

Оптимизация статистической идентификации параметров математических моделей симплексным методом

Ю. В. Митихин

*Черкасский инженерно-технологический институт,
Украина, 18006, г. Черкассы, бульв. Шевченко, 460,
e-mail: mit@chiti.uch.net*

Статья поступила в редакцию 12 июля 2001 г.

На примере статистической идентификации параметров математической модели флуктуирующих сигналов в ионосферных каналах рассмотрены общие принципы построения оптимизирующих систем для идентификации параметров различных математических моделей последовательным симплексным методом. Получены алгоритмы определения параметров математической модели декаметровых радиосигналов по амплитудным измерениям, адекватность которых проверена на экспериментальной трассе Горький-Мурманск.

На прикладі статистичної ідентифікації параметрів математичної моделі флуктуюючих сигналів в іоносферних каналах розглянуто загальні принципи побудови оптимізуючих систем для ідентифікації параметрів різних математичних моделей послідовним симплексним методом. Отримано алгоритми визначення параметрів математичної моделі декаметрових радіосигналів за амплітудними вимірами, адекватність яких перевірена на експериментальній трасі Горький-Мурманськ.

Введение

Методы идентификации параметров имитационных моделей были разработаны давно и широко используются в различных областях науки и техники. Одним из таких методов является непараметрический последовательный симплексный метод (ПСМ), представляющий собой одно из направлений математической теории планирования эксперимента и оптимизации решений [1-5].

Вычисление параметров различных математических моделей по непосредственным измерениям (например, поля сигнала или его квадратурных компонент) требует значительных материальных затрат и большого количества машинного времени. Для сокращения таких затрат можно использовать ПСМ, который в отличие от других методов идентифи-

кации позволяет полностью автоматизировать процесс вычислений с помощью ЭВМ [6, 7].

Постановка задачи

В экспериментальных исследованиях характеристик радиосигналов чаще всего измеряется не само поле или его квадратура, а амплитуда сигнала. В этой связи представляется целесообразным разработать математический аппарат, позволяющий определять параметры модели сигнала непосредственно из амплитудных измерений.

Рассмотрим задачу оптимизации процесса идентификации параметров различных математических моделей на примере модели ионосферного сигнала, полученной в работе [8]. Такая задача включает разработку ряда формализованных процедур ПСМ: подготовку дан-

ных, анализ состояния, перемещение симплекса, принятие решения.

Статистическая идентификация ионосферного сигнала сводится к определению значений вектора параметров его математической модели \vec{p} по известным значениям вектора экспериментальных статистик \vec{s} физически измеряемых характеристик сигнала (амплитуды, фазы и т. п.). Для решения такой задачи необходимо использовать уравнение связи между парой указанных векторов

$$\vec{s} = f(\vec{p}). \quad (1)$$

Однако аналитически вид зависимости (1) установить не удастся вследствие существенных трудностей описания многофакторных систем. Поэтому единственным путем установления вида этой зависимости является использование численных результатов имитационного моделирования сигнала на основе алгоритмов, описанных в [8]. И задача идентификации параметров модели в этом случае состоит в том, чтобы, управляя параметрами модели \vec{p} , получить такие значения модельных амплитуд сигнала, статистические характеристики которых отвечали бы экспериментальным данным с некоторой заданной точностью.

Оценим параметры математической модели сигнала по амплитудным измерениям на трассе Горький-Мурманск. Для этого на этапе подготовки данных определим начальные условия численного эксперимента, а именно: параметр оптимизации, основные факторы, область существования факторов, основной уровень и интервал варьирования факторов, план эксперимента.

Параметр оптимизации

Выбор параметра оптимизации (функции отклика) является наиболее ответственным моментом и осуществляется обычно исходя из основной цели численного эксперимента. В общем случае таких параметров может быть много, поэтому желательно, чтобы каждый

параметр выражался одним числом и имел конкретный физический смысл.

Поскольку изучаемые нами флуктуационные процессы имеют статистическую природу, количественное описание таких процессов целесообразно производить, оперируя средними значениями величин. В качестве частных параметров оптимизации (δ_i) можно выбрать отклонения средних значений и дисперсий амплитуды и фазы модельного сигнала от аналогичных характеристик, полученных экспериментально.

