

Случайная погрешность определения рельефа поверхности по ее радиояркости

И. А. Дулова, Ю. В. Корниенко

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины,
61085, г. Харьков, ул. Академика Проскуры, 12
E-mail: yukor@ire.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 18 июля 2001 г.

Исследованы статистические свойства случайной погрешности определения рельефа поверхности по значениям ее яркости, полученным ранее предложенным методом при локации из различных направлений. Найдены выражения для спектральной плотности погрешности высоты и наклона. Показано, что для гладкого рельефа существует автокорреляционная функция погрешности высоты с той же степенью гладкости, что и автокорреляционная функция рельефа.

Досліджено статистичні властивості випадкової похибки визначення рельєфу поверхні за значеннями її радіо яскравості, одержаними раніше запропонованим методом у процесі локації з різних напрямків. Знайдено вирази для спектральної густини похибки висоти та нахилу. Показано, що для гладкого рельєфу існує автокореляційна функція похибки висоти з тим же ступенем гладкості, що й автокореляційна функція рельєфу.

В работе [1] был развит метод определения рельефа поверхности по серии ее оптических или радиоизображений. В [2] было показано, как этот метод может быть применен для определения рельефа поверхности по ее радиояркости, измеренной с помощью радиолокатора с синтезированной апертурой (РСА). Настоящая работа является продолжением этих исследований и посвящена вопросу о случайных погрешностях данного метода.

1. Краткая история вопроса

Зависимость яркости элемента поверхности от его ориентации по отношению к падающему излучению делает возможным определение рельефа этой поверхности по ее наклонам в каждой точке исследуемого участка. Эти наклоны можно найти, измеряя яркость поверхности в каждой точке и используя заранее

известную зависимость яркости элементарной площадки от ее ориентации. Одной из первых работ, в которой эта идея была предложена в ее простейшем виде, была работа ван Диггелена [3]. В [4] была показана некорректность задачи, поставленной в [3], и изложена математически корректная постановка задачи определения рельефа поверхности по ее полю наклонов, основанная на статистическом подходе. Позднее в [1] был сформулирован метод определения рельефа поверхности по набору ее изображений, полученных при различных направлениях освещения и наблюдения. Применимость этого метода не зависит от длины волны излучения, поэтому в дальнейшем он условно называется фотометрическим, даже если речь идет о его применении за пределами оптического диапазона. В [2] было показано, как этот метод может быть эффективно применен в радиодиапазоне и какова специфика его применения в случае, когда исход-

ные изображения поверхности формируются с помощью радиолокатора с синтезированной апертурой. Результатом этих исследований явился оптимальный фильтр, переводящий исходный набор радиоизображений в функции, описывающие зависимость высоты и радиооптических параметров участка поверхности от координат. Выражение для этого фильтра получено в линейном приближении в предположении малости наклонов поверхности и вариаций ее радиооптических параметров по исследуемому участку.

В [5] путем численного моделирования было проведено экспериментальное исследование погрешностей определения рельефа по серии радиоизображений поверхности. С этой целью была создана компьютерная модель рельефа кратерированной поверхности лунного типа, затем моделировалось формирование его изображений с помощью РСА и замытие этих изображений фазовыми искажениями в среде распространения и другими факторами, после чего к этому изображению добавлялся шум, моделирующий когерентный шум и шум приемника. Полученные изображения затем использовались в качестве исходных данных для определения рельефа поверхности предложенным в [1, 2] методом. Найденный таким путем рельеф сравнивался с заранее известным истинным рельефом поверхности, и строилась карта погрешностей. Эти исследования подтвердили работоспособность метода и приемлемую величину его погрешностей. Несмотря на это, желательно провести теоретическое исследование погрешностей метода и получить для них аналитические выражения.

