

Энергетические характеристики системы двух наклонных щелей в узкой стенке прямоугольного волновода

В. А. Катрич, С. А. Мартыненко, Л. П. Яцук

*Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина,
61077, г. Харьков, пл. Свободы, 4,
E-mail: Sergey.A.Martynenko@univer.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 30 сентября 2002 г.

Получено выражение для внутренней взаимной проводимости двух наклонных щелей в узкой стенке прямоугольного волновода с вырезами, выходящими на широкие стенки. Приведены зависимости взаимной проводимости и коэффициента излучения двух щелей от расстояния между ними, углов наклона щелей, длины волны, возбуждающей волновод. Представлены расчетные и экспериментальные результаты.

Отримано вираз для внутрішньої взаємної провідності двох похилих щілин у вузькій стінці прямокутного хвилеводу з вирізами, що виходять на широкі стінки. Наведено залежності взаємної провідності та коефіцієнта випромінювання двох щілин від відстані між ними, кутів нахилу щілин, довжини хвилі, збуджуючої хвилевод. Представлені розрахункові та експериментальні результати.

В современных радиотехнических комплексах СВЧ диапазона широко используются волноводно-щелевые линейные антенные решетки на базе резонансных наклонных щелей в узких стенках прямоугольных волноводов или резонаторов.

Одним из наиболее перспективных для инженерной практики методов расчета энергетических характеристик и диаграмм направленности многоэлементных волноводно-щелевых решеток является метод наведенных магнитодвижущих сил (МДС). При этом для расчета амплитудно-фазового распределения электрического поля в апертуре решетки и других ее характеристик необходимо знать собственные и взаимные проводимости щелей, образующих решетку.

В работе [1] получено выражение для собственной внутренней проводимости щели, а также предложен способ расчета собственной

внешней проводимости наклонной щели в узкой стенке прямоугольного волновода с вырезами в его широкой стенке. Построена математическая модель расчета энергетических характеристик одиночной щели и приведены частотные зависимости коэффициента излучения для щелей с разной длиной выреза.

Целью настоящей работы является определение взаимных проводимостей системы из двух наклонных щелей в узкой стенке прямоугольного волновода и расчет энергетических характеристик такой системы.

Пусть волновод со стенками толщиной t и сечением $a \times b$ заполнен средой с параметрами ϵ, μ (рис. 1). Рассмотрим две наклонные щели в узкой стенке (размер b) волновода. Обозначим через $l_{1,2}, d_{1,2}, \theta_{1,2}$ соответственно длины вырезов щелей в широкой стенке волновода, ширины и углы наклона щелей. Расстояние между центрами щелей равно z_0 .

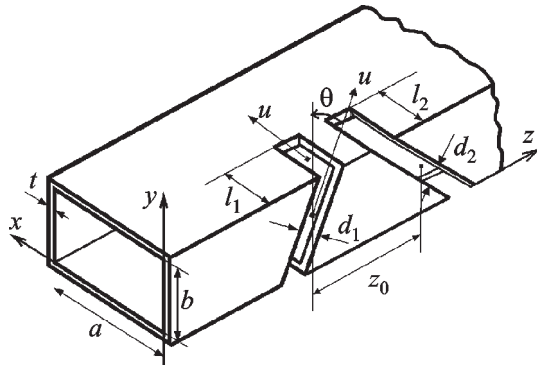


Рис.1. Геометрия наклонных щелей в узкой стенке прямоугольного волновода

Волновод возбуждается полем основной волны волновода H_{10} с длиной волны в свободном пространстве λ_0 . Раскрыв щели будем рассматривать как поверхность, состоящую из трех участков. Считаем, что электрическое поле \vec{e}_i в раскрыве i -й щели поперечно и имеет вид $\vec{e}_i = V_i \vec{e}_{sti}$, где

$$\vec{e}_{sti} = \frac{\vec{v}_i^0}{d_i} e_{sti}(u_i) \quad (1)$$

векторная функция распределения электрического поля вдоль i -й щели, нормированная таким образом, что V_i имеет смысл напряжения между краями щели в пучности электрического поля (\vec{v}_i^0 – орт вдоль оси v_i). Функцию распределения $e_{sti}(u_i)$ электрического поля представим в виде [1]:

$$e_{sti}(u_i) = \begin{cases} \cos \frac{\pi u_i}{2L_i}, \\ \quad -\frac{b}{2 \cos \theta_i} \leq u_i \leq \frac{b}{2 \cos \theta_i}, \quad x=0; \\ \cos \frac{\pi}{2L_i} \left(\frac{b}{2 \cos \theta_i} + \frac{l_i}{2} + u_i \right), \\ \quad -\frac{l_i}{2} \leq u_i \leq \frac{l_i}{2}, \quad y=0, b, \end{cases}$$

где $2L_i$ – полная длина i -й щели со стороны внутренней поверхности волновода; x, y, z – координаты в декартовой системе, связанной с волноводом; а u_i, v_i – координаты локальной системы координат, связанной с i -й щелью ($i = 1, 2$). Такое представление поля справедливо для узких щелей ($d \ll \lambda_0$) с длинами, удовлетворяющими соотношению $0.3\lambda_0 \leq 2L_i \leq 0.7\lambda_0$.

Для расчета напряжения на щелях воспользуемся методом наведенных МДС [2], который для случая двух щелей дает систему уравнений:

$$\begin{cases} V_1 (Y_{11}^{int} + Y_{11}^{ext}) + V_2 (Y_{12}^{int} + Y_{12}^{ext}) = \Phi_1^+; \\ V_1 (Y_{21}^{int} + Y_{21}^{ext}) + V_2 (Y_{22}^{int} + Y_{22}^{ext}) = \Phi_2^+. \end{cases} \quad (2)$$

Матричные элементы этой системы определяются суммами внутренних Y_{ik}^{int} ($i, k = 1, 2$) и внешних Y_{ik}^{ext} собственных ($i = k$) и взаимных ($i \neq k$) проводимостей щелей; матрица-столбец правых частей состоит из МДС в щелях Φ_1^+ и Φ_2^+ .

Внутренние и внешние проводимости, магнитодвижущие силы

Согласно [2] внутренняя взаимная проводимость щелей в общем виде определяется как

$$Y_{1,2}^{int} = \frac{1}{d_2} \int_{S_{sl2}} e_{sl2}(u_2) H_{u2}^{int}(\vec{e}_{sl1}) dS, \quad (3)$$

где S_{sl2} – площадь раскрыва 2-й щели, $H_u^{int}(\vec{e}_{sl1})$ – проекция магнитного поля, возбужденного 1-й щелью внутри волновода, на ось 2-й щели. Считая, что области расположения щелей не перекрываются вдоль оси z , магнитное поле в области 2-й щели, возбужденное 1-й щелью, представим в виде суммы магнитных полей H - и E -волн с амплитудными коэффициентами $C_{\pm mn1}^e(\vec{e}_{sl1})$ и $C_{\pm mn1}^h(\vec{e}_{sl1})$:

$$\vec{H}_u^{\text{int}}(\vec{e}_{sl1}) = \sum_{m,n} C_{\pm mn1}^e(\vec{e}_{sl1}) \vec{H}_{\pm mn}^e + \sum_{m,n} C_{\pm mn1}^h(\vec{e}_{sl1}) \vec{H}_{\pm mn}^h. \quad (4)$$

Здесь $\vec{H}_{\pm mn}^e$, $\vec{H}_{\pm mn}^h$ – векторные функции, описывающие магнитное поле собственных волн волновода E_{mn} - и H_{mn} -типов соответственно; $C_{\pm mn1}^e(\vec{e}_{sl1})$ и $C_{\pm mn1}^h(\vec{e}_{sl1})$ – амплитуды этих волн [2], (распространяющихся от первой щели или затухающих в направлениях $z < 0$ (знак “-”) и $z > 0$ (знак “+”), \vec{e}_{sl1} определено в (1) –

$$C_{\pm mn1}^{e(h)}(\vec{e}_{sl1}) = \frac{1}{N_{mn}} \frac{V_1}{d_1} \int_{S_{sl}} e_{sl1}(u_1) H_{\mp u}^{e(h)} dS, \quad (5)$$