По частным значениям параметров оптимизации определяется обобщенный параметр P_0 , который представляет собой относительную погрешность моделирования амплитуды и фазы сигнала:

$$P_0 = \sqrt{\sum_i^n \delta_i^2} = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \delta_4^2}, \quad (2)$$

где $\delta_1 = |A_{0_m} - A_{0_3}|/A_{0_3}$ – относительная разность средних значений амплитуд, $\delta_2 = |\sigma_{A_m} - \sigma_{A_3}|/\sigma_{A_3}$ – относительная разность среднеквадратических значений амплитуд, $\delta_3 = |\Phi_{0_m} - \Phi_{0_3}|/\Phi_{0_3}$ – относительная разность регулярных фаз, $\delta_4 = |\sigma_{\Phi_m} - \sigma_{\Phi_3}|/\sigma_{\Phi_3}$ – относительная разность среднеквадратических значений регулярных фаз.

Тогда мерой расхождения модельных и экспериментальных статистик на каждом шаге итераций является разность между вычисляемым значением обобщенного параметра оптимизации и допустимой погрешностью моделирования: $\Delta = P_0 - DP$. Если принять, например, допустимую погрешность моделирования порядка 5 %, то при достижении этой точности система остановит дальнейшие вычисления и выдаст на печать параметры моделирования. При тестировании программы идентификации в качестве параметра оптимизации можно взять коэффициент вариации амплитуды для релейского процесса ($V_A = 0.52$).

Выбор факторов

Теория планирования эксперимента рекомендует включать в рассмотрение все существенные факторы, влияющие на изучаемый

процесс. Будем считать, что содержательный анализ модели сигнала $\vec{p} = (B, K, \gamma, \varphi_0, \tau_0)$ произведен, и нам известны наиболее существенные ее параметры, имеющие определенный физический смысл [8]:

B – параметр когерентности сигнала;

K – параметр соотношения дисперсий квадратурных компонент сигнала;

γ – угол поворота эллипса рассеивания флуктуационной составляющей сигнала;

φ_0 – фаза (угол) регулярной составляющей сигнала;

τ_0 – радиус временной корреляции квадратурных компонент x и y , для которых автокорреляционную функцию (АКФ) можно представить в виде: $\rho_{x,y} = e^{-0.5\tau}$, где τ – шаг временной корреляции.

Область существования факторов (параметров)

Оценить область существования параметров модели можно по данным непосредственных измерений сигнала либо из других источников.

Диапазон изменения параметра когерентности B , имеющего смысл энергетического соотношения регулярной и рассеянной составляющих сигнала, определяется неоднородной структурой области отражения ионосферы. Теоретически значение этого параметра может изменяться от 0 до ∞ . Но на практике, по данным работы [9], интервал изменения параметра B находится в пределах $0 \div 4$ для вертикального зондирования (ВЗ) при наиболее вероятных значениях $1 \div 2.5$. Эти данные позволяют сделать вывод о том, что интервал изменения параметра B на радиотрассах наклонного зондирования не будет шире, чем при ВЗ, поскольку путь распространения сигнала в неоднородной среде увеличивается и доля рассеянной энергии возрастает.

О диапазоне изменения параметра K достоверных сведений в литературе не имеется. В существующих моделях исходят, как правило, из предположения о равномерности распределения фазы случайной составляющей сигнала в пределах $0 \div 2\pi$, что соответствует

минимальному значению параметра K , равному единице. Предположение о нарушении такой равномерности приводит к образованию эллипса рассеивания случайной составляющей и его вытягиванию вдоль одной из координатных осей (OY).

Теоретически максимальное значение параметра K может быть любым числом, больше единицы. Однако для определенности мы ограничим степень эллиптичности случайной составляющей, приняв максимальное значение параметра $K = 5$. Таким образом, область определения K примем равной $1 \div 5$. Правильность этого выбора была подтверждена проведенными исследованиями.

Для диапазона изменения параметров γ и φ_0 в общем случае нет ограничений. Теоретически они могут изменяться в интервале $0 \div 2\pi$. При этом можно отметить, что угол поворота γ связан с неоднородной структурой ионосферы в области отражения, в то время как угол поворота регулярной составляющей определяется набегом фазы, характерным для данной частоты и траектории распространения сигнала. Принципиальными условиями ограничения диапазонов изменения этих параметров могут быть два обстоятельства: во-первых, эти параметры являются аргументами гармонических функций (\sin или \cos), во-вторых, в модели учитывается одновременно сумма этих углов: $\theta = \gamma + \varphi_0$. Следовательно, для однозначного определения указанных параметров всегда требуется иметь сумму углов, не превышающую 180° , т. е. параметры γ и φ_0 изменяются в диапазоне от $-\pi/2$ до $\pi/2$.