2. Происхождение погрешностей при определении рельефа поверхности по ее радиояркости

Погрешности, возникающие при определении рельефа "фотометрическим" методом [1, 2], имеют двоякое происхождение. Во-первых, прием сигнала сопровождается шумами различного происхождения. Это порождает случайную погрешность в конечном результате, тем большую, чем выше уровень шума. Во-вторых, в [1, 2] уравнение, определяющее оптимальный

фильтр, решено лишь приближенно, что порождает систематическую погрешность в конечном результате тем большую, чем больше наклоны поверхности и вариации ее параметров. В настоящей работе исследуется вопрос о случайной погрешности "фотометрического" метода. При этом, чтобы избежать громоздких выкладок, рассматривается упрощенная задача определения рельефа поверхности, когда ее радиооптические параметры считаются известными и постоянными по всему исследуемому району поверхности. Как будет видно из дальнейшего, случайная погрешность определения рельефа, обусловленная шумом, в свою очередь складывается из двух слагаемых, одно из которых связано с прямым влиянием шума и линейно зависит от его реализаций, имевших место в конкретном эксперименте, а другое определяется только статистикой шума, но не зависит от его конкретной реализации.

3. Формулировка задачи определения рельефа

При рассмотрении будем считать, как и в [1, 2], что выполняются следующие предположения. Искомый рельеф $H(\mathbf{r})$ (т. е. функция, описывающая зависимость высоты H над некоторой средней плоскостью от декартовых координат x, y на ней; x, y являются компонентами двумерного вектора \mathbf{r}) представляет собой реализацию стационарного гауссова процесса со спектральной плотностью $1/\alpha(k)$, k – двумерный вектор пространственной частоты. Угол, под которым виден исследуемый участок поверхности из точки расположения радиолокатора, достаточно мал, чтобы направление на радиолокатор можно было приближенно считать одним и тем же во всех точках этого участка. Радиояркость элемента поверхности на j -ом изображении зависит от ориентации нормали \mathbf{n} к нему по закону

$$I_j = F_j(\mathbf{n}),$$

где F_j – известная функция, характеризующая свойства рассеивающей поверхности. Предполагая наклоны поверхности малыми,

можно разложить $F_j(\mathbf{n})$ в ряд Тейлора по \mathbf{n} в окрестности средней нормали к поверхности \mathbf{n}_0 и ограничиться первым членом разложения:

$$I_j = I_{0j} + \mathbf{c}_j(\mathbf{n} - \mathbf{n}_0).$$

Это соотношение с точностью до членов второго порядка малости можно переписать в виде

$$I_j = I_{0j} + \mathbf{c}_j \mathbf{t}(\mathbf{r}), \quad (1)$$

где

$$\mathbf{t}(\mathbf{r}) = \nabla H(\mathbf{r}) \quad (2)$$

двумерный вектор наклона поверхности, ∇ – двумерный градиент, а \mathbf{c}_j – двумерная векторная константа, определяемая свойствами поверхности и геометрией эксперимента.

Каждая реализация рельефа $H(\mathbf{r})$ характеризуется своим значением априорной плотности вероятности

$$\rho_h(H) \equiv \exp \left(- \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{H}^*(\mathbf{k}) \alpha(\mathbf{k}) \tilde{H}(\mathbf{k}) dS_{\mathbf{k}} \right), \quad (3)$$

где $dS_{\mathbf{k}}$ – элемент площади в частотной области. Аналогично для шума

$$\rho_n(N) \equiv \exp \left(- \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{N}^*(\mathbf{k}) \beta(\mathbf{k}) \tilde{N}(\mathbf{k}) dS_{\mathbf{k}} \right). \quad (4)$$

Здесь нормирующий множитель не играет существенной роли, поскольку в окончательный результат он не входит (поэтому он будет опущен и в дальнейших выкладках); $\tilde{H}(\mathbf{k})$ и $\tilde{N}(\mathbf{k})$ – фурье-образы соответственно рельефа и шума; $\beta(\mathbf{k})$ – величина, обратная спектральной плотности шума; звездочка означает комплексное сопряжение.

Экспериментально полученные реализации радиояркости $J_j(\mathbf{r})$ связаны с $I_j(\mathbf{r})$ соотношением

$$J_j(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g_j(\mathbf{r} - \mathbf{r}') I_j(\mathbf{r}') dS_{\mathbf{r}'} + N_j(\mathbf{r}), \quad (5)$$

где $g_j(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ – ядро, описывающее замытие j -го изображения под действием фазовых искажений в среде распространения и других мешающих факторов; $dS_{\mathbf{r}}$ – элемент площади в пространственной области; $N_j(\mathbf{r})$ – произвольная реализация стационарного аддитивного гауссова шума. Это соотношение для дальнейшего рассмотрения удобнее записать в частотном представлении, выполнив над обеими частями равенства преобразование Фурье:

$$\tilde{J}_j(\mathbf{k}) = \tilde{g}_j(\mathbf{k}) \tilde{I}_j(\mathbf{k}) + \tilde{N}_j(\mathbf{k}).$$

Пусть имеется m таких изображений, полученных из разных точек траектории полета летательного аппарата. Требуется найти наиболее вероятный вид рельефа.

