

К расчету пробойного электромагнитного поля в низкотемпературных СВЧ плазматронах

Ю. А. Царин

Радиоастрономический институт НАН Украины,
Украина, 61002, г. Харьков, ул. Краснознаменная, 4,
E-mail: tsarin@ira.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 26 апреля 2001 г., после переработки 26 ноября 2001 г.

Проведен расчет электромагнитного поля в оконечном узле СВЧ-плазматрона методом частичных областей. Обсуждены трудности применения этого метода для оценки максимального значения напряженности поля, связанные с особенностями поля на ребрах структуры узла. Проанализированы распределение поля в области этих особенностей и параметры геометрии узла, определяющие максимальное значение поля. Получена простая оценка максимального значения напряженности поля с учетом конечной величины радиуса закругления ребра и геометрии узла.

Проведено розрахунок електромагнітного поля в кінцевому вузлі НВЧ-плазматрона методом часткових областей. Обговорено труднощі застосування цього методу для оцінки максимального значення напруженості поля, пов'язані з особливостями поля на ребрах структури вузла. Проаналізовані розподіл поля в області цих особливостей та параметри геометрії вузла, які обумовлюють максимальне значення поля. Отримано просту оцінку максимального значення напруженості з урахуванням скінченної величини радіуса закруглення ребра та геометрії вузла.

Ионизация газа и генерация плазмы в СВЧ плазматронах определяется энергией высокочастотного электромагнитного поля [1, 2, 3]. Известно, что процесс ионизации начинается при следующем значении энергии, получаемой электроном от электромагнитного поля [2]:

$$\epsilon_{\max} = \frac{M}{2m} \frac{e^2 E^2}{m(v_m^2 + \omega^2)}.$$

Здесь E – напряженность электрического поля; e и m – заряд и масса электрона; M – масса ионного остатка; v_m и ω – частота соударений и частота СВЧ поля соответственно. При высоких давлениях $v_m \gg \omega$ и

$$\epsilon_{\max} = \frac{M}{2m} \frac{e^2 E^2}{m v_m^2} \sim \frac{E^2}{p^2}, \quad (1)$$

где p – давление газа. СВЧ пробой развивается, если ϵ_{\max} превышает характерную для данного газа энергию ионизации. Таким образом, для определения условий начала развития лавины в разрядной камере необходимо знать максимальное значение электрического поля.

Однако вычисление распределения поля и его максимального значения представляет собой довольно трудную задачу из-за сложной структуры камеры СВЧ плазматрона [4]. Предложенный в настоящей работе подход позволяет упростить процедуру вычисления поля и оценку его максимального значения.

Расчет поля

Рассмотрим схематический вид оконечного узла плазматрона (рис. 1). В простейшем случае он может быть представлен как сочленение коаксиального волновода 1 со сжигательной камерой 3 в виде цилиндрического волновода, диаметр которого больше диаметра внешнего проводника 2 коаксиала. Центральный проводник коаксиала обрывается на некотором расстоянии перед камерой 3. При расчете поля применяется стандартный метод частичных областей. Для упрощения вычислений, принимая во внимание, что обычно на практике рабочая частота является запредельной как для коаксиального волновода 1, так и для секции цилиндрического волновода 2, можно сделать первое основное предположение о том, что в области камеры 3 поле очень мало по сравнению с полем в регулярной части волновода 1. Таким образом, можно пренебречь влиянием камеры на распределение поля вблизи обрыва центрального проводника коаксиала и рассматривать только задачу электромагнитного сочленения коаксиального и цилиндрического волноводов.