Область определения нормированного радиуса временной корреляции τ_0 заключена в пределах $0 \div 1$. Оценим также область определения шага временной корреляции $\tau_{x,y}$ квадратурных компонент x и y моделируемого сигнала. Принимая во внимание, что верхний предел нормированного интервала временной корреляции равен 1, можно записать: $\tau_0 = k\tau_{x,y} = 1$, где $k = 1, 2, 3, \dots, n$ – номер дискретных отсчетов на интервале временной корреляции.

Для определенности зададим количество отсчетов на интервале временной корреляции $k = 20$. В проведенном эксперименте это со-

ответствовало частоте квантования сигнала $f = 20$ Гц. Тогда область определения τ в относительных единицах будет равна: $\tau = 1 \div 1/k = 1 \div 0.05$.

Основной уровень и интервал варьирования параметров

На выбор основного (нулевого) уровня, относительно которого происходит варьирование параметров (факторов) модели в начальной стадии вычислительного эксперимента, как правило, влияют сведения о других подобных экспериментах. Если таких данных в распоряжении нет, приходится полагаться на собственную интуицию и опыт.

Обычно принимают одно из двух решений: выбирают либо центр области определения факторов, либо случайную точку в этой области. Для примера выберем за основной уровень следующие значения факторов: $B = 2$, $K = 2$, $\gamma = 0^\circ$, $\varphi_0 = 0^\circ$, $\tau = 0.08$.

Если при выборе основного уровня варьирования факторов допускается свобода решения, то выбор интервалов варьирования – наиболее ответственная задача. При этом следует учитывать точность фиксирования факторов, информацию о кривизне поверхности отклика и диапазоне изменения параметра оптимизации.

При постановке имитационного эксперимента точность фиксирования факторов определяется возможностями ЭВМ, и ее можно считать высокой. Диапазон изменения параметра оптимизации $(0 \div 1)$ тоже достаточно узкий. В зависимости от приведенных рекомендаций выбора факторов разумно признать наличие нелинейной поверхности отклика модельных статистик, функционально связанных с параметрами математической модели сигнала $\vec{m} = f(B, K, \gamma, \varphi_0, \tau_0)$.

Для выбора интервалов варьирования обратимся к блок-схеме формализованного принятия решения при высокой точности фиксирования факторов [7] (рис. 1). В данной зада-

