

## Неустойчивости низкочастотных волн в замагниченной столкновительной плазме с продольным электрическим полем и слабой неоднородностью плотности

А. Н. Кришталь

Главная астрономическая обсерватория НАН Украины,  
Украина, 03680, Голосеево, Киев-127  
E-mail: kryshtal@mao.kiev.ua

Статья поступила в редакцию 23 мая 2002 г.

В рамках линейного приближения теории возмущений рассматриваются условия возникновения и развития неустойчивости низкочастотных волн в плазме, находящейся во внешнем магнитном и параллельном ему слабом квазистатическом электрическом поле. Предполагается, что кулоновские столкновения описываются интегралом столкновений Батнагара-Гросса-Крука. Неоднородность плотности плазмы предполагается "одномерной". Для случая длинноволновых возмущений, распространяющихся почти перпендикулярно внешнему магнитному полю, показано, что при выполнении некоторых дополнительных физических условий дисперсионное уравнение представляет собой полином четвертой степени относительно безразмерной приведенной частоты. Уравнение решается методом Эйлера, причем два из четырех полученных корней оказываются неустойчивыми относительно малых возмущений. Для случая слабой неоднородности плотности, когда ионный циклотронный радиус намного меньше среднего характерного размера неоднородности, найдены выражения для инкрементов развития неустойчивости. Численное моделирование на основе полученных формул проведено для значений основных параметров плазмы (плотности, температуры, напряженности магнитного поля), типичных для атмосферы вспышки в активной области (АО) на Солнце. Оказывается, что неустойчивость одного из корней дисперсионного уравнения носит отчетливо выраженный пороговый характер, т. е. возникает при определенном значении амплитуды медленно возрастающего слабого электрического поля.

У рамках лінійного наближення теорії збурень розглядаються умови виникнення і розвитку нестійкості низькочастотних хвиль у плазмі, що знаходиться в зовнішньому магнітному і паралельному до нього слабкому квазистатичному електричному полі. Вважається, що кулонівські зіткнення описуються інтегралом зіткнень Батнагара-Гросса-Крука. Неоднорідність густини плазми вважаємо "одновимірною". У випадку довгохвильових збурень, що розповсюджуються майже перпендикулярно до зовнішнього магнітного поля, показано, що при виконанні деяких додаткових фізичних умов дисперсійне рівняння являє собою поліном четвертого степеня відносно безрозмірної приведеної частоти. Рівняння розв'язується методом Ейлера, причому два із чотирьох одержаних коренів виявляються нестійкими відносно малих збурень. У випадку слабкої неоднорідності густини, коли іонний циклотронний радіус значно менший за середній характерний розмір неоднорідності, знайдено вирази для інкрементів розвитку нестійкості. Чисельне моделювання на основі одержаних формул проведено для значень основних параметрів плазми (густини, температури, напруженості магнітного поля), типових для атмосфери спалаху в активній області на Сонці. Виявляється, що нестійкість одного із коренів дисперсійного рівняння має чітко виражений пороговий характер, тобто виникає при певному значенні амплітуди по-вільно зростаючого слабкого електричного поля.

## 1. Введение

Несмотря на очевидные сложности как теоретического, так и наблюдательного характера [1-3], кратковременный прогноз вспышки в активной области (АО) остается по-прежнему одной из важнейших фундаментальных проблем физики Солнца. Вспышки чаще всего происходят в так называемых аркадах, состоящих из отдельных петель, которые носят название “послевспышечных” [4]. По такой петле протекает ток, и через токонесущий контур проходит магнитный поток [4, 5]. Согласно теории Хейвертса-Приста-Раста [6] вспышка в АО является следствием взаимодействия двух магнитных потоков, – “старого”, уже имеющегося в одной из петель аркады, и “нового”, всплывающего из-под фотосферы. В рамках этой теории типичной является ситуация, когда при всплытии нового потока в результате наведения дополнительной ЭДС в контуре “старой” петли начинает возрастать амплитуда квазистатического электрического поля. Данные наблюдений [7] подтверждают такую возможность. В работах [8, 9] был предложен механизм “прямого включения” таким полем неустойчивостей волн различных типов в плазме послевспышечных петель в АО. В настоящей работе в рамках упомянутого механизма исследуется неустойчивость низкочастотных волн, частота которых намного меньше ионной циклотронной. Такое внимание к области частот

$$\omega \ll \Omega_i \equiv \frac{e|\vec{B}_0|}{m_p c} \quad (1)$$

(здесь  $\vec{B}_0$  – напряженность магнитного поля в петле, а  $m_p$  – масса протона) обусловлено несколькими причинами. Во-первых, сама возможность генерации низкочастотных кинетических альфеновских волн (КАВ) [10, 11] является принципиальным моментом для целого ряда теорий вспышек [2]. Прежде всего это касается теории Пиддингтона [12], в которой альфеновские волны вообще играют ключевую роль. Как показал Йонсон [13], именно

наличием КАВ можно объяснить дополнительный нагрев плазмы во внутренних областях петель. Во-вторых, неустойчивости низкочастотных волн – как КАВ, так и дрейфовых – в случае наличия в плазме неоднородностей [14, 15] являются низкопороговыми [16]. Применительно к механизму “прямого включения” это означает, что чем меньше значение амплитуды  $|\vec{E}_0(t)|$  квазистатического электрического поля, при котором возникает первая неустойчивость, тем больше времени остается до момента, когда амплитуда  $|\vec{E}_0(t)|$  достигает своего максимального значения, т. е. до вспышки. Тем самым увеличивается время, отпущенное на краткосрочный прогноз. В-третьих, многочисленные наблюдения свидетельствуют о наличии отчетливо выраженных неоднородностей в плазме петель [17, 18]. В основном это неоднородности плотности [19] в направлении, перпендикулярном магнитному полю петли. Представляет интерес оценить их влияние на процесс возникновения и развития неустойчивостей в рамках механизма “прямого включения”.

## 2. Модель плазмы: основные уравнения и используемые приближения

Изложим основные положения и особенности используемой модели плазмы, описанной ранее в [8, 9].

**1.** Реальная плазма в петле на уровне хромосферы является неполностью ионизованной и ограниченной [3]. Однако обработка данных наблюдений, полученных в рамках международной программы “Yohkoh” [19, 20], указывает на то, что в контексте модели плазму можно рассматривать как полностью ионизованную и неограниченную [10], т. к. в рассматриваемой области частоты столкновений заряженных частиц с электрически нейтральными частицами намного меньше частот взаимных столкновений электронов с ионами [21]. Метод локальных решений дисперсионного уравнения позволяет не учитывать влияние границ, оставаясь в рамках приближения геометрической оптики. Если считать, что

характерные размеры неоднородности распределений плотности электронов  $L_e$  и ионов  $L_i$  равны, т. е.

$$L_e = L_i = L, \quad (2)$$

то условие “локальности” решений дисперсионного уравнения (ДУ) записывается в виде [14]:

$$\frac{k_y}{k_\perp^2 L} \ll \left[ \frac{m_e}{m_i \beta_\alpha} \right]^{1/2}, \quad (3)$$

где

$$\beta_\alpha \equiv \frac{8\pi n_0 k_B T_\alpha}{B_0^2}, \quad (\alpha = e, i). \quad (4)$$

В соотношениях (3)-(4)  $n_0$  – равновесная плотность электронов и ионов

$$n_0 = n_{0e} = n_{0i}; \quad (5)$$

$T$  – их температура,

$$T = T_e = T_i; \quad (6)$$

$m_e$  и  $m_i$  – массы электронов и ионов соответственно;  $k_B$  – постоянная Больцмана;  $k_x$ ,  $k_y$  и  $k_z$  обозначают компоненты волнового вектора возмущения, причем

$$k_x^2 + k_y^2 \equiv k_\perp^2; \quad k^2 = k_\perp^2 + k_z^2. \quad (7)$$

Ось  $Z$  используемой системы координат совпадает с направлением магнитного поля  $B_0$  петли, при этом плоскость  $XY$  параллельна плоскости фотосферы. Исследуемая область плазмы находится достаточно близко к одному из двух оснований (“foot point”) петли. Центр системы координат  $XYZ$  совмещен с

центром малого поперечного сечения разомкнутого тора, которым моделируется петля. Поле  $E_0(t)$ , как свидетельствуют данные наблюдений [22], является крупномасштабным, т. е. имеется всюду в петле.

