

ВОПРОСЫ ОТ "ТОЧОЧНОМ" КИЗОВОМ

автор Г. В. А. ванькою П. М.

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ ВАРИАЦИИ КРИВОЙ  
БЛЕСКА ИСТОЧНИКА ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ИЗЛУЧЕНИЯ  
ЧЕРЕЗ ГРАВИТАЦИОННУЮ ЛИНЗУ - ГАЛАКТИКУ

А. А. Минаков, С. А. Васильев,<sup>1†</sup> В. Г. Вакулик<sup>2‡</sup>

<sup>†</sup> Радиоастрономический институт НАН Украины,  
61002 Харьков, Краснознаменная 4

<sup>‡</sup> Астрономическая обсерватория ХНУ,  
61022 Харьков, Сумская 35

В работе исследовалось влияние эффекта микролинзирования на характеристики изображений далеких источников, видимых вблизи критических кривых сложных гравитационных линз (ГЛ), которые представлялись в виде суммы компактных образований – микролинз (звезды, звездоподобные или планетоподобные тела) и диффузно распределенной материи (пылевые, газовые облака и т.д.). Признаком близости изображений к критическим кривым ГЛ является наблюдение сливающихся, крестообразных, кольцеобразных или дугообразных изображений источников. Проведенный анализ и численное решение позволили определить структуры критических кривых и каустик, формируемых макро- и микро- линзами, оценить характерные величины возмущений, вносимых микролинзами, при различных их положениях относительно критической кривой регулярной ГЛ. Показано, что при гравитационной фокусировке переменных во времени и протяженных в пространстве источников излучения происходит сложная деформация кривой блеска изображений источников, формируемых гравитационной линзой. Временные изменения блеска изображений будут тем больше отличаться друг от друга и от истинного изменения блеска источника, чем ближе изображения расположены к критической кривой в плоскости линзы. Гравитационная линза действует подобно низкочастотному фильтру, пропуская без искажения медленные временные вариации яркости источника и сглаживая быстрые.

1. Влияние эффекта  
микролинзирования на  
характеристики изображений,  
видимых вблизи критических  
кривых гравитационных  
линз-галактик

Характерным признаком микролинзирования является нескоррелированные вариации блеска расщепленных в поле тяготения галактики изображений далекого источника. Этот эффект четко проявляет себя, например, в многолетних наблюдениях гравитационной линзы (ГЛ) Q2237+0305, у которой вблизи центра галактики в пределах круга радиуса  $\approx 1''$  наблюдаются четыре изображения квазара. Нескоррелированные вариации блеска этих изображений указывают на то, что здесь присутствуют не собственные изменения источника излучения квазара, а влияние микролинз (звезд, звезд-

доподобных или планетоподобных тел). В связи с трудностями теоретического анализа, эффект микролинзирования исследуется в основном численными методами. Стандартная процедура численного моделирования заключается в следующем. Действие всех микролинз, случайно расположенных в галактике, описывается двояким образом. Ближайшие к лучу зрения (ближкие к наблюдаемому изображению источника) микролинзы учитываются заданием их истинных углов преломления. Количество таких микролинз, как правило, не превышает нескольких сотен [1], [2]. Остальные же, удаленные от луча зрения, микролинзы, а также диффузно распределенная в галактике материя, задаются путем введения усредненного по межзвездному пространству угла преломления. Дальнейшее упрощение задачи связано с тем, что вблизи выбранного изображения источника производится линеаризация среднего угла преломления микролинзы-галактики [1], [2], [3]. Численный анализ, к сожалению, не позволяет проследить зависимость наблюдаемых характеристик от тех или иных параметров

<sup>1</sup>e-mail: minakov@ira.kharkov.ua, vasilyev@pcstar.kharkov.ua

<sup>2</sup>e-mail: vakulik@astron.kharkov.ua

тров задачи. Поэтому желательно было получить некоторые аналитические оценки рассматриваемого эффекта. Особенно интересным представляется случай, когда макроизображения источника и возмущающие микролинзы расположены вблизи критических кривых ГЛ - галактик, когда влияние микролинз на эффект фокусировки существенно возрастает. Признаком близости макроизображений к критическим кривым ГЛ является наблюдение сливающихся, крестообразных, кольцеобразных или дугообразных изображений источника.