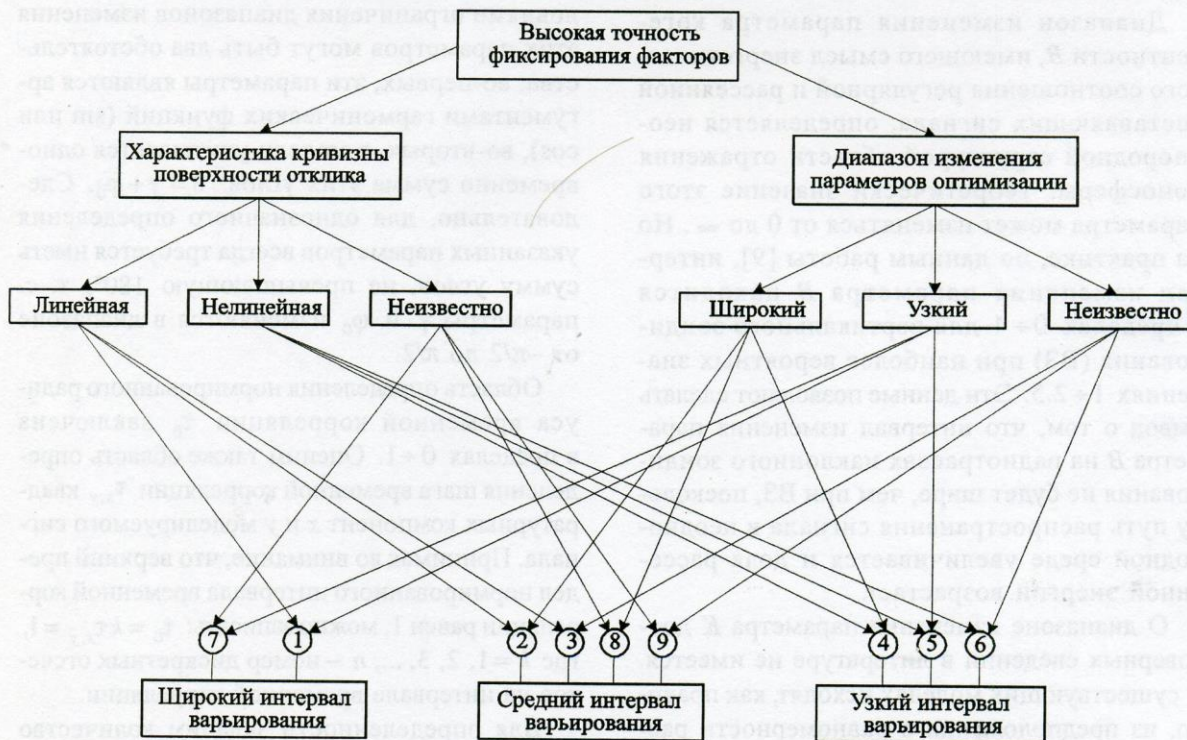


Рис. 1. Схема принятия решений при высокой точности фиксирования факторов

че выбранные признаки для факторов $B, K, \gamma, \varphi_0, \tau_0$ соответствуют ситуации 5, и принимается решение: *узкий интервал варьирования*.

Примем за узкий – интервал не более 10 %, средний – не более 30 % и широкий – не более 50 % от области определения факторов. В соответствии с рассмотренными рекомендациями начальные условия первой серии опытов приведены в табл. 1.

Таблица 1. Начальные условия опытов

Уровни	Факторы				
	B	K	γ	φ_0	τ
основной	2	2	0	0	0.08
интервал варьирования	0.2	0.3	5	10	0.01
верхний	2.2	2.3	+5	+10	0.09
нижний	1.8	1.7	-5	-10	0.07

Реализация оптимизирующей системы идентификации параметров модели симплексным методом

Возможность быстрого решения задачи идентификации параметров модели, адекватной экспериментальным данным, связана с выбором оптимального плана эксперимента, задающего координаты точек факторного пространства, в которых ставятся опыты, и количество опытов в выбранных точках.

Использование методов полного факторного эксперимента (ПФЭ) предполагает постановку определенного (оптимального) количества опытов по схеме $N = 2^k$ с целью получения линейного уравнения поверхности отклика в виде полинома, по анализу коэффициентов которого принимается обоснованное решение о движении по градиенту в область оптимума. Определение оптимума на поверхности отклика таким способом является неформализованной процедурой, что затрудняет

использование ЭВМ в вычислительных операциях, на определенных этапах которых требуется принимать решение о направлении движения по градиенту в область оптимума.

ПСМ лишь последовательно определяет направление движения к оптимуму без вычисления эффектов и систематической проверки статистических гипотез. Для определения направления движения к оптимуму данный метод позволяет ограничиться лишь $k + 1$ опытами при k -факторной модели. Но поскольку заранее неизвестно предпочтительное направление, опыты нужно располагать таким образом, чтобы обеспечить равнозначность всех направлений. В этом случае для задания области экспериментирования можно использовать геометрические фигуры, отличные от квадрата, куба или гиперкуба, применяемые в планах ПФЭ. В симплексном планировании размещение опытов осуществляется в вершинах регулярного (правильного) симплекса.

Реализация оптимизирующей процедуры поиска параметров модели, блок-схема которой приведена на рис. 2, включает в себя несколько этапов, среди которых выделим два основных: выбор плана эксперимента и перемещение симплекса.

Выбор плана эксперимента. Для выбора плана постановки опытов при поиске оптимальных значений параметров модели (области оптимума) можно воспользоваться геометрической фигурой, так называемым *симплексом*, вершины которого и определяют координаты точек проведения опытов. Симплекс – это такая геометрическая фигура, которая образуется минимальным числом точек, лежащих в пространстве данной размерности и не принадлежащих целиком пространству меньшей размерности.

