Возбуждение осесимметричных электромагнитных колебаний в системе из соосных конечного и усеченного конусов с различными углами раскрыва

Д. Б. Куриляк, З. Т. Назарчук

Физико-механический институт НАН Украины, Украина, 79601, г. Львов, ул. Наукова, 5 e-mail: kuryliak@ipm.lviv.ua; nazarch@ipm.lviv.ua

Статья поступила в редакцию 8 ноября 2001 г.

Получено строгое решение осесимметричной задачи дифракции на соосно расположенных конечном и усеченном полубесконечном конусах методом "полуобращения". Проведен анализ электродинамических характеристик этой структуры при различных углах раскрыва конусов. Найдено сопротивление излучения диполя, энергия, излучаемая диполем в конические области, а также диаграммы направленности.

Отримано строгий розв'язок задачі дифракції на співвісних скінченному та зрізаному напівбезмежному конусах на основі методу "напівобертання". Проведено аналіз електродинамічних характеристик цієї структури при різних кутах розкриву конусів. Знайдено опір випромінювання диполя, енергію, що випромінюється диполем у конічні області, а також діаграми спрямованості.

Введение

Задача о возбуждении электромагнитных колебаний в структуре, состоящей из отрезков круговых конических волноводов, представляет большой теоретический и практический интерес. Она тесно связана с фундаментальными задачами о дифракции излучения на ребрах, а также с прикладными задачами, относящимися к передаче электромагнитной энергии от рупора в волновод. Эта структура может использоваться для моделирования поля штыревых антенн над отверстиями конусообразных куполов, а также при разработке устройств в области диагностики сред, радиоэлектроники, ускорительной техники.

Для решения рассматриваемой задачи используется метод "полуобращения", основанный на точном аналитическом обращении матричных операторов типа свертки [1, 2]. Система из соосных конусов с равными углами раскрыва (конус с кольцевой щелью) подробно рассматривалась в [3], некоторые численные примеры приведены также в работе [4]. В [5] проводились близкие в идейном плане исследования для отрезков соосных цилиндрических волноводов с различными длинами и радиусами методом задачи Римана – Гильберта [6].

Формулировка и решение задачи

Пусть в сферической системе координат (r, θ, ϕ) задана структура, состоящая из идеально проводящих конечной и усеченной полубесконечной конических поверхностей (рис. 1):

$$Q: \{r \in [0, c_1]; \theta = \gamma_1; \varphi \in [0, 2\pi] \} \cup \\ \bigcup \{r \in [c_2, \infty); \theta = \gamma_3; \varphi \in [0, 2\pi] \},$$
(1)

где $c_2 > c_1$, а радиальный электрический ди-



Рис. 1. Геометрия задачи

поль помещен на оси симметрии конуса в точке с координатами r = l, $\theta = 0$. Рассмотрим дифракцию поля диполя на поверхности (1). Процесс дифракции описывается здесь одним скалярным потенциалом, удовлетворяющим уравнению Гельмгольца, граничным условиям на поверхностях, а также условиям излучения поля на бесконечности и условиям Мейкснера на ребрах и вершине. Зависимость от времени задается множителем $e^{-i\omega t}$, который в дальнейшем опускаем. Решение рассматриваемой краевой задачи представим рядами собственных функций частичных областей:

$$U(r,\theta) = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \sum_{n=1}^{\infty} P_{z_n - 1/2}(\cos\theta) \left[x_n^{(1)} \frac{K_{z_n}(\rho)}{K_{z_n}(\rho_1)} + x_n^{(2)} \frac{I_{z_n}(\rho)}{I_{z_n}(\rho_2)} \right],$$

$$(2)$$

$$\rho, \theta \in D_2 : \{ r \in (c_1, c_2); \theta \in [0, \pi] \};$$

$$U(r,\theta) = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \sum_{p=1}^{\infty} y_p^{(1,1)} P_{\nu_p - 1/2}(\cos\theta) \frac{I_{\nu_p}(\rho)}{I_{\nu_p}(\rho_1)},$$

(3a)
$$\rho, \theta \in D_1^{(1)} : \{ r \in [0, c_1); \theta \in [0, \gamma_1] \};$$

$$U(r,\theta) = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \sum_{k=1}^{\infty} y_k^{(1,2)} P_{\mu_k - 1/2}(-\cos\theta) \frac{I_{\mu_k}(\rho)}{I_{\mu_k}(\rho_1)},$$
(36)