При получении оценок в численном моделировании предполагалось, что

$$|k_x| = |k_y| \equiv \frac{k_\perp}{\sqrt{2}}. \quad (8)$$

В этом случае условие локальности (3) можно записать в виде:

$$\frac{1}{k_\perp^2 L} \ll \frac{\mu}{\sqrt{\beta_\alpha}}, \quad (9)$$

или

$$\frac{\lambda_\perp}{L} \ll 2\pi \sqrt{\frac{2}{\beta_\alpha}} \mu. \quad (10)$$

В соотношениях (9), (10)  $\beta_\alpha$  – “плазменное  $\beta$ ” (4) отдельно для электронов и ионов в случае неизотермической плазмы, когда (6) не выполняется и

$$t = \frac{T_e}{T_i} \neq 1; \quad (11)$$

$\lambda_\perp$  – длина волны возмущения в перпендикулярном к  $Z$  направлении;

$$\mu \equiv \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \approx 2.33 \times 10^{-2}. \quad (12)$$

Очевидно, что для малых  $\beta_\alpha$ , изменяющихся в интервале

$$\mu \ll \beta_\alpha \ll 1, \quad (13)$$

условие локальности решений ДУ (10) оказывается более жестким [14, 15, 23], чем приближение геометрической оптики

$$\frac{\lambda_{\perp}}{L} \ll 1. \quad (14)$$

**2.** Предполагается, что равновесная функция распределения по скоростям является чисто максвелловской для ионов и описывается сдвинутым максвелловским распределением для электронов, причем сдвиговая скорость  $u_e$  определяется выражением [23]:

$$u_e = + \frac{eE_0}{m_e v_{ei}}. \quad (15)$$

Здесь  $v_{ei}$  есть частота чисто кулоновских электронно-ионных столкновений, а знак “+” означает, что в исследуемой области поле  $E_0$  направлено “к фотосфере”, т. е. электроны двигаются в обратном направлении – “от фотосферы”, в область  $Z > 0$ . Согласно стандартному подходу [23] обе функции распределения содержат параметр – плотность числа частиц, который является функцией координат (в данном случае зависит от  $x$ ).

**3.** Электрическое поле в петле предполагается слабым и квазистатическим. Первое означает выполнение условия

$$\frac{E_0}{E_D} \equiv \varepsilon_R \ll 1, \quad (16)$$

где

$$E_D = \frac{m_e}{e} v_{Te} v_{ei} \quad (17)$$

есть локальное дрейсеровское поле, а

$$v_{Te} = \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_e}} - \quad (18)$$

тепловая электронная скорость. Согласно установившейся в последнее время терминологии, поля, в которых  $\varepsilon_R$  не превышает нескольких процентов (т. е. электроны не переходят в режим “убегания” [23]), называются “субдрейсеровскими” [20]. К сожалению, подавляющее большинство данных наблюдений относятся к более поздней стадии развития предвспышечного состояния, соответствующей по нашей терминологии случаю “сильной” неоднородности, когда при почти неизменных  $n_e$  и  $T_i$  резко возрастают значения  $T_e$  и  $\varepsilon_R$ , а эффективная частота столкновений  $v_{eff}$  заменяет  $v_{ei}$ . Так, по данным работы [31], для вспышки 27 июня 1980 года  $T_e = 3.6 \cdot 10^7$  К,  $\varepsilon_R = 0.054$  и  $n_{0e} = 1.1 \cdot 10^{11}$  см<sup>-3</sup>. Для рассматриваемого случая “слабой” неоднородности, соответствующей более ранней стадии развития вспышечного процесса, мы пользовались полуэмпирической моделью вспышки из работы [30], где  $v_{eff} = v_{ei}$ ,  $T_e = 2.68 \cdot 10^6$  К и  $n_e = 6.89 \cdot 10^{10}$  см<sup>-3</sup>. Естественно, что, как это будет показано ниже, мы получили меньшее граничное значение  $\varepsilon_R$ . Квазистатичность поля  $\vec{E}_0(t)$  обеспечивается выполнением условия

$$\frac{\partial}{\partial t} |\ln \vec{E}_0(t)| \ll \tau_{inst}^{-1}, \quad (19)$$

которое означает, что временной масштаб изменения амплитуды поля намного превышает время развития неустойчивости  $\tau_{inst}$ . Ниже будет показано, что в среднем  $\tau_{inst} = 10^{-3} \div 10^{-2}$  с, тогда как время нарастания  $E_0(t)$  до максимального значения, например, для вспышки 29 июля 1973 года равно ~1 мин [7]. В рамках линейного приближения теории возмущений время развития неустойчивости связано с инкрементом неустойчивости  $\gamma$  стандартным соотношением [15]:

$$\tau_{inst} \approx \gamma^{-1}. \quad (20)$$

**4.** Предполагается, что наличие в плазме достаточно сильного магнитного и субдрей-

серовского электрического поля может обеспечить преобладание направленного движения заряженных частиц вдоль поля  $\vec{E}_0$  над хаотическим тепловым. Тем самым может быть реализована ситуация, когда электронно-ионные столкновения доминируют не только над ион-ионными, но и над электрон-электронными. Принимая во внимание известную связь между величинами  $v_{ei}$ ,  $v_{ii}$ , и  $v_{ee}$  [23], вклад всех столкновений в ДУ можно учесть на феноменологическом уровне с помощью замены величины  $v_{ei}$  на  $\sigma v_{ei}$ , где  $\sigma$  – числовой множитель, причем

$$\sigma \geq 1. \quad (21)$$

Для конкретного уравнения состояния, рассмотренного в данной задаче, оказалось, что из условия действительности корней дисперсионного уравнения следует ограничение на величину  $\sigma$  “сверху”:

$$1 \leq \sigma \leq 2.5. \quad (22)$$

### 5. Условие для градиентов плотностей ионов и электронов

$$\frac{\partial n_{0e}}{\partial x} = \frac{\partial n_{0i}}{\partial x} \quad (23)$$

можно рассматривать как следствие условия квазинейтральности плазмы (5). Как было отмечено выше, рассматриваемая неоднородность плотности является “одномерной”, т. е.  $n_0 = n_0(x)$ . Для профиля плотности достаточно общего вида

$$n_{0\alpha}(x) = n_{0\alpha}^* \exp(-x/L_\alpha), \quad (\alpha = e, i), \quad (24)$$

где  $n_{0\alpha}^* = \text{const}$ , условие (23) выполняется, если выполняются условия (2) и (5). Условие (23) позволяет установить простую связь между дрейфовыми частотами электронов и ионов [24]:

$$\omega_e^* = -t\omega_i^*, \quad (25)$$

где

$$\omega_{e,i}^* = k_y \frac{v_{Te,i}^2}{\Omega_{e,i}} \frac{\partial}{\partial x} [\ln n_{0e,i}(x)], \quad (26)$$

а  $|\Omega_e|$  – электронная гирочастота. В расчетах использовались приведенные дрейфовые частоты  $\Omega_i^*$  и  $\Omega_e^*$ :

$$\Omega_\alpha^* = \frac{\omega_\alpha^*}{k_z v_A}, \quad (\alpha = e, i), \quad (27)$$

где  $v_A = c \frac{\Omega_i}{\omega_{Pi}}$  – альфвеновская скорость и  $\omega_{Pi} = \sqrt{\frac{4\pi n_0 e^2}{m_i}}$  – плазменная (ленгмюровская) ионная частота. Условие, аналогичное (25), имеет место и для приведенных дрейфовых частот.