4. Наиболее вероятный рельеф

Выражение для апостериорной плотности вероятности рельефа $H(\mathbf{r})$ получается из формулы Байеса [6] с учетом (3) – (5). В дальнейшем удобнее пользоваться логарифмом этого выражения, т. е. логарифмической функцией правдоподобия

$$\begin{aligned} L(H) = & \int \tilde{H}^*(\mathbf{k}) \alpha(\mathbf{k}) \tilde{H}(\mathbf{k}) dS_{\mathbf{k}} + \\ & + \sum_j \int [\tilde{J}_j(\mathbf{k}) - i \tilde{g}_j(\mathbf{k}) \mathbf{c}_j \mathbf{k} \tilde{H}^*(\mathbf{k})]^* \beta(\mathbf{k}) \times \\ & \times [\tilde{J}_j(\mathbf{k}) - i \tilde{g}_j(\mathbf{k}) \mathbf{c}_j \mathbf{k} \tilde{H}^*(\mathbf{k})] dS_{\mathbf{k}}. \end{aligned}$$

Условие максимума этого функционала определяет наиболее вероятный рельеф $H_m(\mathbf{r})$ при данном наборе исходных изображений $J_j(\mathbf{r})$ ($j = 1, \dots, m$).

Приравнивая нулью производную функционала по $\tilde{H}(\mathbf{k})$, получим уравнение

$$\left[\alpha(\mathbf{k}) + \sum_j (\mathbf{k}\mathbf{c}_j)^2 \tilde{g}_j^*(\mathbf{k}) \tilde{g}_j(\mathbf{k}) \beta(\mathbf{k}) \right] \tilde{H}(\mathbf{k}) = i \sum_j \mathbf{k}\mathbf{c}_j \tilde{g}_j^*(\mathbf{k}) \beta(\mathbf{k}) \tilde{J}_j(\mathbf{k}).$$

Его решение:

$$\tilde{H}_m(\mathbf{k}) = \left[\alpha(\mathbf{k}) + \sum_j (\mathbf{k}\mathbf{c}_j)^2 \tilde{g}_j^*(\mathbf{k}) \tilde{g}_j(\mathbf{k}) \beta(\mathbf{k}) \right]^{-1} \times i \sum_j \mathbf{k}\mathbf{c}_j \tilde{g}_j^*(\mathbf{k}) \beta(\mathbf{k}) \tilde{J}_j(\mathbf{k}). \quad (6)$$

(Это выражение определяет оптимальный фильтр, переводящий наблюдаемую совокупность изображений $J_j(\mathbf{r})$ в наиболее вероятный рельеф $H_m(\mathbf{r})$. Оно является частным случаем результата, полученного в [1, 2], и совпадает с ним, если все радиооптические параметры считать константами.)

5. Случайная погрешность определения высоты

Пусть истинный рельеф описывается функцией $H_0(\mathbf{r})$. Тогда в результате эксперимента мы получим в соответствии с (1), (5) совокупность изображений

$$J_j(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g_j(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{c}_j \nabla H_0(\mathbf{r}') dS_{\mathbf{r}'} + N_j(\mathbf{r}), \quad (7)$$

где $N_j(\mathbf{r})$ – независимые реализации шума регистрации. Воздействуя на $J_j(\mathbf{r})$ оптимальным фильтром (6), получим рельеф, наиболее вероятный при данной совокупности изображений, который в частотном представлении имеет вид

$$\tilde{H}_m(\mathbf{k}) = P(\mathbf{k}) \tilde{H}_0(\mathbf{k}) + \sum_j Q_j(\mathbf{k}) \tilde{N}_j(\mathbf{k}),$$