При экспериментировании по симплексным планам происходит сравнение результатов моделирования в вершинах симплекса, которое показывает, от какой вершины следует отказаться из-за наибольшей ошибки моделирования в этой вершине. Таким образом, замена операции вычисления эффектов на операцию сравнения вершин существенно упрощает процедуру оптимизации и делает ее доступной для реализации на ЭВМ.

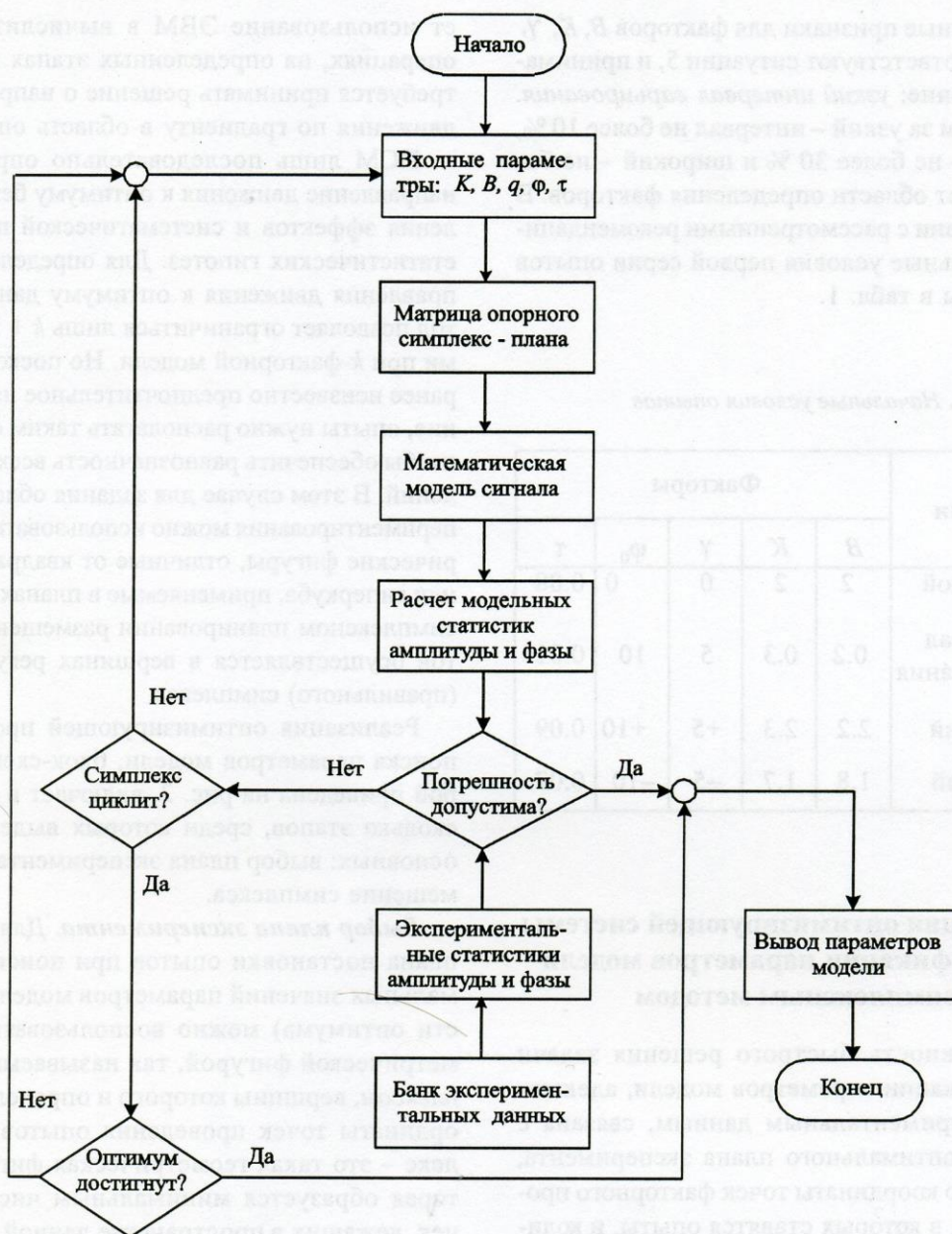


Рис. 2. Блок-схема статистической идентификации параметров математической модели сигнала

Планы экспериментов, построенные на основе симплексов, обладают наименьшим числом точек, что существенно уменьшает количество самих опытов. Например, для двухфакторной модели достаточно проделать три опыта в точках, которые образуют правильный треугольник. Для трехфакторной модели

получим тетраэдр и т. д. Общее же число опытов, позволяющее определить первичное направление движения в область оптимума, равно $k + 1$.