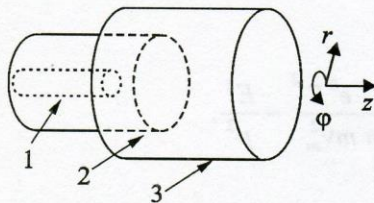


Рис. 1. Схематический вид оконечного узла плазматрона: 1 – коаксиальный волновод; 2 – цилиндрический волновод; 3 – сжигательная камера

Второе основное предположение следует из того факта, что распространяющаяся в коаксиале ТЕМ-волна является однородной по угловой координате ϕ . Математически это означает, что система уравнений для определения амплитуд зависящих от угла пространственных гармоник получится однородной

с нулевым тривиальным решением. Следовательно, все затухающие волны, возбуждающиеся вблизи сочленения волноводов, имеют ТМ-поляризацию и поля, не зависящие от угловой координаты.

Таким образом, электрическое поле в цилиндрическом волноводе может быть представлено в виде:

$$\mathbf{E} = \mathbf{r}_0 E_r + \mathbf{z}_0 E_z,$$

$$E_z = \sum_m E_{0m} J_0(\chi_m r) e^{-\Gamma_m z}, \quad z \geq 0,$$

$$E_r = -\sum_m E_{0m} \frac{\Gamma_m}{\chi_m} J_0'(\chi_m r) e^{-\Gamma_m z}, \quad R_2 \geq r \geq 0,$$

где χ_m – m -й корень уравнения $J_0(\chi_m R_2) = 0$; $\Gamma_m = \sqrt{\chi_m^2 - k^2}$, k – постоянная распространения в свободном пространстве; E_{0m} – амплитуды собственных волн цилиндрического волновода; R_2 и R_1 – радиусы наружного и внутреннего проводников коаксиала, соответственно. Здесь и далее верхним штрихом обозначены производные функций по аргументу. Плоскость $z = 0$ разделяет коаксиальный и цилиндрический волноводы, являясь границей между областями 1 и 2 (рис. 1).

Аналогично, поле в коаксиале равно:

$$E_z' = \sum_n E_{0n}' F_n(\xi_n r) e^{\Gamma_n' z}, \quad z \leq 0,$$

$$E_r' = \frac{U_0}{2\pi r} e^{-ikz} + \frac{U_0}{2\pi r} e^{ikz} - \sum_n E_{0n}' \frac{\Gamma_n'}{\xi_n} F_n'(\xi_n r) e^{\Gamma_n' z}, \quad R_2 \geq r \geq R_1.$$

Первое и второе слагаемые во втором уравнении представляют падающую и отраженную волны соответственно (их амплитуды равны, поскольку потерями мы пренебрегаем); $F_n(\xi r) = J_0(\xi r) + A_n Y_0(\xi r)$, ξ_n – n -й корень уравнения

$J_0(\xi_n R_1) Y_0(\xi_n R_2) - J_0(\xi_n R_2) Y_0(\xi_n R_1) = 0$,
 $A_n = -J_0(\xi_n R_1) / Y_0(\xi_n R_2)$; $\Gamma'_n = \sqrt{\xi_n^2 - k^2}$; E'_{0n} – амплитуды собственных волн коаксиала, вообще говоря, отличные от E_{0m} ; U_0 определяется СВЧ мощностью P , подводимой к волноводу:

$$P = \frac{U_0^2}{120 \ln(R_2/R_1) \sqrt{\mu/\epsilon}}, \quad (2)$$

где ϵ и μ – электрическая и магнитная проницаемости среды, которые в наших расчетах принимаются равными единице.

Азимутальная составляющая магнитного поля H_ϕ находится из уравнения Максвелла:

$$\mathbf{H} = \frac{i}{\omega \mu \mu_0} \text{rot } \mathbf{E},$$

и непрерывность ее в месте сочленения следует из непрерывной дифференцируемости электрического поля на границе раздела областей.