Целью работы [10] являлся анализ структур критических кривых и каустик сложной ГЛ при произвольном расположении в галактике компактных микролинз. Исследования проводились на примере модели, соответствующей ГЛ Q2237+0305. Сложная галактика-линза представлялась в виде суммы двух составляющих, одна из которых связана с массами, сосредоточенными в компактных образованиях (звезды, звездоподобные или планетоподобные тела), а вторая - с диффузно распределенной материией (пылевые, газовые облака и т.д.). Компактные образования, которые в дальнейшем назывались микролинзами, задавались в виде точечных масс. Суммарное количество микролинз  $N$  в галактике достаточно велико. Например, для спиральной галактики, подобной ГЛ Q2237+0305, величина  $N \sim 10^{11} \div 10^{12}$ . Вначале анализировался эффект микролинзирования на примере одной единственной микролинзы, а затем результаты обобщались на случай многих микролинз. Действие поля тяготения диффузного вещества и всей совокупности компактных образований, расположенных вдали от трассы принимаемого излучения, учитывалось путем введения усредненного распределения массы по достаточно большим (межзвездным) расстояниям. Гравитационная линза с усредненным распределением материи в дальнейшем называлась макролинзой-галактикой или просто макролинзой. В литературе известно несколько модельных представлений ГЛ Q2237+0305 (см., например, [5], [6], [8], [9]). Опираясь на данные наблюдений, модель макролинзы была выбрана достаточно простой, но так, чтобы она могла формировать крестообразную структуру изображений, характерную для Q2237+0305. Регулярная составляющая линзы представлялась в виде суммы двух компонентов, один из которых связан с массивным диском, а второй с компактным ядром. Предполагалось далее, что ядро и протяженный диск обладают соответственно сферической и эллиптической симметриями, центры которых совпадают. Для выбранной модели регулярной составляющей ГЛ уравнение линзы в нормированных на

угловый размер кольца Эйнштейна ( $\Psi_l \approx 0,88''$ ) координатах имеет следующий вид:

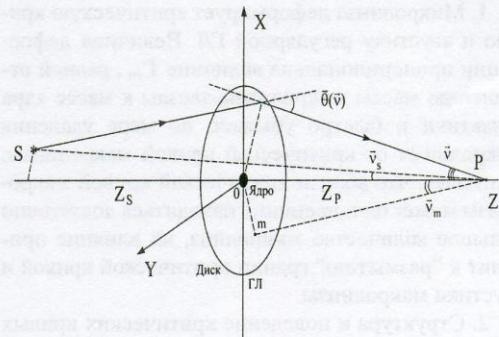
$$\nu_s = \nu \left( 1 - \frac{1}{\nu^2} \right) + \alpha \nu_x e_x - \alpha \nu_y e_y$$

$$- \sum_{m=1}^N \Gamma_m \frac{\nu - \nu_m}{(\nu - \nu_m)^2} = F(\nu), \quad (1.1)$$

где  $\nu$  - текущая координата,  $\nu_m$  - положение  $m$ -й микролинзы-звезды (см. рис.1),  $\alpha$  - коэффициент асимметрии. Малый параметр  $\Gamma_m = r_{gm}/R_g \ll 1$  равен отношению гравитационного радиуса звезды ( $r_{gm}$ ) к гравитационному радиусу ядра галактики ( $R_g$ ).

Для анализа и получения численных оценок предполагалось, что имеет место неравенство  $\Gamma_m \ll \alpha \ll 1$ . Например, для объекта Q2237+0305  $\Gamma_m$  можно выбрать равными  $\Gamma_m \approx 10^{-9} \div 10^{-10}$ ,  $\alpha \approx 0,13$ , [9]. Уравнение критической кривой ГЛ  $\nu = \nu_{cr}$  определяется из условия равенства нулю якобиана преобразования от переменных  $\nu_s$  к переменным  $\nu$  [4]:

$$q^{-1} = \left| \frac{\partial (\nu_{sx}, \nu_{sy})}{\partial (\nu_x, \nu_y)} \right| = 0. \quad (1.2)$$

