УДК 537.872; 523.985

О коэффициенте циклотронного поглощения электромагнитных волн тепловыми электронами

В. Я. Капитанов, В. А. Ковалев

Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн Российской академии наук, Россия, 142190, Московская обл., г. Троицк

E-mail:vkovalev@izmiran.troitsk.ru

Статья поступила в редакцию 2 июля 2001 г.

Получена общая формула для коэффициента циклотронного поглощения электромагнитных волн тепловыми нерелятивистскими электронами равновесной плазмы в магнитном поле на гармониках гирочастоты $s \ge 2$. Использован метод непосредственного расчета с учетом полного выражения для мощности излучения отдельного электрона. В асимптотическом приближении низких номеров гармоник ("жесткое" условие) выражение переходит в известную формулу Железнякова, отличие от которой в широком диапазоне s ("мягкое" условие) учитывается экспоненциальным фактором. Формула может быть использована для расчета излучения вспышечной плазмы солнечной и звездных корон.

Одержано загальну формулу для коефіцієнта циклотронного поглинання електромагнітних хвиль тепловими нерелятивістськими електронами рівноважної плазми в магнітному полі на гармоніках гірочастоти $s \ge 2$. Використано метод безпосереднього розрахунку з урахуванням повного виразу для потужності випромінювання окремого електрона. У асимптотичному наближенні низьких номерів гармонік ("жорстка" умова) вираз переходить у відому формулу Железнякова, відмінність від якої у широкому діапазоні s ("м'яка" умова) враховується експоненціальним фактором. Формула може бути використана для розрахунку випромінювання, що виникає при спалахах плазми сонячної та зоряних корон.

1. Роль циклотронного механизма излучения нерелятивистских ($\beta_T \ll 1$, β_T – отношение тепловой скорости к скорости света) электронов в астрофизике хорошо известна [1-6]. Для получения коэффициента резонансного поглощения электромагнитных волн равновесной плазмой вычисляют мощность излучения. В [1] использовано упрощенное выражение для мощности излучения электрона, в котором удержаны лишь первые члены разложения функции Бесселя в ряд по малому аргументу $\sim \beta_T$. Применение полученной формулы дипольного приближения сыграло решающую роль в построении теории медленно меняющейся компоненты радиоизлучения солнечных пятен ($\beta_T \sim 0.01$). Однако ее использование для расчета циклотронного излучения плазмы с более высокими значениями β_T (например, в случае солнечных вспышек $\beta_T \sim 0.1$) ограничено слишком низкими номерами гармоник гирочастоты электронов $s \ll \beta_T^{-1}$. Для учета вклада высоких гармоник дополнительно привлекают другие приближения (см., например, [7]). Часто используется асимптотическая формула, полученная в [8], которая справедлива при $s > 10$. Расчеты более последовательным, но также и более громоздким способом – на основе тензора диэлектрической проницаемости – проведены в [9], где представлены численные результаты.

В настоящей работе показано, что до сих пор не были полностью реализованы возможности расчета циклотронного излучения первым способом. Используя общую формулу для мощности излучения электрона, мы получили выражение для коэффициента поглощения, справедливое при $s \geq 2$. В асимптотическом приближении оно переходит в известную формулу Железнякова [1], отличие от которой в широком диапазоне $s \ll s_{*j}^2$, где $s_{*j} = \left(\beta_T n_j \sin\alpha\right)^{-1}$, α – угол между волновым вектором и магнитным полем, n_j – коэффициент преломления, j – тип волны, учитывается простым экспоненциальным фактором $\exp\left(-s^2/s_{*j}^2\right)$. Полученная нами формула может быть использована для расчета излучения вспышечной плазмы солнечной и звездных корон.