Существует большое количество симплексных планов, которые подразделяются на две большие разновидности: центрированные

и вписанные планы. Заметим, что планом здесь называется прямоугольная матрица, элементами которой являются кодированные значения факторов.

В качестве опорного плана эксперимента нами была выбрана матрица центрированного k -симплекса, вписанного в сферу единичного радиуса [10]. Матрица такого симплекса обладает всеми основными свойствами оптимизации: симметричностью относительно центра плана эксперимента, ортогональностью, когда сумма почленных произведений любых двух столбцов матрицы равна нулю, и рототабельностью, когда точность предсказания параметра оптимизации одинакова на равных расстояниях от центра плана и не зависит от направления движения в область оптимума –

$$D = \begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 & \dots & -a_k \\ +a_1 & -a_2 & -a_3 & \dots & -a_k \\ 0 & +2a_2 & -a_3 & \dots & -a_k \\ 0 & 0 & +3a_3 & \dots & -a_k \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & +ka_k \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где элементы матрицы $a_i = \sqrt{\frac{k+1}{ik(i+1)}}$, $i \leq k$, k – число факторов.

Матрица коэффициентов опорного плана реализации опытов для пяти независимых параметров модели приведена в табл. 2. Для перехода от кодированных переменных x_j к натуральным X_j можно воспользоваться преобразованием $X_j = X_{j0} + \Delta X_j x_j$, где X_{j0} – основной уровень j -й переменной.

Согласно блок-схеме программы идентификации параметры модели, выбранные по матрице планирования, подставляются в соответствующие модули математической модели, где рассчитываются модельные статистики. Полученные статистики сравниваются в блоке сравнения с экспериментальными данными, и определяется погрешность моделирования PM . Если эта погрешность допустима ($PM \leq DP$), то результат достигнут и параметры модели выдаются на выход системы.

Если это не так, то симплекс-процедура автоматически изменяет план эксперимента, по которому определяется новая комбинация параметров модели, и цикл расчетов и сравнения повторяется до тех пор, пока не будет достигнут оптимум, т. е. $PM \leq DP$, или пока симплекс не заиклится. В случае заикливания симплекса определяется такой набор параметров модели, которому соответствует минимально допустимая погрешность моделирования PM .

Перемещение симплекса. Формализованная процедура движения к оптимуму состоит из следующих 3 этапов:

Таблица 2. Матрица коэффициентов опорного плана

Номер опыта	$x_1 = B$	$x_1 = K$	$x_3 = \gamma$	$x_4 = \varphi_0$	$x_5 = \tau$
1	-0.7746	-0.4472	-0.3162	-0.2449	-0.2000
2	0.7746	-0.4472	-0.3162	-0.2449	-0.2000
3	0	0.8944	-0.3162	-0.2449	-0.2000
4	0	0	0.9487	-0.2449	-0.2000
5	0	0	0	0.9798	-0.2000
6	0	0	0	0	1

1. Производится реализация опытов в вершинах симплекса в соответствии с матрицей плана.

2. Отбрасывается та вершина симплекса, в которой выходная переменная имеет худшее значение параметра оптимизации.

3. На оставшихся гранях строится новый симплекс, у которого отброшенная вершина заменяется на ее зеркальное отображение.

Основным алгоритмом перемещения симплекса является процедура отражения. Правила отражения в ПСМ базируются на предположении о том, что вектор-градиент линейной функции отклика направлен из центра симплекса через грань, противоположную вершине с плохим результатом опыта.

Движение симплекса в область оптимума в пространстве входных переменных (факторов) в направлении максимума функции отклика происходит путем зеркального отображения первой вершины симплекса с худшим значением параметра оптимизации и построения нового симплекса, как показано на рис. 3 для двухфакторной модели. Особенность такой процедуры заключается в том, что в каждой новой фазе движения имеется заведомо один цикл, значит, никакого накопления информации не происходит.