где

$$P(\mathbf{k}) = \frac{\sum_j (\mathbf{k}\mathbf{c}_j)^2 \tilde{g}_j^*(\mathbf{k}) \tilde{g}_j(\mathbf{k})}{\alpha(\mathbf{k}) + \sum_j (\mathbf{k}\mathbf{c}_j)^2 \tilde{g}_j^*(\mathbf{k}) \tilde{g}_j(\mathbf{k})}, \quad (8)$$

$$Q(\mathbf{k}) = \frac{i \mathbf{k}\mathbf{c}_j \tilde{g}_j^*(\mathbf{k})}{\alpha(\mathbf{k}) + \sum_j (\mathbf{k}\mathbf{c}_j)^2 \tilde{g}_j^*(\mathbf{k}) \tilde{g}_j(\mathbf{k})}. \quad (9)$$

Таким образом, мы получили соотношение между истинным рельефом и статистической оценкой наиболее вероятного рельефа, в которое входят неизвестные реализации шума $N_j(\mathbf{r})$, приводящие к тому, что $\tilde{H}_m(\mathbf{k})$ не равен $\tilde{H}_0(\mathbf{k})$. Разность

$$\delta(\mathbf{r}) = H_m(\mathbf{r}) - H_0(\mathbf{r}) \quad (10)$$

является погрешностью определения рельефа, случайный характер которой обусловлен влиянием входящих в (7) реализаций шума $N_j(\mathbf{r})$ и случайным характером искомого рельефа (который тоже вносит вклад в погрешность за пределами полосы пропускания фильтра). Записывая (10) в частотном представлении и подставляя в него выражения (1), (7), получим

$$\tilde{\delta}(\mathbf{k}) = (P(\mathbf{k}) - 1) \tilde{H}_0(\mathbf{k}) + \sum_j Q_j(\mathbf{k}) \tilde{N}_j(\mathbf{k}). \quad (11)$$

Из этого выражения видно, что случайная погрешность определения рельефа складывается из двух слагаемых существенно различной природы. Второе слагаемое линейно зависит от реализации шума и по сути представляет собой шум, пропущенный через фильтр, который формирует рельеф из исходных изображений. Первое же слагаемое происходит от самого сигнала, линейно выражается через него и связано со сглаживающим характером

формирующего фильтра. Оба слагаемых зависят от частотной характеристики фильтра, а значит от статистических свойств рельефа и шума. Однако первое слагаемое не зависит от конкретных реализаций шума $N_j(\mathbf{r})$, а второе – от истинного рельефа $H_0(\mathbf{r})$.

Заметим, что сказанное относится к случаю, когда погрешность определяется для статистического ансамбля реализаций рельефа. Если же экспериментатор имеет дело только с единственной реализацией рельефа, первое слагаемое остается одним и тем же во всех экспериментах и потому становится составной частью систематической погрешности определения рельефа.

6. Статистические свойства погрешности определения высоты

Поскольку $H_0(\mathbf{r})$ и $N_j(\mathbf{r})$ являются стационарными гауссовыми процессами, это же, в силу (11), относится и к $\delta(\mathbf{r})$, откуда следует, что значения $\tilde{\delta}(\mathbf{k})$ для разных значений \mathbf{k} не коррелируют между собой. Поэтому статистические свойства погрешности $\delta(\mathbf{r})$ полностью характеризуются функцией

$$\tilde{D}(\mathbf{k}) = \overline{\tilde{\delta}^*(\mathbf{k}) \tilde{\delta}(\mathbf{k})},$$

где черта означает усреднение по ансамблю реализаций сигнала и шума. Подставляя в это выражение $\tilde{\delta}(\mathbf{k})$ из (11) и принимая во внимание, что реализации шума $\tilde{N}_j(\mathbf{k})$ не коррелируют с рельефом и друг с другом, получим

$$\begin{aligned} \tilde{D}(\mathbf{k}) &= (P(\mathbf{k}) - 1)^2 \overline{\tilde{H}_0^*(\mathbf{k}) \tilde{H}_0(\mathbf{k})} + \\ &+ \sum_j Q_j^*(\mathbf{k}) Q_j(\mathbf{k}) \overline{\tilde{N}_j^*(\mathbf{k}) \tilde{N}_j(\mathbf{k})}. \end{aligned} \quad (12)$$