 $\rho, \theta \in D_1^{(2)} : \left\{ r \in [0, c_1); \theta \in [\gamma_1, \pi] \right\};$

$$U(r,\theta) = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \sum_{p=1}^{\infty} y_p^{(3,1)} P_{\bar{v}_p - 1/2}(\cos\theta) \frac{K_{\bar{v}_p}(\rho)}{K_{\bar{v}_p}(\rho_2)},$$
(4a)

 $\rho, \theta \in D_3^{(1)} : \{ r \in (c_2, \infty); \theta \in [0, \gamma_3] \};$

$$U(r,\theta) = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \sum_{k=1}^{\infty} y_k^{(3,2)} P_{\bar{\mu}_k - 1/2}(-\cos\theta) \frac{K_{\bar{\mu}_k}(\rho)}{K_{\bar{\mu}_k}(\rho_2)},$$
(46)
$$\rho, \theta \in D_3^{(2)} : \{r \in (c_2,\infty); \theta \in [\gamma_3,\pi]\}.$$

Здесь $x_n^{(1)}$, $x_n^{(2)}$, $y_n^{(1,1)}$, $y_n^{(1,2)}$, $y_n^{(3,1)}$, $y_n^{(3,2)}$ – неизвестные коэффициенты разложения; $\rho = sr \ (s = -ik), \ k = k_1 + ik_2$ – волновое число; $\rho_1 = sc_1, \ \rho_2 = sc_2; \ I_v(\cdot), \ K_v(\cdot)$ – модифицированные функции Бесселя; $P_{v-1/2}(\cdot)$ – функция Лежандра; $z_n = n + 1/2$; пары индексов: v_n , μ_n и \overline{v}_n , $\overline{\mu}_n \ (n = 1, 2, 3, ...)$ – положительные корни трансцендентных уравнений $P_{v-1/2}(\cos \gamma) = 0$, $P_{\mu-1/2}(-\cos \gamma) = 0$ при $\gamma = \gamma_1$ и $\gamma = \gamma_3$ соответственно.

Примем, что $c_1 < l < c_2$. При этом выражение (2) описывает потенциал вторичного поля, а выражения (3а), (3б), (4а), (4б) – полное поле в конических областях. Представление потенциала поля диполя, возбуждающего конус (1), приведено в [1].

Следуя далее работам [1, 2], сводим задачу к решению бесконечных систем линейных алгебраических уравнений (БСЛАУ) второго рода. Эти системы запишем в виде:

$$Y^{(1)} = A_1^{-1}(A_1 - A_{11})Y^{(1)} - A_1^{-1}A_{12}Y^{(2)} + A_1^{-1}F^{(1)},$$
(5)
$$Y^{(2)} = A_2^{-1}(A_2 - A_{22})Y^{(2)} - A_2^{-1}A_{21}Y^{(2)} + A_2^{-1}F^{(2)}.$$

Здесь неизвестные векторы $Y^{(1)} = \left\{ y_p^{(1)} \right\}_{p=1}^{\infty}$, $Y^{(2)} = \left\{ y_p^{(2)} \right\}_{p=1}^{\infty}$ связаны с коэффициентами разложения в (2) соотношениями

$$y_p^{(i)} = q(z_p, \gamma) x_p^{(i)}, \quad i = 1, 2,$$

$$q(z_p, \gamma) = (z_p^2 - 0.25) P_{z_p - 1/2}(\cos \gamma)$$

Радиофизика и радиоастрономия, 2002, т. 7, №1

параметр $\gamma = \gamma_1$ при i = 1 и $\gamma = \gamma_3$ при i = 2; A_{ij} – бесконечные матрицы, элементы которых записываются формулами:

$$a_{kp}^{(11)} = \frac{\rho_1 W \left[K_{z_p} I_{\xi_k} \right]_{\rho_1}}{\Delta_{kp}^{(1)} K_{z_p}(\rho_1) I_{\xi_k}(\rho_1)},$$
$$a_{kp}^{(12)} = \kappa_p^{(2)} \frac{\rho_1 W \left[I_{z_p} I_{\xi_k} \right]_{\rho_1}}{\Delta_{kp}^{(1)} I_{z_p}(\rho_2) I_{\xi_k}(\rho_1)},$$