где $N_{mn} = \pm 4P_{0mn}$, P_{0mn} – мощность собственной волны с индексом mn единичной амплитуды (“+” для H -волн, “-” для E -волн). Нормировка для полей выбрана такая же, как и в [3]. Используя (1), (4), (5), после интегрирования в (3) получаем следующее выражение для внутренней взаимной проводимости:

$$Y_{1,2}^{\text{int}} = -\sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} \frac{k}{2\gamma abd_1 d_2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-j\gamma z_0} \left[\frac{\epsilon_m \epsilon_n}{2} \times \right. \\ \left. \times (F_1^h - V_1^h)(F_2^h - V_2^h) - (F_1^e - V_1^e)(F_2^e - V_2^e) \right]. \quad (6)$$

Здесь

$$F^h = -2jJ^h - 2\frac{\kappa_x \gamma}{\kappa k} [1 + (-1)^n] G^S; \quad F^e = -2J^e;$$

$$V^h = -2D^h; \quad V^e = 2D^e - \frac{2\kappa_y}{\kappa} [(-1)^n + 1] G^S;$$

$$G^S = \frac{4L/\pi}{1 - (2L\kappa_x/\pi)^2} \times \\ \times \left[\sin \Lambda \left(C + D \frac{2L\kappa_x}{\pi} - \cos \frac{l\pi}{4L} \right) + \right. \\ \left. + \cos \Lambda \left(A - B \frac{2L\kappa_x}{\pi} + \sin \frac{l\pi}{4L} \right) \right] \frac{\sin \gamma d}{\gamma};$$

$$J^e = \frac{\kappa_x}{\kappa} j \cos \theta \cos \frac{\kappa_y b}{2} \left[M \frac{\sin \frac{\chi d}{2}}{\chi} - N \frac{\sin \frac{\Psi d}{2}}{\Psi} \right];$$

$$J^h = \cos \frac{\kappa_y b}{2} \left[\alpha N \frac{\sin \frac{\Psi d}{2}}{\Psi} - \beta M \frac{\sin \frac{\chi d}{2}}{\chi} \right];$$

$$D^e = \frac{\kappa_x}{\kappa} \cos \theta \sin \frac{\kappa_y b}{2} \left[N \frac{\sin \frac{\Psi d}{2}}{\Psi} + M \frac{\sin \frac{\chi d}{2}}{\chi} \right];$$

$$D^h = \sin \frac{\kappa_y b}{2} \left[\alpha N \frac{\sin \frac{\Psi d}{2}}{\Psi} + \beta M \frac{\sin \frac{\chi d}{2}}{\chi} \right];$$

$$M = \frac{\sin(\varphi - \zeta)}{\frac{\pi}{2L} - \eta} + \frac{\sin(\varphi + \zeta)}{\frac{\pi}{2L} + \eta};$$

$$N = \frac{\sin(\varphi + f)}{\frac{\pi}{2L} + \xi} + \frac{\sin(\varphi - f)}{\frac{\pi}{2L} - \xi};$$

$$\alpha = \frac{\gamma \kappa_y}{k \kappa} \cos \theta + \frac{\kappa}{k} \sin \theta;$$

$$\beta = \frac{\gamma \kappa_y}{k \kappa} \cos \theta - \frac{\kappa}{k} \sin \theta;$$

$$A = \sin \frac{l\pi}{4L} \cos(\kappa_x l); \quad B = \cos \frac{l\pi}{4L} \sin(\kappa_x l);$$

$$C = \cos \frac{l\pi}{4L} \cos(\kappa_x l); \quad D = \sin \frac{l\pi}{4L} \sin(\kappa_x l);$$

$$\chi = \kappa_y \sin \theta - \gamma \cos \theta; \quad \Psi = -\kappa_y \sin \theta - \gamma \cos \theta;$$