2. Коэффициент циклотронного поглощения μ_j электромагнитных волн тепловыми нерелятивистскими электронами в приближении холодной равновесной плазмы может быть представлен в виде [1, 3]:

$$\mu_j = \sum_s \mu_{js}, \qquad (1)$$

$$\mu_{js} \approx \sqrt{2\pi}\frac{\omega_p^2}{\omega}\frac{T_j^2\cos\theta_j}{c\beta_T n_j^2\,|\cos\alpha|}\exp\left(-Z_{js}^2\right)Q_{j,s}, \quad \alpha \neq \frac{\pi}{2}, \qquad (2)$$

$$Q_{j,s} = 2\int_0^\infty \left\{J_s'(b_j x) + \frac{sg_j}{bx}J_s(b_j x)\right\}^2 \exp(-x^2)x^3\mathrm{d}x. \qquad (3)$$

Здесь

$$b_j = \sqrt{2}s\beta_T n_j \sin\alpha = \sqrt{2}\frac{s}{s_{*j}}, \qquad x = \frac{p_\perp}{(2m_e kT_e)^{1/2}},$$

$$\omega_P^2 = \frac{4\pi N_0 e^2}{m_e \omega^2}, \qquad \beta_T = \left(\frac{kT_e}{m_e c^2}\right)^{1/2},$$

$$Z_{js} = \frac{\omega - s\omega_B}{\sqrt{2}\omega\beta_T n_j\cos\alpha}.$$

Все обозначения, кроме $Q_{j,s}$, b_j и s_{*j}, – стандартные [1, 3]; θ_j – угол между фазовой и групповой скоростью. Величины g_j, T_j, связанные с коэффициентами поляризации излучения, определены в [3] формулами (5.37), (10.36).

До сих пор при интегрировании в (3) удерживались лишь первые члены разложения функции Бесселя и ее производной в ряд по $y = b_j x \ll 1$ [1]. Получим точное выражение для $Q_{j,s}$. Подставляя в (2) соотношение

$$J_s'(y) = \frac{s}{y}J_s(y) - J_{s+1}(y),$$

имеем:

$$Q_{j,s} = (1+g_j)^2 s_{*j}^2 A_{s,s}^{1,j} 2\sqrt{2}(1+g_j)s_{*j}A_{s,s+1}^{2,j} + 2A_{s+1,s+1}^{3,j}, \qquad (4)$$

$$A_{\alpha,\beta}^{\gamma,j} = \int_0^\infty J_\alpha(b_j x)J_\beta(b_j x)\exp(-x^2)x^\gamma \mathrm{d}x.$$

Используя интеграл Вебера [10]

$$\int_0^\infty \exp(-\sigma x^2)J_s(ax)J_s(bx)\mathrm{d}x =$$

$$= \frac{1}{2\sigma}\exp\left(-\frac{a^2+b^2}{4\sigma}\right)I_s\left(\frac{ab}{2\sigma}\right), \qquad s > -1,$$

где $I_n()$ – модифицированная функция Бесселя,

$$I_{s+1}'(y) = I_s(y) - \frac{s+1}{y}I_{s+1}(y),$$

получим искомое выражение:

$$Q_{j,s} = \frac{(1+g_j)^2}{2}s_{*j}^2\Lambda_{j,s} - s\left[(1+g_j)\Lambda_{j,s} - g_j\Lambda_{j,s+1}\right] + \frac{s^2}{s_{*j}^2}(\Lambda_{j,s} - \Lambda_{j,s+1}), \qquad (5)$$

$$\Lambda_{j,s} = I_s\left(\frac{s^2}{s_{*j}^2}\right)\exp\left(\frac{s^2}{s_{*j}^2}\right).$$