**6.** Слабая неоднородность плотности плазмы означает, что для частоты генерируемых волн должно выполняться соотношение:

$$\omega \gg \omega_\alpha^*, \quad (\alpha = e, i), \quad (28)$$

а ионный гирорадиус

$$\rho_i = \frac{v_{Ti}}{\Omega_i} \quad (29)$$

должен быть намного меньше среднего характерного размера неоднородности плотности (2), т. е.

$$\frac{\rho_i}{L} \ll 1. \quad (30)$$

**7.** Рассматриваются длинноволновые возмущения, имеющие малую величину парамет-

ра кинетичности для ионов ( $z_i$ ) и для электронов ( $z_e$ ), т. е.

$$z_i \equiv \frac{k_{\perp}^2 v_{Ti}^2}{\Omega_i^2} \ll 1, \quad (31)$$

$$z_e \equiv \frac{k_{\perp}^2 v_{Te}^2}{\Omega_e^2} \ll 1, \quad (32)$$

$$z_e = \mu^2 t z_i \quad \text{и} \quad z_e \ll z_i \quad \text{для} \quad t \leq 20. \quad (33)$$

**8.** Предполагается, что фазовая скорость волн, генерируемых вдоль оси  $Z$ , изменяется в диапазоне, характерном для ионно-звуковых и альфвеновских волн [14, 23]:

$$v_{Ti} \ll \frac{\omega}{k_z} \ll v_{Te}. \quad (34)$$

Устойчивость подобных колебаний (волн) в неоднородной плазме при  $v_{ei} = 0$ ,  $\epsilon_R = 0$  и  $t = 1$  впервые была исследована в работе [14]. Можно допустить, что при выполнении условия

$$\sigma v_{ei} \ll \omega, \quad (35)$$

а также условия (16), для не слишком больших значений параметра неизотермичности

$$1 \leq t \leq 10 \quad (36)$$

некоторые решения ДУ данной задачи будут мало отличаться от “родственных” решений ДУ из [14].

**9.** Рассмотрение квазиперпендикулярного направления распространения возмущений

$$k_* \equiv \frac{k_z}{k_{\perp}} \ll 1 \quad (37)$$

продиктовано, прежде всего, результатами наблюдений, поскольку наблюдения петельных структур в рентгеновском диапазоне [5, 20] в рамках программы “Yohkoh” обнаружили четко выраженную неоднородность плотности в направлении, перпендикулярном магнитному полю. То же можно сказать и о пре-небрежении пространственными градиентами температуры и магнитного поля по сравнению с градиентом плотности, поскольку известно [25], что именно различия в плотности являются главными при сравнении характеристик плазмы во вспышечной петле и фоновой плазмы в активной области. Возможность пренебрежения пространственным градиентом магнитного поля (и “широм”), как известно [10], определяется выполнением соотношения

$$\beta_i < z_i k_*^2 u_e^{-2}.$$

При токовых скоростях электронов  $u_e$ , определяемых соотношением (15), т. е. при  $u_e = v_{Te} \epsilon_R$ , приведенное неравенство выполняется с большим запасом.

### 3. Дисперсионное уравнение и инкремент неустойчивости

Исходным пунктом для получения ДУ можно считать выражение для скалярной диэлектрической проницаемости горячей магнитоактивной неоднородной плазмы [23]:

$$\epsilon(\omega, \vec{k}, x) = 1 + \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{k^2 v_{T\alpha}^2} \frac{\epsilon^h(\omega, \vec{k}, x)}{\epsilon'(\omega, \vec{k}, x)}, \quad (\alpha = e, i) \quad (38)$$

где

$$\begin{aligned} \epsilon^h(\omega, \vec{k}, x) = 1 - & \\ - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\omega' + i\nu_{\alpha\beta}}{\omega' + i\nu_{\alpha\beta} - n\Omega_{\alpha}} \left( 1 - \frac{\omega_{\alpha}^{*}}{\omega' + i\nu_{\alpha\beta}} \right) A_n(z_{\alpha}) J_{+}(x_{\alpha\beta}), & \end{aligned} \quad (39)$$

$$\varepsilon'(\omega, \vec{k}, x) = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i\nu_{\alpha\beta}}{\omega' + i\nu_{\alpha\beta} - n\Omega_{\alpha}} A_n(z_{\alpha}) J_+(x_{\alpha\beta}), \quad (40)$$

$n = 0, 1, 2, 3, \dots,$

$$\omega' \equiv \omega - k_z u_e \equiv \omega - k_z v_{Te} \varepsilon_R, \quad (41)$$

$$x_{\alpha\beta} = \frac{\omega' + i\nu_{\alpha\beta} - n\Omega_{\alpha}}{|k_z v_{T\alpha}|}, \quad \alpha, \beta = e, i, \quad \alpha \neq \beta, \quad (42)$$

$$J_+(x) = x \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \int_{i\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{\tau^2}{2}\right) d\tau, \quad (43)$$

$$A_n(z) = I_n(z) \exp(-z). \quad (44)$$

В соотношениях (39) - (44)  $\omega_{P\alpha} = \sqrt{\frac{4\pi n_{0\alpha} e^2}{m_{\alpha}}} -$  плазменная частота частиц сорта  $\alpha$ , а  $I_n(z)$  – модифицированная функция Бесселя  $n$ -го порядка. Учитывая вышеприведенные ограничения на параметры плазмы и на возмущения, электрическое поле в волне в неоднородной среде можно считать квазипотенциальным [15]. Тогда уравнение

$$\varepsilon(\omega, \vec{k}, x) = 0, \quad (45)$$

где  $\varepsilon(\omega, \vec{k}, x)$  определяется выражением (38), в плазме со слабой пространственной неоднородностью плотности играет ту же роль, что и стандартное ДУ в однородной плазме [14, 23]. Уравнение (45) в таком случае можно рассматривать как уравнение эйконала для потенциальных волн в нулевом приближении геометрической оптики [14, 23]. Общий вид ДУ (45) для низкочастотных волн, частота которых удовлетворяет условию (1), в стандартном при-

ближении  $n = 0$  в выражениях (38)-(40) [23], можно существенно упростить и получить в результате уравнение:

$$\varepsilon(\omega, \vec{k}, x) = 0 = \varepsilon_{\perp} \sin^2 \Theta + \varepsilon_{\parallel} \cos^2 \Theta \equiv \varepsilon_{\perp} \frac{k_{\perp}^2}{k^2} + \varepsilon_{\parallel} \frac{k_z^2}{k^2}, \quad (46)$$

где использованы следующие обозначения [15]:

$$\varepsilon_{\perp} = 1 + \sum_{\alpha} \frac{\hat{l}_{\alpha} (1 - A_0(z_{\alpha}))}{k_{\perp}^2 d_{\alpha}^2}, \quad (47)$$

$$\varepsilon_{\parallel} (\equiv \varepsilon_{zz}) = 1 - \sum_{\alpha} \frac{\hat{l}_{\alpha} (1 - J_+(x_{\alpha\beta})) A_0(z_{\alpha})}{k_z^2 d_{\alpha}^2}, \quad (48)$$

$$\hat{l}_{\alpha} = 1 - \frac{k_y v_{T\alpha}^2}{\Omega_{\alpha} (\omega' + i\nu_{\alpha\beta})} \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\ln n_{0\alpha}(x)) \right]. \quad (49)$$

В соотношениях (46)-(48)  $d_{\alpha} \equiv v_{T\alpha} / \omega_{P\alpha}$  – де-баевский радиус частиц сорта  $\alpha$ . В квазипотенциальном приближении вместо ДУ (46) можно записать [15]:

$$\varepsilon_{\parallel} \left( 1 - \frac{\omega^2}{c^2 k_z^2} \varepsilon_{\perp} \right) + \frac{k_{\perp}^2}{k_z^2} \varepsilon_{\perp} = 0. \quad (50)$$