$$a_{kp}^{(21)} = \kappa_p^{(1)} \frac{\rho_2 W \Big[K_{\eta_k} K_{z_p} \Big]_{\rho_2}}{\Delta_{kp}^{(3)} K_{z_p}(\rho_1) K_{\eta_k}(\rho_2)},$$
$$a_{kp}^{(22)} = \frac{\rho_2 W \Big[K_{\eta_k} I_{z_p} \Big]_{\rho_2}}{\Delta_{kp}^{(3)} K_{\eta_k}(\rho_2) I_{z_p}(\rho_2)},$$

$$\Delta_{kp}^{(1)} = \xi_k^2 - z_p^2, \qquad \Delta_{kp}^{(3)} = \eta_k^2 - z_p^2,$$

$$\begin{split} \left\{ \xi_n \right\}_{n=1}^{\infty} &= \left\{ \mathbf{v}_p \right\}_{p=1}^{\infty} \cup \left\{ \mu_k \right\}_{k=1}^{\infty} & \mathbf{H} \\ \left\{ \eta_n \right\}_{n=1}^{\infty} &= \left\{ \overline{\mathbf{v}}_p \right\}_{p=1}^{\infty} \cup \left\{ \overline{\mu}_k \right\}_{k=1}^{\infty} & - \end{split}$$

возрастающие последовательности, $W[\cdot]_{\rho}$ – вронскиан, содержащий функции с аргументом ρ ,

$$\kappa_p^{(1)} = P_{z_{p-1/2}}(\cos \gamma_3) / P_{z_{p-1/2}}(\cos \gamma_1),$$

$$\kappa_p^{(2)} = P_{z_{p-1/2}}(\cos \gamma_1) / P_{z_{p-1/2}}(\cos \gamma_3).$$

Метод построения матричных элементов регуляризующих пар операторов $\{A_1, A_1^{-1}\}$, $\{A_2, A_2^{-1}\}$ приведен в [1, 2]. Отметим только, что для получения матричных элементов первой пары этих операторов используются последовательности индексов $\{\xi_n\}$ и $\{z_n\}$, а для второй – $\{\eta_n\}$ и $\{z_n\}$. Известные векторы системы (5) $F^{(1)} = \left\{ f_k^{(1)} \right\}_{k=1}^{\infty}, F^{(2)} = \left\{ f_k^{(2)} \right\}_{k=1}^{\infty}$ записываются в виде:

$$f_{k}^{(1)} = -\frac{1}{\sqrt{\rho_{0}}} \sum_{p=1}^{\infty} A_{p}^{(0)} q(z_{p}, \gamma_{1}) \times$$
$$\times K_{z_{p}}(\rho_{0}) I_{z_{p}}(\rho_{1}) \frac{\rho_{1} W[I_{z_{p}} I_{\xi_{k}}]_{\rho_{1}}}{\Delta_{kp}^{(1)} I_{z_{p}}(\rho_{1}) I_{\xi_{k}}(\rho_{1})},$$
$$f_{k}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{\rho_{0}}} \sum_{p=1}^{\infty} A_{p}^{(0)} q(z_{p}, \gamma_{3}) \times$$
$$\times I_{z_{p}}(\rho_{0}) K_{z_{p}}(\rho_{2}) \frac{\rho_{2} W[K_{z_{p}} K_{\eta_{k}}]_{\rho_{2}}}{\Delta_{kp}^{(3)} K_{z_{p}}(\rho_{2}) K_{\eta_{k}}(\rho_{2})}.$$

Здесь $A_p^{(0)} = A_0 z_p$, $A_0 = 2P_0 Z/l$, P_0 – момент диполя, Z – волновое сопротивление среды, $\rho_0 = sl$.

На основе асимптотических оценок матричных операторов находим, что решение БСЛАУ (5) существует в классе последовательностей

$$b(\sigma): \left\{ ||X|| = \sup_{n} |x_n n^{\sigma}|, \lim_{n \to \infty} |x_n n^{\sigma}| = 0 \right\},$$

где $0 \le \sigma < 1/2$ и, следовательно, удовлетворяет условию Мейкснера. Это решение находится с наперед заданной точностью для произвольных параметров задачи, за исключением счетного множества их значений, при которых определитель рассматриваемой БСЛАУ равен нулю.