$$\eta = -\kappa_y \cos \theta - \gamma \sin \theta; \quad \xi = \kappa_y \cos \theta - \gamma \sin \theta;$$

$$\Lambda = \frac{\pi}{4L} \left(\frac{b}{\cos \theta} + l \right); \quad f = \frac{\xi b}{2 \cos \theta};$$

$$\varphi = \frac{\pi b}{4L \cos \theta}; \quad \zeta = \frac{\eta b}{2 \cos \theta}; \quad \kappa = \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2};$$

$$\gamma = \sqrt{k^2 - \kappa^2}; \quad c = \frac{d}{\cos \theta} + b \operatorname{tg} \theta;$$

$$\kappa_x = \frac{m\pi}{a}; \quad \kappa_y = \frac{n\pi}{b}; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda_0};$$

$$\epsilon_m = \begin{cases} 1, & m = 0 \\ 2, & m \neq 0; \end{cases} \quad \epsilon_n = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 2, & n \neq 0. \end{cases}$$

В (6) введены обозначения $\epsilon_a = \epsilon_0 \epsilon$, $\mu_a = \mu_0 \mu$, где ϵ_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные, j – мнимая единица.

Формула для внешних проводимостей Y_{12}^{ext} аналогична (3). При расчете Y_{12}^{ext} в случае щелей с вырезами, выходящими на широкие стенки волновода, воспользуемся приближением, сформулированным в [1]. При этом внешние поверхности исследуемых щелей заменим поверхностями эквивалентных линейных щелей, которые излучают в полупространство, ограниченное бесконечной идеально проводящей плоскостью. Длины эквивалентных щелей определяются как $2L_i^{\text{ext}} = \frac{b+2t}{\cos \theta_i} + 2l_i + 2t$.

Выражение для внешней взаимной проводимости двух произвольно ориентированных линейных щелей в бесконечном экране [4] содержит трехкратные и четырехкратные интегралы по поверхностям щелей. Мы будем проводить численное интегрирование, используя квадратурные формулы Гаусса.

МДС Φ_i^{\pm} в щели с номером i в общем виде определяется как

$$\Phi_i^{\pm} = \frac{1}{V_i d_i} \int_{S_{sl}} e_{sl}(u_i) H_{\pm u}^{\text{int}}(\vec{e}_{sl}) dS,$$

где $H_{\pm u}^{\text{int}}(\vec{e}_{sl})$ – проекция магнитного поля падающей волны основного типа на ось щели. В нашем случае МДС в i -й щели имеет вид:

$$\Phi_i^{\pm} = \frac{1}{2d_i} \sqrt{\frac{\epsilon_n \epsilon_m}{\mu_a abc}} [\pm F_i^h + V_i^h] \times e^{\mp j \zeta_0}. \quad (7)$$

Энергетические характеристики

После определения проводимостей щелей и МДС решение системы уравнений (2) позволяет найти напряжения на первой и второй щелях: V_1 и V_2 . Коэффициенты отражения $\dot{\Gamma}_1$ и прохождения $\dot{\Gamma}_{12}$ поля падающей волны для системы двух щелей определяются таким образом:

$$\dot{\Gamma}_1 = \frac{1}{N_{mn}} (V_1 \Phi_1^+ + V_2 \Phi_2^+), \quad (8)$$

$$\dot{\Gamma}_{12} = 1 - \frac{1}{N_{mn}} (V_1 \Phi_1^- + V_2 \Phi_2^-). \quad (9)$$

Коэффициент излучения определяется как отношение мощности P_{Σ} , излученной щелью во внешнее пространство, к мощности P_0 падающей волны: $|S_{\Sigma}|^2 = P_{\Sigma}/P_0$. Его можно найти из уравнения баланса мощности:

$$|S_{\Sigma}|^2 = 1 - |\dot{\Gamma}_1|^2 - |\dot{\Gamma}_{12}|^2. \quad (10)$$

Результаты расчетов и экспериментов

С помощью формул (6), (7), (10) были проведены расчеты внутренней взаимной проводимости и коэффициента излучения системы из двух наклонных щелей в узкой стенке (толщиной $t = 1$ мм) прямоугольного волновода сечением 23×10 мм. Волновод возбуждался