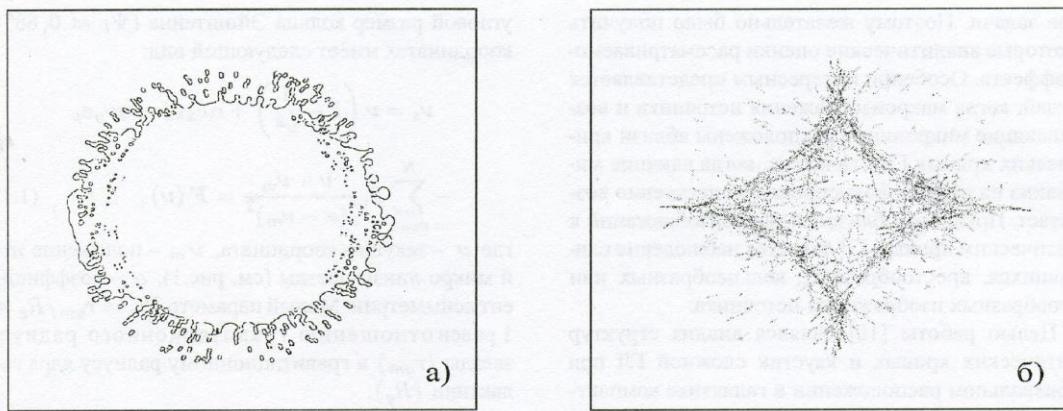


**Рис. 1.** Взаимное расположение источника излучения  $S$ , макролинзы ГЛ, микролинзы  $m$  и наблюдателя  $P$ .

Если найденное из уравнения (1.2) решение  $\nu = \nu_{cr}(\varphi)$  подставить в уравнение линзы (1.1), мы получим уравнение, определяющее форму каустики в плоскости положений источника:

$$\nu_{cs} = F(\nu_{cr}). \quad (1.3)$$

Для выбранной модели гравитационной линзы исследовались структуры критических кривых и каустик при произвольных положениях микролинз в макролинзе-галактике. В качестве примера на рис. 2 приведены критическая кривая и система



**Рис. 2.** Критическая кривая (а) и система макро- и микрокаустик (б) для модели линзы-галактики, представленной выражением (1.1) при  $N = 300$ .

макро- и микрокаустик для модели, представленной формулой (1.1) при числе микролинз-звезд  $N = 300$ , случайным образом расположенных вблизи кольца Эйнштейна макролинзы-галактики.

Результаты проведенного анализа позволили сделать некоторые выводы.

1. Микролинза деформирует критическую кривую и каустику регулярной ГЛ. Величина деформации пропорциональна величине  $\Gamma_m$ , равной отношению массы микролинзы-звезды к массе ядра галактики и быстро убывает, по мере удаления микролинзы от критической кривой макролинзы. Учитывая, что вблизи критической кривой макролинзы может одновременно находиться достаточно большое количество микролинз, их влияние приводит к "размытию" границ критической кривой и каустики макролинзы.

2. Структура и поведение критических кривых микролинзы зависит не только от расстояния до критической кривой регулярной ГЛ, но и от того, в каком секторе углов перемещается микролинзы. Характерные размеры критических кривых и микрокаустик пропорциональны  $\sqrt{\Gamma_m}$ . Скорости перемещений микрокаустик могут существенно отличаться от скоростей перемещений самих микролинз.

3. Наибольшие деформации критических кривых и каустик, пропорциональные  $\Gamma_m^{1/3}$ , наблюдаются при нахождении микролинз в непосредственной близости от критической кривой регулярной ГЛ. В этом случае кривые макро- и микро- линз сливаются воедино, образуя сложные непрерывные линии.

4. Отличие результатов работы от полученных

ранее в рамках стандартного (линеаризованного) учета действия регулярной ГЛ тем больше, чем ближе к критической кривой расположены микролинзы.

Суммируя все вышеизложенное, можно сказать следующее. Для ГЛ, у которых наблюдаемые макроизображения источников расположены вблизи критических кривых, при анализе влияния эффекта микролинзирования необходимо учитывать близость расположения микролинз к регулярным кривым макролинз-галактик.