Неизвестные коэффициенты в формулах (3), (4) выражаются через решения БСЛАУ (5). Например, для конических областей $D_3^{(1)}$ и $D_3^{(2)}$ они имеют вид:

$$y_{n}^{(\frac{31}{32})} = \pm \eta_{n} \alpha^{\pm}(\eta_{n}, \gamma_{3}) \Biggl[\sum_{p=1}^{\infty} \frac{y_{p}^{(2)}}{\eta_{n}^{2} - z_{p}^{2}} + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{y_{p}^{(1)}}{\eta_{n}^{2} - z_{p}^{2}} \frac{K_{z_{p}}(\rho_{2})}{K_{z_{p}}(\rho_{1})} + \frac{A_{0}}{\sqrt{\rho_{0}}} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{z_{p}q(z_{p}, \gamma_{3})}{\eta_{n}^{2} - z_{p}^{2}} I_{z_{p}}(\rho_{0}) K_{z_{p}}(\rho_{2}) \Biggr],$$

где

$$\alpha^{\pm}(\eta_k, \gamma_3) = \mp 2 \left\{ (\eta_k^2 - 0.25) \frac{\partial}{\partial \eta} \left[P_{\eta - 1/2}(\pm \cos \gamma_3) \big|_{\eta = \eta_k} \right] \right\}^{-1}$$

Выражение для H_{ϕ} -компоненты магнитного поля в этих областях записывается следующим образом:

$$H_{\varphi}(r,\theta) = \pm \frac{ikZ^{-1}}{\sqrt{\rho}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{y_n^{(3,1)} P_{\eta_n - 1/2}^1(\pm \cos \theta) K_{\eta_n}(\rho)}{K_{\eta_n}(\rho_2)},$$

r > c_2.

Здесь верхние знаки и $\eta_n = \overline{\nu}_n$ соответствуют области $0 \le \theta \le \gamma_3$, а нижние знаки и $\eta_n = \overline{\mu}_n$ – области $\gamma_3 \le \theta \le \pi$.

Нормированные мощности излучения диполя в конические области, которые ограничены углами $0 \le \theta \le \gamma_3$ и $\gamma_3 \le \theta \le \pi$, определяются по формуле

$$W_{\pm} = \frac{W(\gamma^{\pm})}{W_{0}} = \frac{3\pi Z^{-2}}{16P_{0}^{2}k^{2}\sin\gamma_{3}} \times \\ \times \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\left| y_{n}^{(3,1)} \right|^{2} \left(\eta_{n}^{2} - 1/4 \right)}{\eta_{n} \left| K_{\eta_{n}}(\rho_{2}) \right|^{2} P_{\eta_{n}-1/2}^{1}(\pm\cos\gamma_{3})} \times \\ \times \frac{\partial}{\partial\eta} \left[P_{\eta-1/2}(\pm\cos\gamma_{3}) \right]_{\eta=\eta_{n}} \right],$$

где $W_0 = \frac{4}{3} \pi P_0^2 k^2 Z$ – мощность излучения диполя в свободном пространстве, $\gamma^+ = \gamma_3$, $\gamma^- = \pi - \gamma_3$.

Нормированное сопротивление излучения диполя в присутствии конической структуры (1) равно

 $R = W_{+} + W_{-}$.

Численное моделирование

Исследуем зависимость характеристик поля, рассеянного структурой (1), от углов раскрыва конусов с целью оптимизации параметров нерегулярных волноведущих трактов при передаче электромагнитной энергии.