Для практических вычислений достаточно иметь асимптотики выражения (5). В задаче имеются два малых параметра: s/s_{*j}^2 и s^2/s_{*j}^2. Получим разложения для $s \neq 1$. Разлагая (5) по малому параметру $s/s_{*j}^2 \ll 1$ ("мягкое" условие), получим:

$$Q_{j,s} \approx \frac{(1+g_j)^2}{2} s_{*j}^2 \Lambda_{j,s}. \qquad (6)$$

Используя асимптотическое разложение $I_s(sz)$ при больших s [10]:

$$I_s \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi s}} \frac{e^{s\eta}}{(1+z^2)^{1/4}},$$

$$\eta = \sqrt{1+z^2} + \ln\frac{z}{1+\sqrt{1+z^2}},$$

и формулу Стирлинга

$$s! \approx \left(\frac{s}{e}\right)^s \sqrt{2\pi s},$$

представим (6) в виде:

$$Q_{j,s} \approx \frac{(1+g_j)^2 s_{*j}^2}{2^{s+1} s!}\left(\frac{s}{s_{*j}}\right)^{2s} \exp\left(-\frac{s^2}{s_{*j}^2}\right), \qquad (7)$$

$$2 \le s \ll s_{*j}^2.$$

"Жесткое" условие $s^2/s_{*j}^2 \ll 1$ соответствует $\exp\left(-s^2/s_{*j}^2\right) \to 1$. Подставляя (7) в (2), найдем вклад отдельных гармоник в коэффициент поглощения в случае "мягкого" условия $2 \le s \ll s_{*j}^2$:

$$\mu_{js} \cong B_{js} \frac{s^{2s}}{2^s s!} \frac{\omega}{c} \beta_T^{\ 2s-3} \exp\left(-Z_{js}^2\right), \qquad (8)$$

$$B_{js} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\, \upsilon \left[n_j^{2s-4} T_j^2 (1+g_j)^2 \cos\vartheta_j \right]_{\omega = s\omega_B} \times$$

$$\times \frac{\sin^{2s-2}\alpha}{|\cos\alpha|} \exp\left(\frac{s^2}{s_{*j}^2}\right), \qquad \upsilon = \frac{\omega_P^2}{\omega^2}. \qquad (9)$$

В случае $2 \le s^2 \ll s_{*j}^2$ ("жесткое" условие) выражение (8), с учетом (9), преобразуется в известную формулу Железнякова [1]. Согласно [2], при $s < 1/\left(\sqrt{2}\beta_T \cos\alpha\right)$ гармоники изолированы. На частотах, соответствующих $s > 1/\left(\sqrt{2}\beta_T\right)$, гармоники перекрываются, что легко учитывается при суммировании (1) в численном расчете [11].

3. Оценим эффективность циклотронного механизма излучения в условиях солнечных вспышек. Согласно спутниковым данным наблюдений в рентгеновском диапазоне во вспышках имеются высокотемпературные структуры с $T \sim 60$ МК, $N_0 \approx 10^{11}$ см$^{-3}$ [12]. Соответствующее значение $\beta_T = 0.08$. Вклад такой плазмы в радиоизлучение на циклотронных гармониках необходимо сравнить с конкурирующим тормозным поглощением благодаря кулоновским соударениям электронов с ионами плазмы [3]:

$$\mu_{ff} \approx \upsilon \frac{\nu_{ei}}{c}, \qquad \nu_{ei} = \frac{5.5 N_0 L}{T^{3/2}}, \qquad (10)$$

где ν_{ei} – частота столкновения электронов с ионами, L – кулоновский логарифм. Тормозное излучение со сравнительно медленно спадающим по частоте спектром ($\sim \omega^{-2}$) может быть более эффективным на высоких частотах. Согласно (9), (10), полагая $n_j \sim 1$, $\alpha \sim 1$, $\upsilon \sim 1$, имеем:

$$\frac{\mu_s}{\mu_{ff}} \approx \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{\nu_{ei}} \frac{s^{2s}}{2^s s!} \beta_T^{\ 2s-3} \exp\left(-\frac{s^2}{s_{*j}^2}\right),$$

что составляет ~ 700 при $f = \omega/2\pi = 20$ ГГц, $s = 8$, $s_{*j} = 15$. Циклотронный механизм излучения остается преобладающим, необходимость учета циклотронных гармоник с номерами $s \sim 10$ очевидна. В нашем случае аргумент функций Бесселя $s\beta_T = 8 \cdot 0.08 = 0.64$ и расчет нужно проводить по формулам (8), (9) с корректирующим экспоненциальным множителем, составляющим ~ 0.7.