Подставив $z = 0$ в выражения для компонент электрического поля по обе стороны от границы раздела и приравняв их, затем домножив полученные выражения на $r J_0(\chi_m)$ и проинтегрировав по r от R_1 до R_2 , можно получить систему линейных уравнений для определения полей по обе стороны от границы раздела:

$$\begin{cases} -2\chi_m R_1 J_0(\chi_m R_1) \sum_{n=0}^N \frac{E'_{0n} \Gamma_n}{\xi_n^2 - \chi_m^2} F'_n(\xi_n R_1) = \\ = E_{0m} R_2^2 \Gamma_m J_1(\chi_m R_1) + \frac{2U_0}{\pi} J_0(\chi_m R_1), \\ 2\xi_n R_1 F'_n(\xi_n R_1) \sum_{m=0}^M \frac{E_{0m}}{\xi_n^2 - \chi_m^2} J_0(\chi_m R_1) = \\ = E'_{0n} [R_2^2 F_n'^2(\xi_n R_2) - R_1^2 F_n'^2(\xi_n R_1)]. \end{cases}$$

Ограничив M и N , эту систему можно решить методом Гаусса и таким образом определить наборы значений E_{0m} и E'_{0n} . На рис. 2 показана приближенная картина силовых линий

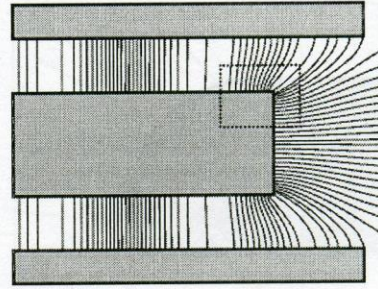


Рис. 2. Силовые линии электрического поля в оконечном узле плазматрона. Контуром выделена область вблизи ребра

поля для рассматриваемого соединения волноводов при $R_1 = 15$ мм и $R_2 = 31$ мм. Рабочая частота выбрана равной 2.5 ГГц, а количество принятых во внимание волн $M, N = 8$.

Оценка максимального значения напряженности электрического поля

Хотя изложенный стандартный подход позволяет отобразить картину силовых линий электрического поля, он не дает приемлемой оценки величины поля вблизи ребер проводников волновода. При расчете поля методом частичных областей принимается, что вблизи ребер поверхности имеют бесконечно малый радиус кривизны, что приводит к наличию сингулярностей на ребрах. Поэтому разложения полей в ряд имеют крайне плохую сходимость именно вблизи острых ребер. Таким образом, необходим иной подход к оценке поля в областях его максимальных значений.

С этой целью любое ребро может быть рассмотрено как часть цилиндра некоторого малого радиуса β . Кривизной образующей этого цилиндра можно в данном случае пренебречь ввиду того, что радиус кривизны $\beta \ll R_1$, R_1 – характерный масштаб изменения поля вдоль угловой координаты. Приблизительная картина силовых линий поля в области, выделенной прямоугольником со штриховой границей на рис. 2, изображена на рис. 3. Поскольку β много меньше длины волны, поле в окрестности ребра в каж-

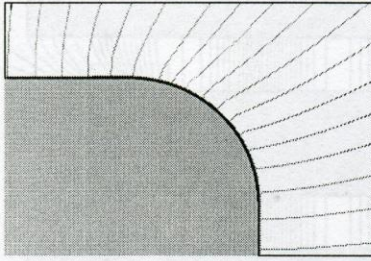


Рис. 3. Силовые линии электрического поля в области, отмеченной контуром на рис. 2

дый момент времени может рассматриваться как квазистационарное; ввиду вышесказанного может быть использован метод конформных отображений.

Отображение

$$w(\xi) = \xi + \frac{2R}{\pi} \left[\left(e^{\pi\xi/R} + 1 \right)^{1/2} - \ln \left(\left(e^{\pi\xi/R} + 1 \right)^{1/2} + 1 \right) \right] \quad (3)$$

переводит полосу $0 \leq \text{Im} \xi \leq R$ в область, изображенную на рис. 4 [5]. Это отображение переводит считаемый плоским узкий сектор цилиндрического волновода с разно-