Рассмотрим конечный конический рупор с углом раскрыва $\gamma_1 = 21^\circ$ и длиной образующей $kc_1 = 9.2$ (радиус апертуры при этом составляет $kc_1 \sin \gamma_1 \approx 3.3$). Пусть этот рупор возбуждается полем радиального электрического диполя, который расположен на оси симметрии в точке с координатами $\theta = 0^{\circ}$, kl = 9.25. Эти значения параметров рупора и источника обеспечивают, согласно [3], достижение главного максимума нормированного сопротивления излучения диполя $R \approx 3.5$ (кривая 3 на рис. 2, а в [3]). Поместим теперь соосно с рупором усеченный конус и исследуем нормированное сопротивление излучения диполя, а также нормированные мощности излучения в конические области $0 \le \theta \le \gamma_3$ и $\gamma_3 \leq \theta \leq \pi$ как функции угла раскрыва γ_3 . На рис. 2, а, б приведены зависимости этих величин при различных значениях расстояний между условными сферами, на которых лежат кромки рупора и усеченного конуса, $d = k(c_2 - c_1)$; в вычислениях принималось, что $P_0 k = 1/(4\pi)$ A, Z = 1 Ом. Отметим осциллирующий характер полученных зависимостей. При малых значениях параметра d главный максимум нормированного сопротивления излучения диполя R соответствует значению $\gamma_3 \approx 31^\circ$, т. е. $\gamma_3 > \gamma_1 = 21^\circ$ (кривая 1 на рис. 2, а). Этот максимум превышает значение нормированного сопротивления излучения диполя в отсутствие усеченного полубесконечного конуса примерно на 30 %. Следовательно, наблюдается эффект увеличения *R* в электродинамической системе "конечный конический рупор – диполь – усеченный конус". Формирование главного максимума нормированного сопротивления излучения диполя связано здесь с увеличением нормированной мощности излучения, проникающего в конические области $0 \le \theta \le \gamma_3$ и $\gamma_3 \le \theta \le \pi$ через отверстие среза вершины и боковое отверстие соответственно, на что указывает поведение кривых 2, 3 на рис. 2, а. Важно отметить, что значение главного максимума кривой 2 практически совпадает со значением нормированного сопротивления излучения ди-



Рис. 2. Зависимость нормированного сопротивления излучения диполя (кривые 1) и нормированных мощностей излучения в конические области $0 \le \theta \le \gamma_3$ (кривые 2), $\gamma_3 \le \theta \le \pi$ (кривые 3) от угла раскрыва усеченного конуса при $kc_1 = 9.2$, kl = 9.25, $\gamma_1 = 2I^\circ$: (a) - $kc_2 = 9.3$, (b) - $kc_2 = 11.2$

поля, находящегося на оси конического рупора, в отсутствие усеченного полубесконечного конуса [3]. Следовательно, практически вся максимальная нормированная мощность излучения электродинамической системы "рупор – диполь" в угловую область $0^{\circ} \le \theta \le 180^{\circ}$ попадает в сектор $0 \le \theta \le 31^{\circ}$. При малом зазоре d (d = 0.05) максимальную нормированную мощность излучения можно передать от конического рупора в круговое отверстие усеченного конуса практически без потерь при несовпадающих углах раскрыва конусов

 $(\gamma_3 > \gamma_1)$. Как показывает поведение кривой 2 на рис. 2, а, при $\gamma_1 = \gamma_3$ (конус с узкой кольцевой щелью [3]) величина нормированной мощности излучения, проходящего в круговое отверстие среза вершины усеченного конуса, составляет примерно 70 % нормированной мощности излучения электродинамической системы "рупор – диполь" в свободное пространство. В этом смысле конус с кольцевой щелью не является оптимальным для передачи максимальной мощности излучения рассматриваемого излучателя в отверстие усеченного конуса. Более того, даже расширение угловой области $0 \le \theta \le \gamma_3$ не всегда приводит к желаемому результату из-за минимума кривой 2 на рис. 2, а при $\gamma_3 \approx 25^\circ$. При расширении углового сектора $0 \le \theta \le \gamma_3$ в область $\gamma_3 > 35^\circ$ и, следовательно, удалении края усеченного конуса от края рупора наблюдаем уменьшение уровня осцилляций нормированного сопротивления излучения диполя относительно значения R, определяемого конечным конусом и диполем. При этом потери нормированной мощности излучения, связанные с проникновением излучения в боковую щель, остаются практически постоянными в достаточно широком угловом диапазоне (см. кривую 3 на рис. 2, а).

Увеличение параметра d за счет увеличения радиуса среза полубесконечного конуса приводит к качественному изменению поведения рассматриваемых характеристик, что видно из рис. 2, б. В этой ситуации уменьшается дифракционная связь между диполем и краем усеченного конуса. Следовательно, во всем диапазоне изменения угла γ_3 наблюдаются только слабые осцилляции нормированного сопротивления излучения (кривая 1 на рис. 2, б) относительно значения этой величины в отсутствие усеченного конуса. В отличие от предыдущего случая здесь наблюдается эффект перераспределения потока излучения из бокового отверстия в круговое, образованное срезом вершины, из-за изменения углового параметра уз. Это происходит при $\gamma_3 \approx 25^\circ$, соответствующем точке пересечения кривых 2 и 3 на рис. 2, б. Как видно из поведения кривой 2 на рис. 2, б, для небольших значений параметра d (в рассматриваемом случае d = 2) варьирование углового параметра усеченного конуса в области $\gamma_3 = 19 \div 70^\circ$ позволяет регулировать попадающий в конус поток электромагнитного излучения в достаточно широких пределах; величина нормированной мощности излучения изменяется практически на 50 %.