полем с длиной волны $\lambda_0 = 32$ мм. На рис. 2 приведены расчетные зависимости вещественной и мнимой частей внутренней взаимной проводимости и коэффициента излучения от расстояния между центрами щелей z_0 ; щели наклонены в разные стороны, $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = -30^\circ$, и имеют одинаковую ширину $d_1 = d_2 = 1.5$ мм и длину выреза $l_1 = l_2 = l$. Группа кривых А на рис. 2 соответствует действительной части взаимной проводимости, а группа кривых В – ее мнимой части. Кривым 1 соответствует длина выреза $l = 1$ мм, кривым 2 – $l = 2$ мм, кривым 3 – $l = 3$ мм. Зависимость коэффициента излучения от расстояния между щелями при $l = 3$ мм показана кривой 4. При расстоянии между щелями равном $\lambda_w/2 \approx 22.3$ мм, где λ_w – длина волны в волноводе, мнимая часть проводимости обращается в нуль, а действительная часть имеет максимальное значение, и тем большее, чем больше размер выреза l .

Расчеты показывают, что для $\theta_1 = \theta_2 = 30^\circ$ напряжения на щелях синфазны при расстоянии между ними, равном длине волны в волноводе $\lambda_w \approx 44.5$ мм. Противофазное возбуждение щелей наблюдается при расстоянии между ними, равном $\lambda_w/2$. Для щелей с углами наклона $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = -30^\circ$, расположенных на расстоянии $z_0 = \lambda_w/2$, напряже-

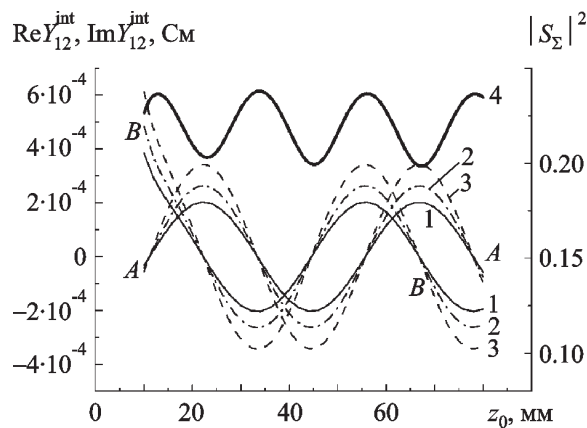


Рис.2. Зависимость внутренней взаимной проводимости и коэффициента излучения от расстояния между щелями с углами наклона $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = -30^\circ$

ния будут синфазными, а при $z_0 = \lambda_w$ – противофазными.

На рис. 3 приведены зависимости фаз напряжения ϕ на щелях длиной $2L_1 = 2L_2 = 17.55$ мм и шириной $d_1 = d_2 = 1.5$ мм (кривая 1 соответствует первой щели, кривая 2 – второй) и коэффициента излучения системы (кривая 3) от угла наклона второй щели. При этом расстояние между щелями равно половине длины волны в волноводе $\lambda_w/2 \approx 22.3$ мм, а угол наклона первой щели $\theta_1 = 30^\circ$. Длина выреза l_2 (кривая 4) изменяется от 0 до 3.78 мм, в зависимости от угла наклона θ_2 (поскольку полная длина щели остается постоянной, $2L_2 = 17.55$ мм).

