field in the near zone are presented depending on medium parameters and vibrator surface impedance.