Естественно возникает вопрос об особенностях передачи электромагнитной энергии в отверстие усеченного конуса, когда параметры излучателя "диполь - конечный конический рупор" обеспечивают достижение других экстремумов излучаемой мощности. Рассмотрим второй по величине максимум нормированного сопротивления излучения диполя на оси конечного конуса с углом раскрыва $\gamma_1 = 21^\circ$. Он примерно в два раза меньше главного и составляет $R \approx 1.8$ (кривая 3 на рис. 2, а в [3]). Этот максимум соответствует конусу с радиусом апертуры $kc_1 \sin \gamma_1 \approx 6.4$. Графики, иллюстрирующие зависимость *R* и нормированных мощностей излучения в конические $0 \le \theta \le \gamma_3$ и $\gamma_3 \le \theta \le \pi$ от угла расобласти крыва внесенного усеченного конуса ү3, приведены на рис. 3. Видно, что общие закономерности поведения исследуемых характеристик сохраняются. Однако, в отличие от предыдущих случаев, наблюдается увеличение частоты осцилляций, что влечет появление уже нескольких областей значений параметра γ_3 , где практически вся нормированная мощность излучения электродинамической системы "диполь - конический рупор" в свободное пространство ($R \approx 1.8$) переходит в отверстие среза полубесконечного конуса. Эти области сосредоточены в окрестностях первых двух максимумов кривой 2 на рис. 3, а при $\gamma_3 > \gamma_1$. Такую ситуацию удается реализовать и при $\gamma_3 < \gamma_1$. Например, когда $\gamma_3 < 20^\circ$, кривая 2 на рис. 3, а практически достигает значения R = 1.8. Следует отметить, что потери нормированной мощности излучения, связанные с проникновением излучения в боковое отверстие, здесь значительно меньшие. Это подтверждается поведением кривых 3 на рис. 3 и объясняется увеличением радиусов апертур конусов. Несмотря на данное обстоятельство, из-за осцилляции нормированной мощности излучения в отвер-



Рис. 3. Зависимость нормированного сопротивления излучения диполя (кривые 1) и нормированных мощностей излучения в конические области $0 \le \theta \le \gamma_3$ (кривые 2), $\gamma_3 \le \theta \le \pi$ (кривые 3) от угла раскрыва усеченного конуса при $kc_1 = 17.9$, kl = 17.95, $\gamma_1 = 21^\circ$: (a) - $kc_2 = 18$, (б) - $kc_2 = 19.9$

стие среза вершины усеченного конуса условие $\gamma_3 = \gamma_1$ также не является оптимальным для передачи полной нормированной мощности излучения рупора.

Из графиков, приведенных на рис. 2 и 3 видно, что осцилляции исследуемых характеристик имеют ярко выраженную структуру в достаточно широком диапазоне изменения параметра γ_3 . Поскольку во всех рассмотренных случаях γ_1 фиксирован, увеличение γ_3 должно приводить к быстрому убыванию осцилляций из-за ослабления дифракционного взаимодействия усеченного конуса с диполем. Для объяснения поведения рассматриваемых характеристик исследовались их зависимость от γ_3 в случае, когда конический рупор в структуре (1) отсутствует, т. е. для электродинамической системы "усеченный конус – диполь". При этом принималось, что параметры усеченного конуса и источника имеют такие же значения, как и в рассматриваемых выше случаях. Соответствующие графики приведены на рис. 4. Осцилляции нормированного сопротивления излучения диполя (кривые 1) происходят относительно значения R в свободном пространстве, R = 1. Кривые 2 и 3 иллюстрируют изменение нормированных мощностей излучения в отдельные конические области, образованные усеченным конусом. Сравнение графиков на рис. 2, а и рис. 4, а показывает, что изменение угла раскрыва усеченного конуса в присутствии конечного конуса приводит к увеличению размаха осцилляций R относительно значения нормированного сопротивления излучения диполя, помещенного на оси конечного конуса. Это можно объяснить дифракционным взаимодействием между краями апертуры конусов. Как и следовало ожидать, эффект наиболее сильно проявляется при небольшой разнице между углами раскрыва конусов. Интересно отметить, что, несмотря на естественное сужение бокового отверстия за счет внесения конечного конуса и образования двухэлементной структуры (1), дифракционная связь диполя с краем конечного конуса приводит к увеличению потерь мощности излучения в боковое отверстие. Этот вывод следует из сопоставления кривых 3 на рис. 2, а и рис. 4, а. Общая закономерность поведения энергетических характеристик сохраняется и при увеличении радиусов апертуры конусов, однако проявляется слабее, что следует из анализа графиков на рис. 3, а и рис. 4, б.