ДУ для задачи, рассматриваемой в настоящей статье, тоже будет иметь вид (50), а наличие слабого электрического поля и учет столкновений скажутся, как это будет показано ниже, на виде выражений для  $\varepsilon_{\parallel}$  и  $\varepsilon_{\perp}$ , в которых появятся дополнительные члены. Так, с учетом соотношений (1), (3), (10), (13), (16), (23), (27), (28), (30)-(37), “продольную” и “поперечную” части диэлектрической проницаемости можно представить следующим образом:

$$\varepsilon_{\parallel} = 1 + \left( \frac{k_{\perp}}{k_z} \right)^2 \frac{\omega_{*i}^2}{z_i} \left( \operatorname{Re} \varepsilon_{\parallel}^0 + i \operatorname{Im} \varepsilon_{\parallel}^0 \right), \quad (51)$$

$$\varepsilon_{\perp} = 1 + \frac{\omega_{*i}^2}{z_i} (\operatorname{Re} \varepsilon_{\perp}^0 + i \operatorname{Im} \varepsilon_{\perp}^0), \quad (52)$$

где

$$\operatorname{Re} \varepsilon_{\perp}^0 = z_i \left( 1 - \frac{\omega_i^*}{\omega} \right) + \frac{z_e}{t} \left( 1 - \frac{\omega_e^*}{\omega'} \right), \quad (53)$$

$$\operatorname{Im} \varepsilon_{\perp}^0 = \frac{v_{ei}}{\omega'} \left[ z_i \left( 1 - \frac{k_z v_{Te}}{\omega} \varepsilon_R \right) + \frac{z_e \omega_e^*}{t \omega'} \right], \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \varepsilon_{\parallel}^0 &= \frac{1}{t} \left[ 1 - \frac{\omega_e^*}{\omega'} + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{v_{ei} \omega_e^*}{\omega'^*} \left( \frac{\omega'}{k_z v_{Te}} - \varepsilon_R \right) \right] + \\ &+ \frac{k_z^2 v_{Ti}^2}{\omega^2} \left( \frac{\omega_i^*}{\omega} - 1 \right), \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} \varepsilon_{\parallel}^0 &= \frac{v_{ei}}{\omega'} \left[ z_i \left( 1 - \frac{k_z v_{Te}}{\omega'} \varepsilon_R \right) - \frac{1}{t} \left( 1 - \frac{\omega_e^*}{\omega'} \right) \right] + \\ &+ \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{t} \left( \frac{\omega' - \omega_e^*}{k_z v_{Te}} - \frac{\omega_e^*}{\omega'} \varepsilon_R \right), \end{aligned} \quad (56)$$

$$\omega_{*\alpha} \equiv \frac{\omega_{p\alpha}}{\Omega_{\alpha}}, \quad (\alpha = e, i). \quad (57)$$

Дисперсионное уравнение (50) можно назвать модифицированным дисперсионным уравнением (МДУ), отмечая тем самым наличие в  $\varepsilon_{\parallel}$  и  $\varepsilon_{\perp}$  добавок с  $v_{ei} \neq 0$  и  $\varepsilon_R \neq 0$ . В этом МДУ можно разделить действительную и мнимую части, и если рассматривать только действительные корни уравнения

$$\operatorname{Re} D(\omega, \vec{k}, x) = 0, \quad (58)$$

то инкремент развития (или декремент затухания) каждого из этих корней будет опреде-

ляться известным выражением [15, 23]:

$$\gamma_k = - \frac{\operatorname{Im} D(\omega, \vec{k}, x)}{\left. \frac{\partial}{\partial \omega} \operatorname{Re} D(\omega, \vec{k}, x) \right|_{\omega=\omega_k}}, \quad (59)$$

где  $\omega = \omega_k$  есть  $k$ -й корень МДУ (58). В процессе решения данной задачи изначально рассматривались только действительные корни МДУ. С одной стороны, это позволило исключить из рассмотрения процессы, соответствующие фактическому срыву колебаний из-за апериодического затухания или развития апериодической неустойчивости, с другой – наложило дополнительные ограничения на диапазон изменения основных физических характеристик плазмы. МДУ (58), которое получается из (50) для  $\varepsilon_{\parallel}$  и  $\varepsilon_{\perp}$  с учетом выражений (51)-(55), представляет собой полином относительно приведенной частоты

$$\Omega \equiv \frac{\omega}{k_z v_A}.$$

Для не слишком больших значений параметра

$$\beta_A \equiv \frac{v_{Te}}{v_A} \leq 20$$

и предельно малых значений  $\varepsilon_R$  МДУ имеет вид:

$$\operatorname{Re} D(\omega, \vec{k}, x) = a\Omega^4 + b\Omega^3 + c\Omega^2 + d\Omega + e = 0, \quad (60)$$

где

$$a = 1 + \tau_*; \quad \tau_* = \sqrt{\frac{2\pi}{z_i t}} \frac{v \mu}{k_*}; \quad v \equiv \sigma \frac{v_{ei}}{\Omega_i}; \quad \sigma \in [1; 2.5]; \quad (61)$$

$$b = \frac{\Omega^*}{t} - 2\beta_A \varepsilon_R - \tau_* \left[ 2\beta_A \varepsilon_R + \Omega^* \left( 1 - \frac{1}{t} \right) \right];$$

$$\Omega^* \equiv \Omega_e^* = -t\Omega_i^*;$$

$$c = -1 - z_i t + \tau_* \left[ -1 - \frac{\beta_A}{2} (z_i t + \Omega^*) - \right. \\ \left. -(2\beta_A \varepsilon_R + \Omega^*) \left( \frac{\Omega^*}{t} - \frac{\beta_A \varepsilon_R}{2} \right) - \beta_A \varepsilon_R \left( \beta_A \varepsilon_R + \frac{\Omega^*}{2} \right) \right] - \\ - \beta_A^2 \mu^2 \left( 1 - \frac{\tau_*^2}{2\pi\mu^2} \right) - 2\beta_A \varepsilon_R \left( \frac{\Omega^*}{t} - \frac{\beta_A \varepsilon_R}{2} \right);$$

$$d = 2\beta_A \varepsilon_R (1 + z_i t) - z_i \Omega^* + \tau_* \left[ 2(\beta_A \varepsilon_R + \Omega^*) + \right. \\ \left. + \beta_A \varepsilon_R (\beta_A \varepsilon_R + \Omega^*) \frac{\Omega^*}{t} + \beta_A^2 \varepsilon_R v \left( z_i t + \frac{\Omega^*}{2} \right) \right] + \\ + \beta_A^2 \varepsilon_R^2 \frac{\Omega^*}{t} - \beta_A^2 \mu^2 \left[ \tau_* \beta_A v - \left( 1 - \frac{\tau_*^2}{2\pi\mu^2} \right) \frac{\Omega^*}{t} \right];$$

$$e = 2\beta_A \varepsilon_R z_i \Omega^* - \beta_A^2 \varepsilon_R^2 (1 + z_i t) - \\ - \beta_A^2 \mu^2 \left( -1 + \frac{\tau_*^2}{2\pi\mu^2} + \frac{\tau_* \beta_A v \Omega^*}{\sqrt{2\pi t}} \right).$$

На основании численного моделирования было установлено, что при  $\sigma > 2.5$  у МДУ (60) появляются комплексные корни. Этим объясняется значение  $\sigma = 2.5$  на верхней границе интервала в (61).

Вычисление корней уравнения четвертой степени (60) было выполнено на основе метода Эйлера [26]. Для конкретных значений плотности, температуры и напряженности внешнего магнитного поля этот алгоритм реализует численный счет по точным формулам. Все четыре корня алгебраического уравнения 4-й степени будут действительными только при выполнении условия

$$\mathcal{D} < 0, \quad (62)$$

где  $\mathcal{D}$  есть дискриминант резольвентного кубического уравнения в приведенной форме. Условие (62), наряду с (10), (14), (30) и (34), налагает наиболее жесткие ограничения на основные параметры плазмы в петле. Вместе с тем эти ограничения как раз и позволяют рассматривать раздельно случаи “слабой” и “сильной” неоднородности плотности и ставить в соответствие каждому из них определенную стадию развития предвспышечного состояния.