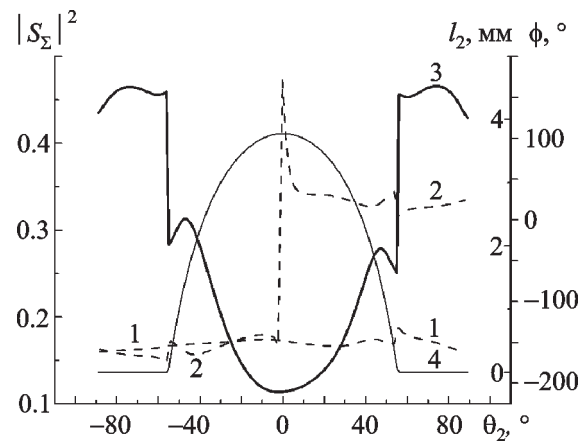


Рис. 3. Зависимость фаз напряжения на щелях и коэффициента излучения от угла наклона второй щели. Длины щелей – $2L_1 = 2L_2 = 17.55$ мм, расстояние между щелями – $z_0 = \lambda_w/2 \approx 22.3$ мм

При углах наклона $|\theta_2| > 58^\circ$ вторая щель представляет собой линейную наклонную щель в узкой стенке волновода без вырезов. При этом происходит скачкообразное увеличение коэффициента излучения, что связано со скачкообразным изменением эквивалентной длины щели.

На рис. 4 приведены зависимости максимального значения коэффициента излучения щели $|S_{\Sigma \max}|^2(\theta)$ при одномодовом режиме возбуждения волновода (кривая 1), резонансной

длины волны $\lambda_{\text{res}}(\theta)$ (кривая 2) и резонансной электрической длины щели $2L^{\text{ext}}/\lambda_{\text{res}}(\theta)$ (кривая 3), длина которой $2L=17.55$ мм и ширина $d=1.5$ мм, от угла наклона щели. Как видно, коэффициент излучения щели возрастает с увеличением θ , электрическая длина резонансной щели увеличивается, пока щель имеет вырезы на широкой стенке, и резко уменьшается до значения 0.5, когда щель полностью помещается на узкой стенке.

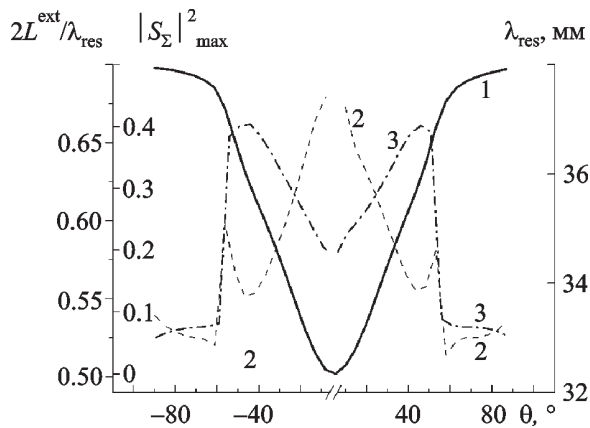


Рис. 4. Зависимость максимального значения коэффициента излучения, резонансной длины волны и резонансной электрической длины одиночной щели от ее угла наклона при $2L=17.55$ мм: 1 – коэффициент излучения; 2 – резонансная электрическая длина щели; 3 – резонансная длина волны

На рис. 5 приведены расчетные зависимости максимального значения коэффициента излучения $|S_{\Sigma}|_{\text{max}}^2(\theta_2)$ (кривая 1) и длины волны $\lambda_{\text{max}}(\theta_2)$ (кривая 2), на которой коэффициент излучения максимален, от угла наклона второй щели в случае системы двух щелей с длинами $2L_1=2L_2=17.55$ мм и ширинами $d_1=d_2=1.5$ мм, причем угол наклона первой щели $\theta_1=30^\circ$ и расстояние между щелями равно $\lambda_w/2 \approx 22.3$ мм. Вследствие взаимодействия щелей кривая зависимости коэффициента излучения $|S_{\Sigma}|_{\text{max}}^2(\theta_2)$ от угла

наклона имеет несимметричный вид (относительно $\theta_2=0$). Длина волны λ_{max} при изменении угла наклона второй щели θ_2 увеличивается от 33 до 35.5 мм. Вблизи $\theta_2 = \mp 58^\circ$ наблюдается резкое изменение резонансной длины волны.