Важным является вопрос о регулировании подачи электромагнитной энергии в нерегулярные волноводные области путем оптимального подбора параметров излучателей. Рассмотрим полубесконечный усеченный конус с фиксированным углом раскрыва, круговое



Рис. 4. Зависимость нормированного сопротивления излучения диполя (кривые 1) и нормированных мощностей излучения в конические области $0 \le \theta \le \gamma_3$ (кривые 2), $\gamma_3 \le \theta \le \pi$ (кривые 3) от угла раскрыва усеченного конуса при $kc_1 = 0$, $\gamma_1 = 2P$: (a) — kl = 9.25, $kc_2 = 9.3$; (b) — kl = 17.95, $kc_2 = 18$

отверстие которого облучается полем конечного конического рупора. Исследуем зависимость нормированного сопротивления излучения диполя, а также нормированных мощностей излучения в отдельные конические области, образованные усеченным конусом, от угла раскрыва рупора. Соответствующие графики приведены на рис. 5, 6. Кривые на рис. 5, а, б и 6, а рассчитывались при значениях параметра d, практически исключающих влияние усеченного конуса на зависимость $R(\gamma_1)$.



Рис. 5. Влияние параметра γ_3 на зависимости нормированного сопротивления излучения диполя (кривые 1) и нормированных мощностей излучения в конические области $0 \le \theta \le \gamma_3$ (кривые 2), $\gamma_3 \le \theta \le \pi$ (кривые 3) от угла раскрыва конечного конуса при $kc_1 = 17.9$, kl = 17.95, $kc_2 = 18.9$: $(a) - \gamma_3 = 25^\circ$; $(b) - \gamma_3 = 40^\circ$

Иными словами, кривые 1 на этих рисунках характеризуют зависимость нормированной мощности излучения рупора в свободное пространство. При этом в широком диапазоне изменения угла раскрыва рупора ($\gamma_1 < 47^\circ$) практически весь поток излучения попадает в отверстие, образованное срезом вершины полубесконечного конуса. Исключение составляют точки экстремума, в которых потери, связанные с излучением в угловую область $\gamma_3 \le \theta \le \pi$, возрастают, что наблюдается на рис. 5, а, б и рис. 6, а. Однако и в этих точках



Рис. 6. Влияние параметра kl на зависимости нормированного сопротивления излучения диполя (кривые 1) и нормированных мощностей излучения в конические области $0 \le \theta \le \gamma_3$ (кривые 2), $\gamma_3 \le \theta \le \pi$ (кривые 3) от угла раскрыва конечного конуса при $kc_1 = 17.9$, $kc_2 = 20.9$, $\gamma_3 = 40^\circ$: (a) – kl = 17.95, (b) – kl = 20.8

даже для узкого полубесконечного конуса $(\gamma_3 = 25^\circ)$ при небольшой разнице между радиальными координатами рупора и усеченного конуса (d = 1) в круговое отверстие усеченного конуса уходит более 80 % нормированной мощности излучения (см. кривые 1, 2 на рис. 5, а). Важно отметить, что варьируя угол раскрыва конического рупора, можно изменять мощность излучения в круговое отверстие усеченного конуса в достаточно широком диапазоне, о чем свидетельствует большой размах осцилляций кривых 1, 2 на рис. 5, а, б и рис. 6, а. Более того, глобальные минимумы этих функций свидетельствуют о возможности практически полностью закрыть поступление электромагнитной энергии в конические области. При смещении диполя вдоль оси от рупора к усеченному конусу влияние угла раскрыва рупора на нормированную мощность излучения существенно снижается, что наблюдается на рис. 6, б.