Полученные действительные корни МДУ (60)  $\Omega = \Omega_k$  ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) следует подставить в формулу (59) для того, чтобы получить и проанализировать выражения для инкрементов (или декрементов) волн при конкретных значениях основных параметров плазмы. Только при

$$\gamma_k > 0 \quad (k = 1, 2, 3, 4)$$

можно говорить о том, что соответствующая волна может генерироваться по крайней мере в течение линейной стадии процесса развития неустойчивости. Относительный инкремент для всех четырех корней дисперсионного уравнения описывается выражением:

$$\Gamma_k \equiv \frac{\gamma_k}{\omega} \Big|_{\omega=\omega_k} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{(\Omega - \beta_A \varepsilon_R)}{\Omega^2 \beta} \frac{F_1}{F_2} \Big|_{\omega=\omega_k}, \quad (63)$$

где

$$F_1 \equiv C_0 + C_1 \Omega + C_2 \Omega^2 + C_3 \Omega^3 + \\ + C_4 \Omega^4 + C_5 \Omega^5 + \Omega^6,$$

$$F_2 \equiv S_0 + S_1 \Omega + S_2 \Omega^2 + S_3 \Omega^3 + S_4 \Omega^4,$$

причем

$$C_0 = \beta_A^3 \left\{ \beta_A \frac{\tau_*}{\pi} \left[ \mu^2 \left( \frac{\Omega^*}{t} + 2\beta_A \varepsilon_R \right) - \varepsilon_R^2 z_i t \right] - \right. \\ \left. - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \varepsilon_R v z_i t \right\};$$

$$\begin{aligned}
C_1 &= \beta_A^2 \left\{ \sqrt{\frac{8}{\pi}} v \left[ \varepsilon_R z_i t - \beta_A \mu^2 \left( \frac{\Omega^*}{2t} - \beta_A \varepsilon_R \right) \right] + \right. \\
&\quad \left. + \beta_A \frac{\tau_*}{\pi} \left[ \beta_A \mu^2 \left( \frac{\Omega^*}{t^2} - 2 \right) - \varepsilon_R (\pi \Omega^* - z_i t (1 + \pi)) \right] \right\}; \\
C_2 &= \beta_A \left\{ \beta_A \tau_* \left[ \frac{\beta_A}{\pi} \left( 3 \beta_A^2 \mu^2 \frac{\Omega^*}{t} + \varepsilon_R z_i t (\beta_A \varepsilon_R - z_i \Omega^*) \right) + \right. \right. \\
&\quad \left. + \left( 1 - \beta_A \varepsilon_R \frac{\Omega^*}{t} \right) (z_i t + \Omega^*) \right] - \\
&\quad - \varepsilon_R (\Omega^* + 3 \beta_A \varepsilon_R) + \sqrt{\frac{2}{\pi}} v \left[ \frac{\beta_A^2 \tau_*^2}{2\pi} - z_i t - \beta_A^2 (\mu^2 - \varepsilon_R^2) + \right. \\
&\quad \left. \left. + \beta_A \varepsilon_R \tau_* \left( \beta_A \varepsilon_R + \frac{\Omega^*}{2} \right) \right] \right\}; \\
C_3 &= \beta_A^2 \tau_* \left[ \left( \frac{\Omega^*}{t} - \beta_A \varepsilon_R \right) (z_i t + \Omega^*) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\beta_A}{\pi} (2 \beta_A \mu^2 - \varepsilon_R z_i t) \right] + 3 \beta_A \varepsilon_R + \\
&\quad + \Omega^* + \beta_A \varepsilon_R \frac{\Omega^*}{t} (3 + \Omega^*) - \\
&\quad - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \beta_A v [2 \beta_A \varepsilon_R + \tau_* (2 \beta_A \varepsilon_R + \Omega^*)]; \\
C_4 &= -1 + 3 \beta_A^2 \varepsilon_R^2 + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \beta_A v (1 + \tau_*) - \frac{\Omega^{*2}}{t} - \\
&\quad - \beta_A \varepsilon_R \Omega^* \left( \frac{3}{t} - 1 \right) + \beta_A^2 \tau_* (z_i t + \Omega^*); \\
C_5 &= -3 \beta_A \varepsilon_R - \Omega^* \left( 1 - \frac{1}{t} \right);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_0 &= 3 \beta_A \varepsilon_R z_i \Omega^* + 2 \beta_A^2 \mu^2 \left( 1 - \frac{\tau_*^2}{2\pi \mu^2} + \frac{\Omega^{*2}}{t^2} \right) + \\
&\quad + \tau_* \left\{ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \beta_A^3 v \left[ \varepsilon_R^2 \left( \frac{\Omega^*}{2} + z_i t \right) - \mu^2 \frac{\Omega^*}{t} \right] - \right. \\
&\quad \left. - \beta_A \varepsilon_R \Omega^* \left( 1 - \beta_A \varepsilon_R \frac{\Omega^*}{t} \right) \right\}; \\
S_1 &= -z_i \Omega^* - \beta_A^2 \frac{\Omega^*}{t} \left[ 3 \varepsilon_R^2 + \mu^2 \left( 1 - \frac{\tau_*^2}{2\pi \mu^2} \right) \right] + \\
&\quad + \tau_* \left\{ \Omega^* \left[ 1 + \beta_A \varepsilon_R \left( 2 \beta_A \varepsilon_R - \frac{1}{t} (3 \beta_A \varepsilon_R + \Omega^*) \right) \right] + \right. \\
&\quad \left. + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \beta_A v \left[ \beta_A \varepsilon_R \left( z_i t + \frac{3}{2} \Omega^* \right) - \beta_A^2 \mu^2 \right] \right\}; \\
S_2 &= 3 \beta_A \varepsilon_R \left\{ \frac{\Omega^*}{t} - 2 \beta_A \varepsilon_R - \right. \\
&\quad \left. - \tau_* \left[ 2 \beta_A \varepsilon_R + \Omega^* \left( 1 - \frac{1}{t} \right) \right] + \sqrt{\frac{\pi}{2}} v \Omega^* \right\}; \\
S_3 &= 6 \beta_A \varepsilon_R - \frac{\Omega^*}{t} + \tau_* \left[ 6 \beta_A \varepsilon_R + \Omega^* \left( 1 - \frac{1}{t} \right) \right] - \sqrt{\frac{\pi}{2}} v \Omega^*; \\
S_4 &= -2(1 + \tau_*).
\end{aligned}$$

Стоит отметить, что если для  $k$ -го корня МДУ (60) при  $t = 1$  и  $\gamma_k > 0$  выполняется условие  $|\Omega_k| \geq 1$ , т. е. соответствующая волна мало отличается от КАВ [13], то величину  $t$  имеет смысл выбирать как можно ближе к единице со стороны больших значений  $t$ . Это касается тех уравнений состояния плазмы, для которых  $\beta_A \geq 1$  [24], и связано с тем, что в таком случае отпадает необходимость в дополнительных теоретических построениях, объясняю-

щих существенный подогрев плазмы в предвспышечном состоянии [13, 27]. Если же при  $t=1$  и  $\gamma_k > 0$  выполняется условие  $|\Omega_k| \ll 1$ , то величину  $t$  следует выбирать как можно большей в пределах интервала (36), иначе даже при  $\beta_A \gg 1$  будет нарушаться левая часть неравенства (34) для фазовой скорости волны вдоль поля.