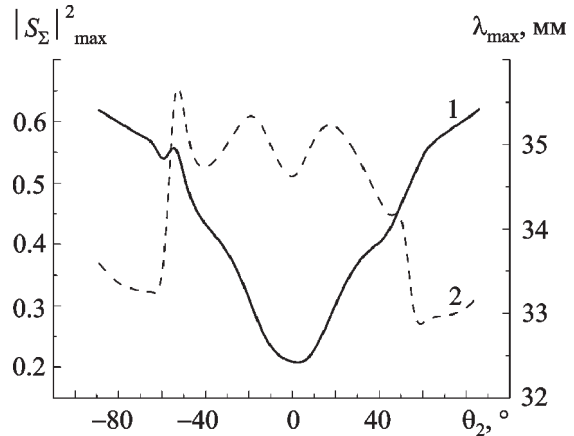


Рис. 5. Зависимость максимального значения коэффициента излучения и соответствующей ему длины волны от угла наклона второй щели. Длины щелей – $2L_1=2L_2=17.55$ мм, угол наклона первой щели – $\theta_1=30^\circ$

На рис. 6 приведены расчетные и экспериментальные зависимости коэффициента излучения от длины волны, возбуждающей волновод, в случае системы двух щелей с длинами вырезов $l_1=l_2=1$ мм (кривые 1) и $l_1=l_2=2$ мм (кривые 2) и $\theta_1=30^\circ$, $\theta_2=-30^\circ$, $d_1=d_2=1.5$ мм при расстоянии между щелями $z_0=22.3$ мм, соответствующем половине длины волны в волноводе на частоте $f=9.375$ ГГц. Символами (треугольниками и кружочками) отмечены полученные нами экспериментальные значения коэффициента излучения. Видно, что с увеличением размера выреза растут излучаемая мощность и резонансная длина волны. Из сравнения расчетных и экспериментальных данных следует, что разработанная нами методика расчета энергетических характеристик многощелевой системы наклонных

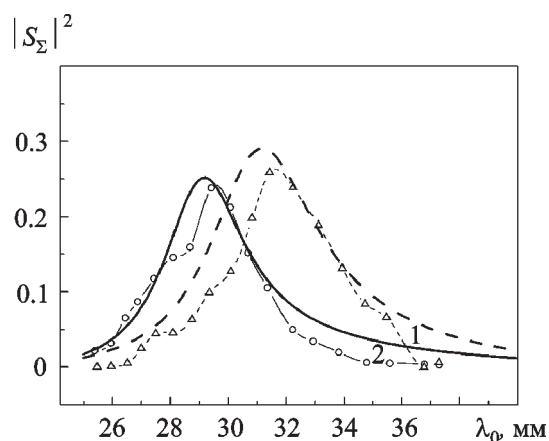


Рис. 6. Зависимость коэффициента излучения системы из двух щелей от длины волны, возбуждающей волновод, для разных длин выреза:

1 – $l_1 = l_2 = 1$ мм, 2 – $l_1 = l_2 = 2$ мм;
 углы наклона щелей – $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = -30^\circ$, расстояние между щелями – $z_0 = \lambda_w/2 \approx 22$ мм

Energy Characteristics of System of Two Tilted Slots in Rectangular Waveguide Narrow Wall

V. A. Katrich, S. A. Martynenko,
 L. P. Yatsuk

The expression is obtained for the inner mutual admittance of two tilted edge slots in a narrow wall of a rectangular waveguide. The dependence of their mutual admittance and radiation coefficient on the distance between slots, tilt angle, wavelength of the waveguide exciting wave was studied. The results of calculations and experiments are represented.

щелей в узкой стенке прямоугольного волновода обеспечивает хорошее согласие с экспериментальными данными.

Литература

1. В. А. Катрич, С. А. Мартыненко, Л. П. Яцук. Радиотехника. 2001, вып. 121, с. 100-105.
2. Я. Н. Фельд, Л. С. Бененсон. Антенно-фидерные устройства. Москва, 1959, т. 2, 551 с.
3. Л. П. Яцук, А. В. Жиронкина, В. А. Катрич. Антенны. 1975, вып. 22, с. 46-60.
4. Л. П. Яцук. Радиотехника. 1997, вып. 102, с. 41-46.