Рассмотрим структуру поля при заданном значении нормированной мощности излучения. Для этого изучим диаграммы направленности для случаев, соответствующих экстремальным значениям нормированной мощности. Характерные диаграммы направленности показаны



Рис. 7. Диаграммы направленности при $kc_1 = 17.9$, kl = 17.95, $kc_2 = 18.0$, $\gamma_3 = 40^\circ$: a) $1 - \gamma_1 = 2I^\circ$, $2 - \gamma_1 = 25^\circ$; b) $1 - \gamma_1 = 33^\circ$, $2 - \gamma_1 = 37^\circ$

на рис. 7, а, б. Кривые 1 и 2 на рис. 7, а соответствуют первым максимуму и минимуму кривой 2 на рис. 5, б. Кривые 1, 2 на рис. 7, б иллюстрируют аналогичные диаграммы направленности для вторых максимума и минимума кривой 2 на рис. 5, б. Сравнивая кривые 1 и 2 на рис. 7, а, б, видим, что в обоих случаях незначительное изменение угла раскрыва конечного конического рупора ($\Delta \gamma_1 = 4^\circ$) существенно влияет на распределение поля в зоне излучения. Важно отметить, что диаграммы направленности, соответствующие максимумам кривой 2 на рис. 5, б, т. е. кривые 1 на рис. 7, а, б, имеют схожую лепестковую структуру. В то же время кривые 2 на рис. 7, а, б качественно различаются. Диаграмма направленности, соответствующая кривой 2 на рис. 7, б, имеет значительно подавленные боковые лепестки, а ее главный лепесток уменьшен не так сильно, как в случае кривой 2 на рис. 7, а. Эти особенности поведения диаграмм направленности показывают, что минимум нормированного сопротивления излучения диполя или нормированной мощности излучения, проходящего в коническую область $0 \le \theta \le \gamma_3$, можно реализовать как путем уменьшения уровня всех лепестков, так и за счет существенного уменьшения только боковых лепестков при незначительном уменьшении главного. Отметим также, что несмотря на существенное различие диаграмм направленности, изображенных на рис. 7, их формирование осуществляется за счет трех мод (с третьей по пятую).

Заключение

Суммируя полученные результаты, отметим, что в работе установлена возможность эффективной (практически без потерь) передачи максимальной нормированной мощности излучения электродинамической системы "конический рупор – диполь" в круговое отверстие усеченного конуса. Показано, что этот эффект обусловлен особенностями дифракционного взаимодействия диполя с краями апертур и достигается при несовпадающих углах раскрыва конусов. Показано, что полную передачу нормированной мощности излучения в круговое отверстие среза вершины можно реализовать, изменяя параметры рупора в широких пределах, исключающих локальные максимумы нормированной мощности излучения электродинамической системы "конечный конический рупор – диполь". При обеспечении локального минимума сопротивления излучения диполя выявлено сильное подавление боковых и незначительное подавление главного лепестков диаграммы направленности усеченного конуса, облучаемого коническим рупором.

Литература

- Д. Б. Куриляк. Радиофизика и Радиоастрономия. 1999, 4, №2, с. 121-128.
- 2. Д. Б. Куриляк, З. Т. Назарчук. Радиофизика и Радиоастрономия. 2000, **5**, №1, с. 29-37.
- 3. Д. Б. Куриляк, З. Т. Назарчук. Радиофизика и Радиоастрономия. 2001, **6**, №3, с. 241-251.
- 4. D. B. Kuryliak, Z. T. Nazarchuk. Technical Report, Institute of Electronics, Information and Communication Engineers of Japan. 2000, **100**, No. 68. pp. 81-88.

5. Н. Н. Мисюра, В. Г. Сологуб. Препринт ИРЭ НАН Украины. Харьков, 1986, №314, 44 с.

6. В. Г. Сологуб. Журнал вычисл. математ. и матем. физики. 1971, **11**, №4, с. 847-854.

Axially-Symmetrical Excitation of Electromagnetic Oscillations for System of Finite and Semi-Infinite Truncated Cones with Different Apertures

D. B. Kuryliak, Z. T. Nazarchuk

The exact solution of the axially-symmetrical problem of diffraction by the co-axial finite and truncated semi-infinite cones is obtained by means of the semi-inversion technique. An analysis of the electrodynamic characteristics of this structure at different opening angles of the cone is made. The radiative resistance and the energy radiated by the dipole into the conical regions as well as the far field patterns are found.