#### 4. Основные параметры модели плазмы в случае слабой неоднородности плотности

В используемой модели плазмы условие (30) для величины  $\rho \equiv \rho_i/L$  выполняется всегда для локальных решений МДУ, хотя предельно малые значения  $\rho$  могут отличаться от предельно больших на два порядка. Безусловно, это связано с границами применимости приближения геометрической оптики [23]. Точно так же величина кинетического параметра для ионов  $z_i$  может изменяться весьма значительно, подчиняясь при этом неравенству (31). Кроме того, в силу одномерности профиля плотности  $n_0(x)$  максимальная неоднородность плотности соответствует предельно малым из возможных значений  $k_*$ , а минимальная – предельно большим, опять-таки при том, что условие (37) выполняется для любых  $k_*$ . Поэтому модель плазмы с предельно малыми значениями  $\rho$  и  $z_i$  и предельно большими значениями  $k_*$  можно назвать “моделью со слабой неоднородностью (плотности)”. В спокойном состоянии петли, т. е. до возникновения токового слоя [17] и задолго до вспышки, средние размеры неоднородности плотности, полученные по результатам обработки данных наблюдений [18, 28], изменяются в пределах от 20 до 140 км. Очевидно, что при средних значениях амплитуды магнитного поля в интервале от 30 до 100 Гс, характерном для “фотосферно-хромосферных” участков токового контура петли, величина  $\rho$  будет исчезающе малой. Поэтому, чтобы в модели сделать влияние дрейфовых эффектов, по крайней мере, более заметным, следует выбирать средний характерный размер неоднородности хотя бы на порядок меньше. В предвспышечном состоя-

нии петли единственным подходящим объектом с предельно малыми значениями  $L$  может быть только поверхностный переходной слой, отделяющий более сжатую плазму петли от более разреженной плазмы окружающей атмосферы активной области. В расчетах мы использовали значение  $L = 2$  км. Все основные параметры модели “со слабой неоднородностью”, т. е.  $\rho$ ,  $z_i$ ,  $k_*$  и  $\epsilon_R$ , являются малыми величинами, и для того чтобы более точно установить границы интервалов для каждой из этих величин, необходимо, кроме условия некомплексности корней МДУ (60), использовать условие

$$\Gamma_k \ll 1, \quad (64)$$

обеспечивающее применимость линейного приближения теории возмущений. При этом задание нижней границы величины  $\epsilon_R$  возможно только в рамках определенной модели вспышки в арочных структурах.

Согласно упоминавшейся ранее теории Хейвартса-Приста-Раста [6] начальное значение амплитуды крупномасштабного электрического поля и значение параметра  $(\epsilon_R)_0$ , соответствующее “невозмущенному” состоянию “старой” петли, можно определить из достаточно простых соображений. В стационарном состоянии плотность тока в петле  $J$  можно записать в следующем виде [17]:

$$J = en_0 u_e = \sigma_{sp} E_0, \quad (65)$$

где токовая скорость электронов [23] определяется формулой (15):

$$u_e = \frac{eE_0}{m_e v_{ei}},$$

а кулоновская проводимость [29] определяется известным выражением [16]:

$$\sigma_{sp} = \frac{n_0 e^2}{m_e v_{ei}}. \quad (66)$$

Если петля имеет вид разомкнутого тора [4], и  $R_0$  – его малый радиус, то

$$J = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi R_0^2}, \quad (67)$$

где  $I$  – сила тока в петле. Для рассматриваемого субдрейсеровского поля

$$(\varepsilon_R)_0 = \frac{u_e}{v_{Te}} \ll 1, \quad (68)$$

когда электрон-ионные столкновения доминируют и эффективная частота столкновений  $v_{\text{eff}}$  [23] совпадает с  $v_{ei}$  (т. е. при  $\sigma=1$ ), из соотношений (65)-(68) следует, что

$$(\varepsilon_R)_0 = \frac{I}{\pi R_0^2 n_0 e v_{Te}}. \quad (69)$$

При заданном уравнении состояния плазмы в петле (т. е. для конкретных значений  $n_0$ ,  $T_e$  и  $T_i$ ), полагая  $I = 1 \cdot 10^{12}$  А [22], и  $R_0 = 10^8$  см [2], из (69) получаем значение

$$(\varepsilon_R)_0 = 1.1 \cdot 10^{-5}.$$

В качестве “уравнения состояния” были взяты значения  $n_0$  и  $T_e = T_i$  из работы [30], соответствующие высоте  $h = 1459$  км над уровнем фотосфера в атмосфере вспышки:

$$n_0 = 6.89 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}; \quad (70)$$

$$T_e = (T_i) = 4.47 \cdot 10^5 \text{ К.}$$

В расчетах верхнюю границу значений  $\varepsilon_R$  для случая слабой неоднородности мы полагали на порядок большей, чем  $(\varepsilon_R)_0$ , т. е.

$$(\varepsilon_R)_{\max} = 10^{-4}.$$

Таким образом, замкнутую область в пространстве параметров  $z_i$ ,  $k_*$ ,  $t$  и  $\varepsilon_R$ , определяемую в основном неравенствами (3), (16), (30)-(37), можно с помощью дополнительных условий (62) и (64) расщепить на две непересекающиеся подобласти, соответствующие по отдельности случаям “слабой” и “сильной” неоднородностей. В рамках теории Хейвертса-Приста-Раста [6] каждый из этих случаев соответствует, в свою очередь, различным (по времени) стадиям развития вспышечного процесса. Учитывая все вышесказанное, для модели плазмы в петле со слабой неоднородностью плотности были выбраны следующие интервалы изменения значений основных параметров:

$$\begin{aligned} 1.1 \cdot 10^{-5} &\leq \varepsilon_R \leq 10^{-4}, \\ 1 &\leq t \leq 6, \\ 0.07 &\leq z_i \leq 0.10, \\ 0.10 &\leq k_* \leq 0.15. \end{aligned} \quad (71)$$

При этом для уравнения состояния (70) и напряженности внешнего магнитного поля  $B_0 = 31.3$  Гс

$$\rho_i = 20.23 \text{ см,}$$

$$\beta_A = \frac{v_{Te}}{v_A} = 10,$$

$$v \equiv \frac{v_{ei}}{\Omega_i} = 1.92 \cdot 10^{-2} \text{ и } \sigma v \cong 3 \cdot 10^{-2} \text{ при } \sigma = 1.5.$$

Использованное значение напряженности магнитного поля попадает в интервал “слабых” вариаций величины фотосферного поля, приведенных в работе [31] для вспышки X-класса 2 мая 1998 года. Полагая  $L = 2 \cdot 10^3$  м, имеем

$$\rho = 1.0115 \cdot 10^{-4}.$$

Очевидно, что в рамках предложенного алгоритма возрастает роль численного моделиро-

вания, т. е. нахождения конкретного вида поверхностей приведенной фазовой скорости вдоль поля  $\vec{B}_0$ , а также приведенного инкремента как функций параметров модели. При очень узких интервалах изменения  $z_i$  и  $k_*$  из (71) и фиксированных значениях  $t$  и  $\epsilon_R$  соответствующие участки поверхностей будут почти плоскими или будут обладать очень малой кривизной. В такой ситуации наиболее важными оказываются ориентация поверхностей  $\Omega_k$  и  $\Gamma_k$  и соответствующий диапазон изменения величин  $z_i$  и  $k_*$ , поскольку именно на основании этих данных можно указать в область каких волн попадают неустойчивые решения ДУ и насколько точны полученные оценки для времени развития той или иной неустойчивости.