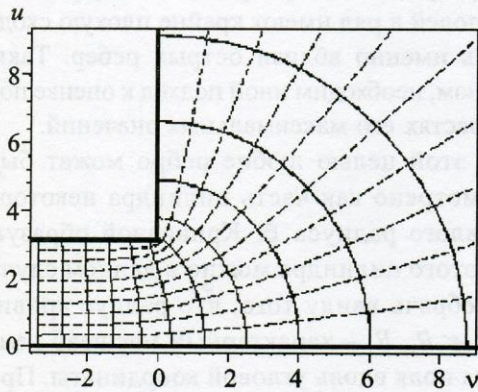


Рис. 4. Образ полосы $0 \leq \xi \leq R$ в окрестности ребра на плоскости $w = u + iv$. Непрерывные линии сетки соответствуют прямым $\text{Re} \xi = \text{const}$, штриховые – $\text{Im} \xi = \text{const}$

стью между радиусами внутреннего и внешнего проводников $R = R_2 - R_1$ в узкий сектор рассматриваемого сочленения. Точка $\xi_0 \equiv iR$ отображается в точку $w_0 = iR$. Рассмотрим малую окрестность этой точки: $\xi = \xi_0 + \alpha$, $\alpha \ll R$.

$$w(i\pi + \alpha) \approx iR + \left(\frac{\pi}{R} \right)^{1/2} \alpha^{3/2} = iR + \beta,$$

где $\alpha = \left(\frac{R\beta^2}{\pi} \right)^{1/3}$. Модуль производной в окрестности точки ξ_0 ,

$$\frac{d\xi}{dw} = \frac{\left(e^{\pi\xi/R} + 1 \right)^{1/2} + 1}{e^{\pi\xi/R} + 1 + \left(e^{\pi\xi/R} + 1 \right)^{1/2}},$$

описывает поле в окрестности w_0 . Подставляя $\xi = iR + \alpha$ и $\alpha = \left(\frac{R\beta^2}{\pi} \right)^{1/3}$, имеем

$$\left. \frac{d\xi}{dw} \right|_{\xi=iR+\alpha} \approx \left(\frac{\pi\alpha}{R} \right)^{-1/2} = \left(\frac{\pi\beta}{R} \right)^{-1/3}.$$

Учитывая, что электрическое поле вдали от ребра

$$E_r = \frac{U_0}{\pi R_1},$$

можно получить оценку поля вблизи ребра:

$$E_e = \frac{U_0}{\pi R_1} \left(\frac{\pi\beta}{R_2 - R_1} \right)^{-1/3}, \quad (4)$$

где β – радиус закругления ребра.

Таким образом, найдена простая формула для оценки максимального значения поля

у закругленного края ребра центрального проводника в приближении малого радиуса закругления, позволяющая оценить максимальную величину поля в камере СВЧ плазматрона и определить условия, при которых начинается СВЧ разряд.

Автор благодарит профессора Ваврива Д. М. за плодотворное обсуждение работы.

Работа была частично поддержана ЕС Контрактом ERBIC 15 СТ 960816.

Литература

1. M. R. Booty, J. K. Bechtold and G. A. Kriegsmann. *Combust. Theory Modelling*. 1998, **2**, pp. 57-80.
2. Ю. П. Райзер. *Физика газового разряда*. Москва, Наука, 1987, 592 с.
3. M. Baeva et al. *Plasma Sources Sci. Technol.* 1999, **8**, pp. 404-411.
4. A. M. Billis, K. Garloff and E. Voges. *Plasma Sources Sci. Technol.* 1999, **8**, pp. 325-331.
5. М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. *Методы теории функций комплексного переменного*. Москва, Наука, 1987, 612 с.

On Calculation of Breakdown Electromagnetic Field in Low-Temperature Microwave Plasmatron

Yu. A. Tsarin

A calculation of the electromagnetic field in the extremity-unit of the low-temperature microwave plasma generator is performed using the partial domain method. The drawbacks of this method while estimating the maximum field are discussed. They are connected with the field singularities at the edges of the structure. The field in the vicinity of these singularities as well as the geometry determining the maximum value are discussed. The simple estimate of the maximum field is obtained taking into account the finiteness of the edge curvature radii and the unit geometry.