4. Остановимся на известном парадоксе, обсуждаемом в [1] и связанном с "исчезновением" поглощения и, соответственно, излучения на основной гармонике $s = 1$, поскольку параметр $(1 + g_j)_{\omega=\omega_B}$ в плазме обращается в нуль (см. асимптотическую формулу (7)). Оказывается, этот парадокс возникает из-за использования упрощенных выражений для мощности излучения электрона. Нетрудно показать, что из общей формулы (5) следует:

$$Q_1 \sim \frac{5}{8} s_{*j}^{-4}.$$

Проблема устраняется естественным образом.

5. Таким образом, в настоящей работе получено выражение для коэффициента циклотронного поглощения тепловых нерелятивистских электронов (приближение холодной плазмы) на гармониках гирочастоты $s \geq 2$. Для практического использования важное значение имеет асимптотическое приближение полученной формулы (при "мягком" условии), отличающееся от известной формулы Железнякова [1] наличием экспоненциального множителя. При "жестком" условии из нашей формулы следует, как частный случай, формула Железнякова. Выражение, полученное в нашей работе, может быть использовано (и успешно используется) для расчета радиоизлучения вспышечной плазмы солнечной и звездных корон.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект N 99-02-16076) и федеральной программы "Астрономия".

Литература

1. В. В. Железняков. Радиоизлучение Солнца и планет. Москва, Наука, 1964, 560 с.
2. M. R. Kundu. Solar Radio Astronomy. New York, London, Intersience Publishers, 1965, 660 p.
3. В. В. Железняков. Электромагнитные волны в космической плазме. Москва, Наука, 1977, 432 с.
4. В. В. Железняков. Излучение в астрофизической плазме. Москва, Янус-К, 1997, 528 с.
5. D. B. Melrose. Plasma Astrophysics. Nonthermal Processes in Diffuse Magnetized Plasmas. New York, Gordon and Breach Science, 1980, 269 p.
6. А. Крюгер. Солнечная радиоастрономия и радиофизика. Москва, Мир, 1984, 469 с.
7. Yu. N. Gnedin, R. A. Sunyaev. Astron. Astrophys. 1973, **25**, pp. 233-239.
8. G. A. Dulk. Marsh. Astrophys. J. 1982, **259**, pp. 350-358.
9. G. G. Pavlov, I. G. Mitrofanov, Yu. A. Shibanov. Astrophys. and Space Sci. 1980, **73**, pp. 63-81.
10. Ю. Люк. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. Москва, Наука, 1980, с. 291-313.
11. В. А. Ковалев. Известия Крымск. астрофиз. обс. 1999, **95**, с. 43-54.
12. В. А. Ковалев, Г. П. Чернов, И. Ханаока. Письма в АЖ. 2001, **27**, 4, с. 1-11

On Cyclotron Absorption Coefficient of Electromagnetic Waves by Thermal Electrons

V. Ya. Kapitanov, V. A. Kovalev

The general formula of absorption coefficient of electromagnetic waves by thermal nonrelativistic electrons of equilibrium plasma in magnetic field is obtained for harmonics numbers s ≥ 2. The direct calculation method founded on general expression for electron emission power is used. In the asymptotic approximation for small harmonics number (a "hard" condition) an expression turns into the well known Zhelezniakov's formula; distinction from the latter for a wide range of harmonics number (a "weak" condition) is taken into account by an exponential factor. The formula obtained can be used for calculation of radio emission from flaring plasma of solar and stellar coronas.