## 5. Обсуждение результатов

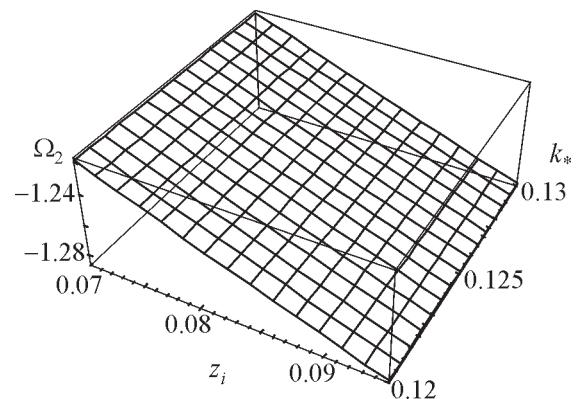
В процессе вычисления значений функций  $\Omega_k$  и  $\Gamma_k$ , когда основные параметры модели изменяются внутри области (71), было установлено, что при наличии слабой неоднородности плотности для двух из четырех корней ДУ величины  $\Gamma_k$  из (63) отрицательны. Соответствующие им приведенные фазовые скорости были обозначены “ $\Omega_1$ ” и “ $\Omega_3$ ”. Очевидно, что волны с  $\Omega = \Omega_1$  и  $\Omega = \Omega_3$  являются затухающими. Исходя из полученного диапазона значений  $|\Omega_1|$  и  $|\Omega_3|$  можно утверждать, что корень  $\Omega_1$  соответствует КАВ, модифицированной электрическим полем, столкновениями и дрейфовыми движениями и имеющей небольшую положительную проекцию на ось  $Z$ . Такую волну можно условно назвать “прямой КАВ”. Величина  $|\Omega_1|$  увеличивается с ростом  $z_i$  и практически не зависит от  $k_*$  в интервале

$$0.119 \leq k_* \leq 0.131. \quad (72)$$

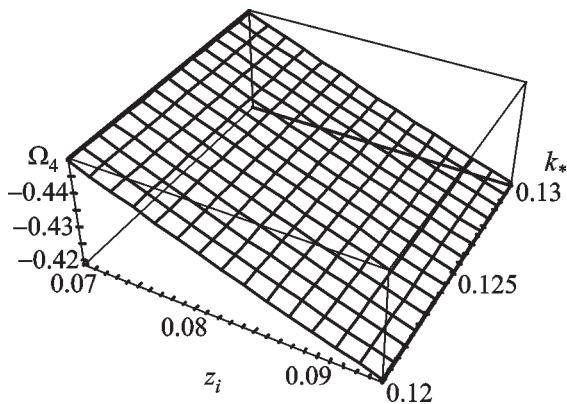
Диапазон (72) существенно уже, чем соответствующий интервал для  $k_*$  в (71). Это объясняется тем, что в процессе численного моделирования требовалось выполнение условий (62) и (64) для всех четырех корней ДУ (60) одновременно, т. е. и для “на-

растающих”, и для затухающих волн. Выбор конкретного значения параметра неизотермичности внутри интервала в (71) продиктован теми же соображениями. Величина  $|\Omega_3|$  тоже практически не зависит от  $k_*$  внутри (72) и уменьшается с ростом  $|z_i|$  для значений кинетического параметра из (71). Если бы не это последнее обстоятельство, то, исходя из диапазона изменения величины  $|\Omega_3|$ , эту волну можно было бы назвать обратной медленной магнитозвуковой (ММЗВ), модифицированной электрическим полем, столкновениями и дрейфовыми движениями.

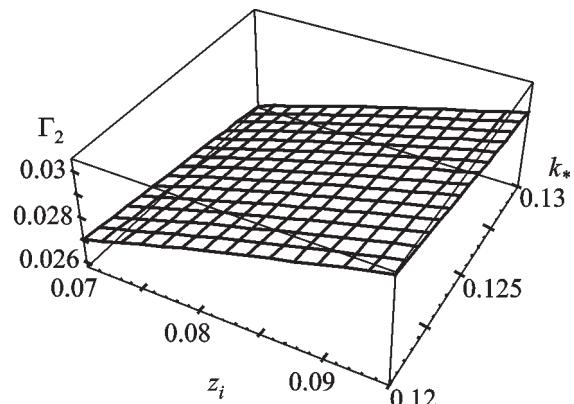
На рис. 1 и 2 представлены поверхности приведенных фазовых скоростей  $\Omega_2$  и  $\Omega_4$ . Соответствующие им волны обладают положительными инкрементами и, следовательно, генерируются в течение линейной стадии процесса развития неустойчивости. Волну  $\Omega_2$  можно условно назвать “обратной модифицированной КАВ”, а вот волну  $\Omega_4$  называть “прямой модифицированной ММЗВ” мешает уже упомянутая зависимость  $\Omega_4$  от  $z_i$ . Однако с точки зрения краткосрочного прогноза вспышки именно эта волна является наиболее интересной. Для нее в качестве рабочего названия можно использовать термин “ПВ-волна” (ПВ – предвестник вспышки).



**Рис. 1.** Поверхность приведенной фазовой скорости вдоль поля для модифицированной обратной КАВ



**Рис. 2.** Поверхность приведенной фазовой скорости вдоль поля для ПВ-волны

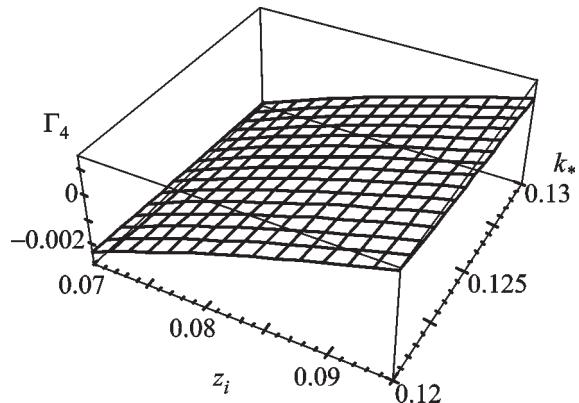


**Рис. 3.** Инкремент развития неустойчивости  $\Gamma_2$  для модифицированной обратной КАВ

Соответствующие приведенные инкременты  $\Gamma_2$  и  $\Gamma_4$  как функции тех же параметров  $k_*$  и  $z_i$  представлены на рис. 3 и 4. Неустойчивость для корня  $\Omega = \Omega_2$  имеет место и при  $\rho = 0$ ,  $\varepsilon_R = 0$ , и даже при  $z_i = 0$ , когда модифицированная обратная КАВ вырождается в обычную обратную альфеновскую волну [14]. Можно сказать, что в этом смысле волна, соответствующая  $\Omega = \Omega_2$ , определяется, в основном, наличием магнитного поля  $\vec{B}_0$  и не может служить индикатором изменений амплитуды поля  $\vec{E}_0(t)$ . Однако, как показало численное моделирование, в достаточно широком диапазоне изменения плотности и температуры плазмы время развития неустойчивости для  $\Omega = \Omega_2$  всегда меньше, чем для  $\Omega = \Omega_4$ . При этом “ПВ-волна” тем интересна, что ее инкремент остается отрицательным для всех  $k_*$  и  $z_i$  до тех пор, пока величина  $\varepsilon_R$  в своем росте не достигнет граничного значения  $(\varepsilon_R)_{\text{bound}} = (\varepsilon_R)_{\text{bound}}$ . Графики на рис. 1-4 представлены для значения  $(\varepsilon_R)_{\text{bound}} = 6.5 \cdot 10^{-5}$  и  $t = 6$ . Волна с  $\Omega = \Omega_2$  обладает положительным инкрементом даже при  $t = 1$ , а вот для генерации “ПВ-волны” требуется не только выполнение условия

$$\varepsilon_R \geq (\varepsilon_R)_{\text{bound}},$$

но и определенная величина параметра неизотермичности, поскольку оказалось, что при



**Рис. 4.** Инкремент развития неустойчивости  $\Gamma_4$  для ПВ-волны

$t \leq 2.5$  для всех  $k_*$  и  $z_i$  из (71) и (72) инкремент “ПВ-волны” отрицателен. Стоит отметить, что равновесное значение  $(\varepsilon_R)_0 = 1.1 \cdot 10^{-5}$  почти на порядок меньше граничного значения  $(\varepsilon_R)_{\text{bound}} = 6.5 \cdot 10^{-5}$ , а ведь это еще далеко не то значение амплитуды квазистатического поля  $\vec{E}_0(t)$ , при котором происходит вспышка. Согласно оценкам, полученным в работе [7], амплитуда поля в процессе вспышки возрастает более чем на два порядка, и время нарастания этого поля  $\tau \geq 30$  с. Порядок величин  $\Gamma_2$  и  $\Gamma_4$  говорит о том, что в данном случае имеют место отчетливо выраженные волновые процессы, условие (64) выполняется с большим запа-

сом, и количество периодов волн, генерируемых в обоих случаях на линейной стадии процесса развития неустойчивости достаточно велико.