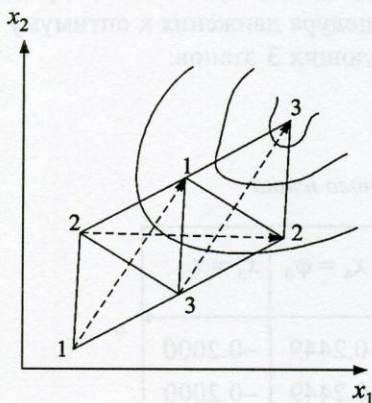


Рис. 3. Иллюстрация правила отражения

Координаты новой вершины довольно просто рассчитываются по следующей формуле:

$$x_{j,N} = \frac{2}{k} \sum_{U=1}^k x_{j,U} + x_{j,N}^*, \quad (4)$$

где $x_{j,N}$ – координата новой вершины для фактора с номером $j = 1, 2, \dots, k$ N -й вершины; $N = 1, 2, \dots, k + 1$ – число вершин симплекса; $x_{j,N}^*$ – координата старой вершины. Суммирование ведется по всем опытам U , кроме отброшенного.

Тестирование программы идентификации

Для проверки программы идентификации была рассмотрена модель релейского вида, которую определяют всего два параметра: B и K . В качестве параметра оптимизации в этом случае можно взять коэффициент вариаций амплитуд, который для модели Релея известен ($V = 0.52$).

В качестве нулевого уровня факторов опорного плана были приняты следующие значения параметров: $B_0 = 2$, $K_0 = 2$. Шаг варьирования факторов: $HB = 0.4$, $HK = 0.3$. Значения других параметров модели в этом случае не играют существенной роли. Допустимая погрешность моделирования $DP = 0.005$ (1%). Требовалось определить параметры математической модели B и K , которые теоретически для модели Релея равны: $B = 0$, $K = 1$. Результаты работы системы идентификации показывают, что при заданной погрешности моделирования 1% получаем $B = 0.11$, $K = 1.01$.

Обсуждение результатов

Состоятельность математической и идентификационной модели проверялась многочисленными расчетами характеристик сигналов на основе экспериментальных данных, полученных на трассе Горький-Мурманск. Однако значительный объем данных не позволяет осуществлять их обработку в полной мере. Поэтому эффективность использования симплекс-процедуры в определении параметров математической модели оценивалась по точности совпадения результатов, получаемых

в процессе идентификационного эксперимента и непосредственно по квадратурным компонентам из натурального эксперимента.

Результаты такого сравнения приведены в табл. 3. Анализ таблицы показывает, что наблюдается удовлетворительное совпадение параметров, полученных непосредственно из натуральных измерений и методом статистической идентификации. Как следует из таблицы, средняя ошибка в оценке параметров B и φ_0 составляет примерно 5 и 7 % соответственно, а ошибка в оценке параметров K и τ несколько больше и составляет примерно 17 и 27 %.

Относительно параметра γ можно сказать следующее. Этот параметр является производным от суммарного угла поворота $\theta = \varphi_0 + \gamma$, главным значением которого является фаза сигнала φ_0 . Поскольку непосредственных измерений параметра γ не проводилось, оптимизация осуществлялась только по фазе сигнала без учета дополнительного поворота на угол γ , который в процентном отношении значительно меньше угла φ_0 . Результаты, приведенные в таблице, и при таком подходе показывают тенденцию совпадения знака изменения этого параметра.

Таблица 3. Параметры математической модели, полученные в натурном и идентификационном эксперименте