## 2. Гравитационная фокусировка излучения протяженного в пространстве и переменного во времени источника

Еще до открытия первой гравитационной линзы ГЛ было показано, что, измеряя время задержки  $\Delta t$  в изменениях интенсивности двух изображений линзированного источника излучения, можно определить постоянную Хаббла и массу ГЛ [7]. К настоящему моменту самой изученной является ГЛ 0957+561 A,B, обнаруженная в 1979 г. Накопленные многолетние данные в оптике и радиодиапазоне позволили поставить вопрос об экспериментальном определении  $\Delta t$  и оценке постоянной Хаббла. В основе определения  $\Delta t$  лежит утверждение о том, что кривая изменения блеска одного изображения источника, с учетом присутствия ошибок измерения и возможного эффекта микролинзирования, должна повторяться с некоторой временной задержкой во втором изображении. Статистическая обработка результатов изме-

рений, проводимая разными авторами и различными методами пока, к сожалению, не привела к однозначному ответу о величине  $\Delta t$ . Возникающие различия в оценке  $\Delta t$  связывают с известными проблемами статистической обработки неравномерно распределенного во времени дискретного набора данных. Укажем еще на одну детерминированную особенность гравитационной фокусировки, которая может существенно повлиять на точность определения  $\Delta t$ . Простые рассуждения показывают, что при гравитационной фокусировке переменных источников происходит не только пространственное, но и временное перераспределение излучения. Характеристики ГЛ при этом будут зависеть еще и от параметров сигнала, а кривые блеска изображений могут отличаться друг от друга. Для переменных во времени источников необходимо рассматривать пространственно-временную фокусировку излучения.

При гравитационной фокусировке протяженного источника происходит сложное перераспределение яркости наблюдаемого изображения  $I_p(\psi)$ . Если параметры источника и ГЛ не изменяются во времени, то  $I_p(\psi)$  связано с истинным распределением источника  $I_s(\psi_s)$  выражением типа свертки [4]:

$$I_p(\psi) = \int_{-\infty}^{+\infty} I_s(\psi_s) \delta[\psi_s - F(\psi)] d\psi_s, \quad (2.1)$$

где  $\delta(\psi)$  – дельта-функция. Для получения количественных оценок рассматривалась модель точечной ГЛ, для которой  $F(\psi) = \psi(1 - \psi^2/\Psi_0^2)$ . В случае, когда изображения источника не разрешаются телескопом, в точке наблюдения будет регистрироваться интегральная по углам яркость (блеск) изображения:

$$J_p = \int_{-\infty}^{+\infty} I_p(\psi) d\psi. \quad (2.2)$$

Для источников, у которых яркость  $I_s$  изменяется не только по поверхности, но и во времени –  $I_s = I_s(\psi_s, t)$ , а параметры ГЛ практически сохраняют свои значения, формулы (2.1), (2.2) преобразуются к виду [11]

$$I_p(\psi, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} I_s[\psi_s, t - t_p(\psi, \psi_s)] \times \delta[\psi_s - F(\psi)] d\psi_s, \quad (2.3)$$

$$J_p(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} I_p(\psi, t) d\psi. \quad (2.4)$$

Здесь  $t_p(\psi, \psi_s)$  – время распространения сигнала вдоль виртуального луча, соединяющего точечный элемент поверхности источника S, произвольную точку экрана-линзы и наблюдателя P. Время распространения сигнала определяется путем интегрирования эффективного показателя преломления  $n(r)$  вдоль криволинейного луча L, соединяющего элемент поверхности источника и наблюдателя:

$$t_p = c^{-1} \int_L n(r) dl, \quad (2.5)$$

где  $c$  – скорость света. Для слабого поля тяготения с потенциалом  $\Phi (|\Phi|/c^2 \ll 1)$ , показатель преломления эффективной среды определяется как [4]

$$n(r) = 1 - \frac{2}{c^2} \Phi(r). \quad (2.6)$$

В приближениях параксиальной оптики и “тонкой” линзы интегрирование вдоль криволинейного луча в (2.5) можно приблизенно заменить интегрированием вдоль прямолинейных отрезков, соединяющих элемент поверхности источника с точкой экрана и точку экрана с наблюдателем. Для получения количественных оценок рассматривалась фокусировка гауссова источника излучения:

$$I_s(\psi_s, t) = \frac{f(t, \psi_s)}{2\pi\Psi_0^2} e^{-\frac{(\psi_s - \Psi_s)^2}{2\Psi_0^2}}, \quad (2.7)$$