Это выражение представляет собой спектральную плотность погрешности $\delta(\mathbf{r})$. Подставляя в первое и второе слагаемые вместо усредненных значений соответственно $1/\alpha(\mathbf{k})$ и $1/\beta(\mathbf{k})$, с учетом (8), (9) получим

$$\tilde{D}(\mathbf{k}) = \frac{1}{\alpha(\mathbf{k}) + \beta(\mathbf{k}) \sum_j (\mathbf{k} \mathbf{c}_j)^2 \tilde{g}_j^*(\mathbf{k}) \tilde{g}_j(\mathbf{k})}. \quad (13)$$

Функция $D(\mathbf{r})$, фурье-образом которой является $\tilde{D}(\mathbf{k})$, представляет собой автокорреляционную функцию погрешности $\delta(\mathbf{r})$. Существование этой функции обеспечивается тем, что для гладкого рельефа первое слагаемое в знаменателе (13) неограниченно возрастает при стремлении \mathbf{k} к бесконечности. Поскольку второе слагаемое в знаменателе обычно быстро убывает на бесконечности из-за ограниченной пространственной полосы пропускания тракта (что выражается быстрым убыванием $\tilde{g}(\mathbf{k})$ с ростом модуля \mathbf{k}), функция $\tilde{D}(\mathbf{k})$ стремится на бесконечности к нулю по тому же закону, что и спектральная плотность рельефа (стремление последней к нулю на бесконечности предполагается из соображений регулярности истинного рельефа). Отсюда, в частности, следует, что $D(\mathbf{r})$ обладает той же степенью гладкости (имеет столько же производных), что и автокорреляционная функция рельефа.

Анализируя (12), легко убедиться, что, как и следовало ожидать, на множестве произвольных частотных характеристик фильтра, формирующего рельеф из исходных изображений, дисперсия погрешности $\tilde{D}(\mathbf{k})$ достигает минимума при всех \mathbf{k} , когда этот фильтр определяется равенством (6). Таким образом, фильтр (6), будучи оптимальным в том смысле, что он дает наиболее вероятный рельеф, является в то же время оптимальным и в том смысле, что он обеспечивает минимум среднеквадратичной погрешности определения каждой фурье-компоненты рельефа, а следовательно и математического ожидания интеграла от квадрата погрешности по всему району.

7. Погрешность определения наклонов

Поскольку второе слагаемое в знаменателе (13) при $\mathbf{k} \rightarrow 0$ обращается в нуль, поведение $\tilde{D}(\mathbf{k})$ в нуле определяется поведением в нуле функции $\alpha(\mathbf{k})$. Если последняя

стремится к нулю при $\mathbf{k} \rightarrow 0$, $\tilde{D}(\mathbf{k})$ в нуле стремится к бесконечности, что приводит к бесконечно большой дисперсии погрешности $\delta(\mathbf{r})$ в каждой точке \mathbf{r} . Такой результат является вполне естественным, так как обсуждаемый метод определения рельефа основан на связи между рельефом и полем наклонов поверхности и не дает информации о значениях абсолютной высоты поверхности. Поэтому вся информация об абсолютной высоте, которая содержится в конечном результате, происходит от априорной информации, выражаемой величиной $\alpha(0)$, и исчезает с обращением $\alpha(0)$ в нуль.

В качестве величины, лучше характеризующей точность метода, можно использовать погрешность разности высот в точках \mathbf{r} и \mathbf{r}' , т. е. $\delta(\mathbf{r}) - \delta(\mathbf{r}')$, дисперсия которой в силу однородности рассматриваемой задачи зависит только от $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$. Однако здесь мы воспользуемся другой характеристикой, непосредственно связанной с существом метода – ковариационной матрицей наклона элемента поверхности.

Дифференцируя (10) по радиусу-вектору точки на исследуемой поверхности, получим выражение для двумерного вектора погрешности наклона поверхности в точке \mathbf{r} :

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{r}) = \nabla H_m(\mathbf{r}) - \nabla H_0(\mathbf{r}) = \nabla \delta(\mathbf{r}).$$

Фурье-образ этой погрешности согласно (11) имеет вид:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{r}) = \nabla H_m(\mathbf{r}) - \nabla H_0(\mathbf{r}) = \nabla \delta(\mathbf{r}). \quad (14)$$