Номер сеанса	Натурный эксперимент (расчет по квадратурам сигнала)					Идентификационный эксперимент (по экспериментальным статистикам)					Относительная погрешность идентификации параметров			
	B	K	$\gamma, ^\circ$	$\varphi_0, ^\circ$	$\Delta\tau, \text{с}$	\tilde{B}	\tilde{K}	$\tilde{\gamma}, ^\circ$	$\tilde{\varphi}_0, ^\circ$	$\Delta\tilde{\tau}, \text{с}$	$\delta_B, \%$	$\delta_K, \%$	$\delta_\varphi, \%$	$\delta_\tau, \%$
1	2.26	3.06	-4.6	102.1	0.08	2.25	3.11	0.9	100.9	0.04	0.44	1.63	1.17	50.0
2	1.71	2.11	-0.4	13.0	0.07	1.73	1.94	-3.5	12.2	0.06	1.71	8.06	8.20	14.3
3	3.05	1.88	-24.8	-23.0	0.05	2.80	1.39	-5.2	-24.4	0.06	8.20	26.06	6.08	20.0
4	2.55	2.29	1.9	-50.0	0.05	2.43	2.40	1.9	-53.3	0.05	4.71	4.80	6.60	0.0
5	2.91	3.60	9.4	-113.0	0.07	2.86	3.26	3.2	-118.6	0.07	1.03	9.44	4.95	0.0
6	2.31	2.73	-14.1	-174.0	0.08	2.23	1.91	-1.2	-147.7	0.03	3.46	30.04	15.11	62.5
7	2.64	3.13	-3.9	122.0	0.06	2.63	2.62	4.8	120.8	0.04	0.38	16.29	0.98	33.3
8	2.36	2.94	0.2	63.0	0.06	2.27	3.22	5.7	61.6	0.05	3.81	9.52	2.22	16.7
9	2.57	1.53	-20.1	10.0	0.05	2.24	1.78	-8.0	8.3	0.05	12.84	16.34	17.00	0.0
10	2.60	4.88	10.4	-43.0	0.07	2.60	3.10	1.9	-41.6	0.04	0.0	36.47	3.25	42.8
11	1.57	2.43	2.9	-137.0	0.05	1.51	2.73	2.7	-126.6	0.06	3.82	12.34	7.59	20.0
12	1.92	4.97	0.6	153.0	0.08	2.06	3.68	0.4	153.3	0.04	7.29	26.00	0.20	50.0
13	1.83	3.20	0.4	59.0	0.08	1.80	3.16	3.7	52.9	0.06	1.64	1.25	10.34	25.0
14	2.29	3.21	-12.1	6.0	0.09	1.91	1.87	-2.9	5.1	0.05	16.6	41.74	15.00	44.4
Средние значения											4.67	17.14	7.05	27.1

Выводы

1. Предложенный метод статистической идентификации параметров математической модели на основе последовательного симплексного метода позволяет определять параметры математической модели флуктуирующих радиосигналов в ионосферных каналах по амплитудным измерениям с удовлетворительной точностью.

2. Разработанные в работе математический аппарат и алгоритмы статистической идентификации могут быть использованы при проектировании различных радиотехнических систем, работающих со случайными полями и сигналами.

Ключевые слова: статистическая идентификация, параметр оптимизации, симплексный метод, факторное пространство, функция отклика, интервал варьирования, матрица плана.

5. W. Spendley, G. R. Hest, F. R. Himsworth. *Technometrics*. 1962, 4, No. 4, pp. 441-461.
 6. В. И. Плескунин, Е. Д. Воронина. Теоретические основы организации и анализа выборочных данных в эксперименте. Ленинград, Изд. ЛГУ, 1979, 231 с.
 7. Г. К. Круг, Ю. Ф. Сосулин, В. А. Фатуев. Планирование эксперимента в задачах идентификации и экстраполяции. Москва, Наука, 1977, 208 с.
 8. Ю. В. Митихин. Проблемы управления и информатики. 1997, №3, с. 91-101.
 9. Я. Л. Альперт. Распространение электромагнитных волн и ионосфера. Москва, Наука, 1973, 315 с.
 10. Е. В. Маркова, А. Н. Лисенков. Планирование эксперимента в условиях неоднородностей. Москва, Наука, 1973, 219 с.

Optimization of Statistical Identification of Parameters of Mathematical Models by Simplex Method

Yu. V. Mitihin

On an example of statistical identification of parameters of a mathematical model of fluctuating signals in ionospheric channels the general principles of construction of optimizing systems for identification of parameters of various mathematical models by a consecutive simplex method are considered. The algorithms of finding the parameters of a mathematical model of decimeter radio signals according measurements are obtained, whose adequacy is checked on an experimental line of Gorky-Murmansk.

Литература

1. В. К. Гришин. Статистические методы анализа и планирования экспериментов. Москва, Изв. МГУ, 1975, 214 с.
 2. Ю. П. Адлер, Е. В. Маркова, Ю. В. Грановский. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. Москва, Наука, 1976, 279 с.
 3. R. A. Fischer. *The design of experiments*. London, Oliver and Boyd, 1951, 252 pp.
 4. J. Kiefer. *J. Roy. Stat. Soc. Ser.* 1959, 21, pp. 279-319.