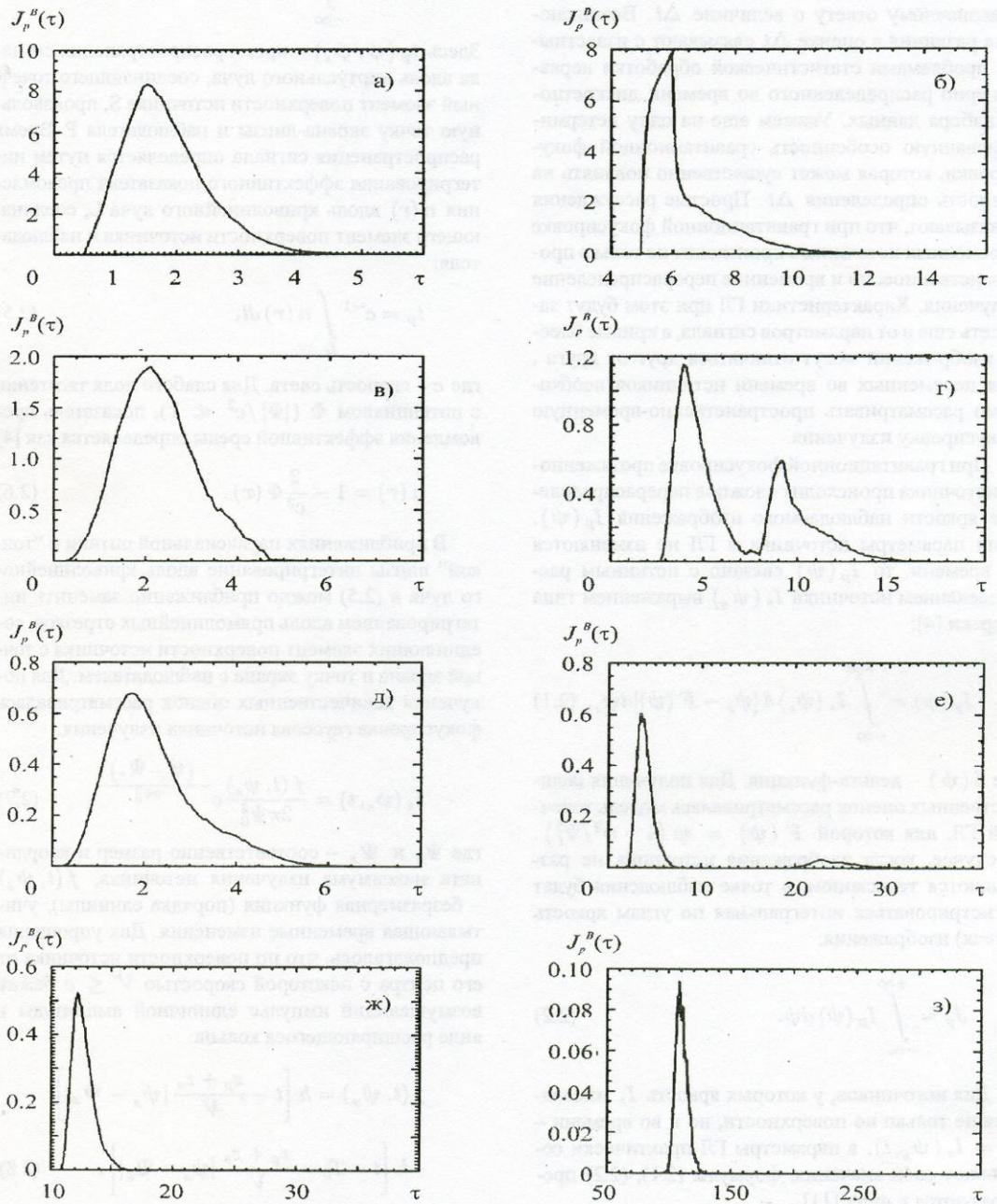
где  $\Psi_0$  и  $\Psi_s$  – соответственно размер и координата максимума излучения источника,  $f(t, \psi_s)$  – безразмерная функция (порядка единицы), учитывающая временные изменения. Для упрощения предполагалось, что по поверхности источника от его центра с некоторой скоростью  $V \leq c$  бежит возмущающий импульс единичной амплитуды в виде расширяющегося кольца:

$$f(t, \psi_s) = h \left[ t - \frac{z_p + z_s}{V} |\psi_s - \Psi_s| \right] - h \left[ t - T_0 - \frac{z_p + z_s}{V} |\psi_s - \Psi_s| \right]. \quad (2.8)$$

Здесь введены следующие обозначения:  $T_0$  длительность импульса, а

$$h(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0. \end{cases} \quad (2.9)$$

В качестве примера на рис. 3 представлены кривые



**Рис. 3.** Временные изменения блеска наблюдаемого через ГЛ источника при различных значениях параметров  $\nu_s$  и  $\tau_g$ : а)  $\nu_s = 0.0, \tau_g = 1.0$ ; б)  $\nu_s = 0.0, \tau_g = 10$ ; в)  $\nu_s = 0.3, \tau_g = 1.0$ ; г)  $\nu_s = 0.3, \tau_g = 10$ ; д)  $\nu_s = 1.0, \tau_g = 1.0$ ; е)  $\nu_s = 1.0, \tau_g = 10$ ; ж)  $\nu_s = 5.0, \tau_g = 1.0$ ; з)  $\nu_s = 5.0, \tau_g = 10$ .