Статистические свойства этой погрешности характеризуются ковариационной матрицей $\|C\|$, которая представляет собой результат усреднения по ансамблю внешнего произведения погрешности на саму себя. Компоненты ее фурье-образа с индексами μ, ν ($\mu, \nu = 1, 2$) легко получить из (14) по аналогии с (13):

$$\tilde{C}_{\mu\nu}(\mathbf{k}) = \frac{k_\mu k_\nu}{\alpha(\mathbf{k}) + \beta(\mathbf{k}) \sum_j (\mathbf{k} \mathbf{c}_j)^2 \tilde{g}_j^*(\mathbf{k}) \tilde{g}_j(\mathbf{k})}. \quad (15)$$

Автокорреляционная функция погрешностей наклона $C_{\mu\nu}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$, фурье-образом которой является $\tilde{C}_{\mu\nu}(\mathbf{k})$, существует, если существует такая же функция для наклонов исследуемой поверхности. Это видно из того, что при $\mathbf{k} \rightarrow 0$ второе слагаемое в знаменателе (15) стремится к нулю и выражение (15) асимптотически переходит в фурье-образ автокорреляционной функции наклонов исследуемой поверхности.

Если спектральная плотность пространственного шума конечна в нуле, выражение (15) также конечно в нуле и имеет конечный предел при $\alpha(\mathbf{k}) \rightarrow 0$, откуда следует, что и в случае полного отсутствия априорной информации о значениях абсолютной высоты автокорреляционная функция погрешности наклона $\tilde{C}_{\mu\nu}(\mathbf{k})$ является адекватной характеристикой точности метода.

Матрица с элементами $C_{\mu\nu}(\mathbf{r})$ при $\mathbf{r} = 0$ является корреляционной матрицей компонент вектора наклона в произвольной точке поверхности. Ее след,

$$\tilde{C} = \int \frac{\mathbf{k}^2}{\alpha(\mathbf{k}) + \beta(\mathbf{k}) \sum_j (\mathbf{k} \mathbf{c}_j)^2 \tilde{g}_j^*(\mathbf{k}) \tilde{g}_j(\mathbf{k})} dS_{\mathbf{k}},$$

(интегрирование ведется по всей частотной плоскости) представляет собой дисперсию погрешности определения наклона элемента исследуемой поверхности.

8. Заключительные замечания

Обсуждаемый метод определения рельефа позволяет находить абсолютные значения наклона поверхности в каждой точке и относительные значения высоты поверхности, отсчитываемые от нулевого уровня, который должен быть заранее известен. Как уже было сказано, эксперимент не дает информации о значении нулевой фурье-компоненты рельефа, в результате дисперсия погрешности этой компоненты определяется только априорной информацией и при ее отсутствии обращается в бесконечность.

Даже для поверхности с нормальным распределением значений высоты представление о рельефе как о реализации стационарного гауссова процесса может быть не вполне соответствующим действительности. Более приемлемым может оказаться представление о рельефе как о реализации винеровского случайногопроцесса. Изучение статистических свойств погрешности в этом случае должно стать предметом дальнейших исследований.

Авторы выражают благодарность Ю. Г. Шкуратову за полезные замечания.

Литература

1. Ю. В. Корниенко, И. А. Дулова, Нгуен Суан Ань. Кинематика и физика небесных тел. 1994, **10**, №5, с. 69-76.
2. Ю. В. Корниенко, Нгуен Суан Ань. Радиофизика и электроника. Сб. научн. трудов. ИРЭ НАН Украины. 1996, №1, с. 129-133.
3. I. Diggelen. B.A.N. 1951, No. **11**, pp. 283-423.
4. В. Г. Парусимов, Ю. В. Корниенко. Астрометрия и астрофизика. 1973, №19, с. 20-24.
5. I. A. Dulova, Yu. V. Kornienko, Nguyen Xuan Anh, V. V. Pugach. The 30th Microsymposium on Comparative Planetology. Moscow, Vernadsky-Brown Microsymp. 30, Oct. 8-9, 1999, pp. 15-16.
6. М. Лоэв. Теория вероятностей. Москва, ИЛ. 1962, 719 с.

Random Error of Surface Relief Reconstruction by Radio Brightness

I. A. Dulova, Yu. V. Kornienko

Previously a method has been developed for the reconstruction of the surface relief by its radio brightness obtained by location from various directions. In the present paper the statistical properties of a random error of the relief reconstruction are studied. The expressions for the spectral density of the altitude and slope errors are obtained, and it is shown that for a smooth relief there exists the autocorrelation function of the altitude error having the same rate of smoothness as that of the relief.