Как видно из сравнения с ДУ в [14, 15], учет неизотермичности плазмы и малых возмущающих добавок, связанных с наличием слабого электрического поля и кулоновских столкновений, привел к вполне предсказуемому повышению порядка дисперсионного уравнения и появлению дополнительных корней. Однако конкретные физические характеристики плазмы в петле – температура, плотность и ее градиент, магнитное поле – оказались таковы [30], что первая пара корней изменилась мало, т. е. вместо прямой и обратной альфвеновских волн появились прямая и обратная КАВ (модифицированные малыми добавками), а вместо медленной дрейфовой волны появилась пара “ПВ-волн”, одна из которых затухающая. Таким образом, для “ПВ-волн”, попадающих в диапазон медленных магнитоакустических, роль дрейфовых движений свелась к малым добавкам, но, что важнее всего, они оказались (как, кстати, и дрейфовые волны) чрезвычайно низкопороговыми, т. е. соответствующая неустойчивость возникает при очень малой относительной амплитуде внешнего электрического поля. Более важным, чем методологическое, представляется прикладное значение полученных результатов. Во-первых, принципиальная возможность генерации на определенной высоте в петле кинетической альфвеновской (т. е. альфвеновской при  $z_i \rightarrow 0$ ) волн позволяет существенно упростить целый ряд “вспышечных” теорий, поскольку все они существенно используют предположение о распространении альфвеновских волн в петельных структурах [2]. Во-вторых, КАВ играют чрезвычайно важную роль в большом количестве всевозможных трехвольновых взаимодействий в плазме АО на Солнце [32], а также в процессах трансформации волн, конечным итогом которых является нагрев плазмы в петлях [13]. И, наконец, генерация “ПВ-волны” может представлять собой механизм, альтернативный радиальным колебаниям плазмы в петлях. В настоящее время целый ряд авторов [2] считает эти колебания

основной причиной наличия низкочастотной модуляции всплесков III рода, зафиксированной в ряде активных областей накануне вспышек. Однако наше последнее предположение требует дополнительных исследований, выходящих за рамки настоящей статьи.

Автор выражает благодарность С. В. Герасименко за помощь в вычислениях и обсуждение результатов.

## Литература

1. С. И. Сыроватский, Б. В. Сомов. Итоги науки и техники. Астрономия. Москва, изд-во ВИНИТИ, 1982, **21**, с. 221.
2. В. В. Зайцев, А. В. Степанов, Ю. Т. Цап. Кинематика и физика небесных тел. 1994, **10**, №6, с. 3.
3. Б. В. Сомов. Итоги науки и техники. Астрономия. Москва, изд-во ВИНИТИ, 1987, **34**, с. 78.
4. Э. Р. Прист. Солнечная магнитогидродинамика. Москва, Мир, 1985, с. 1.
5. B. V. Somov. Fundamentals of Cosmic Electrodynamics. Kluwer Acad. Publ. 1994, p. 1.
6. J. Heyvaerts, E. R. Prist, D. M. Rust. Astrophys. J. 1977, **216**, pp. 123.
7. G. Poletto, R. A. Kopp. The lower atmosphere of solar flares, ed. by D. Niedeg. Sacramento Peak, NM. 1986, **50**, pp. 453.
8. A. N. Kryshev, V. P. Kucherenko. J. Plasma Phys. 1995, **53**, part 2, pp. 169.
9. A. N. Kryshev, V. P. Kucherenko. Sol. Phys. 1996, **165**, No. 1, pp. 139.
10. Б. Б. Кадомцев, О. П. Погуце. Вопросы теории плазмы. Москва, Госатомиздат, 1967, **5**, с. 209.
11. A. Hasegawa, L. Chen. Phys. Fluids. 1924, **19**, No. 12, pp. 1924.
12. J. H. Piddington. Astrophys. J. 1979, **233**, pp. 727.
13. J. Jonson. Astrophys. J. 1978, **226**, No. 2, pp. 650.
14. А. Б. Михайловский. Вопросы теории плазмы. Москва, Госатомиздат, 1963, вып. 3, с. 141.
15. А. Б. Михайловский. Теория плазменных неустойчивостей. Т. 2. Неустойчивости неоднородной плазмы. Москва, Атомиздат, 1975, с. 1.
16. Н. Кролл, А. Трайвелпис. Основы физики плазмы. Москва, Мир, 1975, с. 1.
17. Б. В. Сомов, В. С. Титов, А. И. Вернетта. Итоги науки и техники. Астрономия. Москва, изд-во ВИНИТИ, 1987, **34**, с. 136.

18. К. В. Аликаева, Э. А. Барановский, Н. Н. Кондрашова и др. Кинематика и физика небесных тел. 1995, **11**, №2, с. 11.
19. S. G. Benka. Proceedings of Kofu Symposium, ed. by Enome and Hirayama. NRO Report. 1994, No. 360, pp. 225.
20. J. A. Miller, P. J. Cargill, A. G. Emslie et al. J. Geophys. Res. 1997, **102**, No. A7, pp. 14631.
21. J. E. Vernazza, E. H. Avrett, R. Loeser. Astrophys. J. Supp. Ser. 1981, **45**, pp. 635.
22. С. И. Гопасюк. Итоги науки и техники. Астрономия. Москва, изд-во ВИНИТИ, 1987, **34**, с. 6.
23. А. Ф. Александров, Л. С. Богданович, А. А. Рухадзе. Основы электродинамики плазмы. Москва, Высшая школа, 1989, с. 1.
24. А. Н. Кришталь. Кинематика и физика небесных тел. 2000, **16**, №6, с. 526.
25. К. Де Ягер. Структура и динамика солнечной атмосферы. Москва, Гостехиздат, 1959, с. 1.
26. А. П. Мишина, И. В. Прокуряков. Высшая алгебра. Москва, изд-во ГИФМЛ, 1962, с. 1.
27. G. D. Holman, S. G. Benka. Astrophys. J. 1992, **400**, L79.
28. Л. Н. Курочка. Астрономический журнал. 1970, **47**, №1, с. 111.
29. Б. Б. Кадомцев. Коллективные явления в плазме. Москва, Наука, 1976, с. 1.
30. M. E. Machado, E. N. Avrett, J. E. Vernazza. Astrophys. J. 1980, **242**, No. 1, pp. 336.
31. A. G. Kosovichev, V. V. Zharkova. Sol. Phys. 1999, **190**, pp. 459.
32. A. K. Yukhimuk, V. A. Yukhimuk, O. K. Sirenko et. al. J. Plasma Phys. 1999, **62**, part 1, pp. 53.

## Low-Frequency Wave Instabilities in Magnetized Collisional Plasma with Longitudinal Electric Field and Weak Inhomogeneity of Density

### A. N. Kryshnal

In the framework of linear approximation of the perturbation theory the conditions have been considered for the onset and development of the low-frequency wave instabilities for the plasmas in the external magnetic field as well as in the weak quasistatic electric field, both being parallel. It is assumed that the pair Coulomb collisions are described by the model integral of Bhatnagar-Gross-Krook. Inhomogeneity of plasma density is supposed to be “one-dimensional”. For the case of long-wave perturbations which propagate almost perpendicular to the external magnetic field, it has been shown that under some additional physical conditions, the dispersion relation is the polynomial of the fourth order with respect to the reduced frequency. This equation is solved through the Euler method. Two among four roots obtained turn out to be unstable with respect to the small perturbations. For the case of weak density inhomogeneity, when ion cyclotron radius is much less than mean characteristic size of inhomogeneity, the expressions for the instability growth rates have been obtained. Numerical simulation on the basis of the obtained formulas has been performed for the values of main plasma parameters (density, temperature, magnetic field amplitude, etc.) which are typical for the flare atmosphere in the solar active regions. It turns out that instability of the one of mentioned roots has clearly expressed threshold character, i.e. it arises at the certain value of slowly increasing amplitude of the weak electric field.