блеска деформированные точечной гравитационной линзой при различных соотношениях параметров источника и линзы, и смещениях источника  $\nu_s = \psi_s / \Psi_l$ .

Проведенный анализ гравитационной фокусировки протяженных в пространстве и переменных во времени источников излучения позволил сделать следующие выводы.

1. При наблюдении гравитационной фокусировки переменного во времени источника инструментом, не позволяющим разрешить отдельные изображения, их присутствие проявится себя во временной области, если время запаздывания между изображениями превосходит длительность импульса.

2. Формы кривых блеска изображений и величины их усиления зависят от массы ГЛ, углового размера источника излучения и длительности импульса сигнала. Для модели точечной ГЛ можно ввести в рассмотрение безразмерный параметр  $\nu_0 \tau_g$ , где  $\tau_g = R_g/cT_s$ ,  $R_g$  – гравитационный радиус ГЛ,  $\nu_0 = \Psi_0/\Psi_l$ . При  $\nu_0 \tau_g \ll 1$  кривые блеска изображений подобны друг другу и пропорциональны исходному распределению кривой блеска источника. С ростом величины параметра  $\nu_0 \tau_g$ , ( $\nu_0 \tau_g > 1$ ), наблюдаются сложные деформации кривых. Это проявляется прежде всего в падении величин коэффициентов усиления блеска изображений и увеличении характерных временных масштабов изменений кривых. Для сложных ГЛ отличия кривых блеска изображений между собой и истинной кривой блеска источника будут тем сильнее, чем ближе изображения располагаются к критическим кривым ГЛ.

Суммируя вышеизложенное, можно сказать, что гравитационная линза работает как низкочастотный фильтр, пропуская без изменений сигналы с большой длительностью и сглаживая с малой. Рассмотренный эффект необходимо учитывать при корреляционном анализе, проводимом при определении времен запаздывания сигналов, приходящих от различных изображений.

Авторы выражают искреннюю благодарность В. С. Цветковой за помощь, оказанную в ходе подготовки рукописи статьи.

## References

- [1] C. Seitz, P. Schneider, *Astron. Astrophys.* **V 288**, 1 (1994)
- [2] R. Blandford, R. Narayan, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **V 30**, 311 (1994)
- [3] P. Schneider, J. Ehlers, E. E. Falco, *Gravitational Lenses*, Springer-Verlag, 1992.
- [4] П. В. Блиох, А. А. Минаков, *Гравитационные линзы*. Киев: Наукова думка, (1989)
- [5] S. Kent, E. Falco, *Astron. J.* **V 96**, 1570 (1988)
- [6] J. Wambsganss, B. Paczynski, *Astron. J.* **V 108**, 1156 (1994)
- [7] S. Refsdal, *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* **V 128**, 307 (1964)
- [8] R. Schmidt, R. Webster, G. Lewis, *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* **V 295**, 488 (1998)
- [9] А. А. Минаков, В. Н. Шаляпин, *Письма в АЖ*, **17**, 331 (1991)
- [10] А. А. Минаков, В. Г. Вакулик, *Письма в АЖ*, **26**, 729 (2000)
- [11] А. А. Минаков, Ю. И. Нечаев, *Радиофизика и радиоастрономия*, **3**, 227 (1998)

## LIGHTCURVE SPATIAL AND TEMPORAL VARIATIONS OF GRAVITATIONALLY LENSED SOURCE IMAGE

**A. A. Minakov, S. A. Vasylyev and V. G. Vakulik**

We investigated the effect of microlensing on parameters of the distant source images seen near the critical curves of complex gravitational lenses, which are represented as a sum of compact structures - microlenses (stars, star-like or planet-like bodies) and diffusely distributed matter (dust and gas clouds etc.). Observation of merging, cross-shaped, annular, or arc-shaped source images is an indication that the images are close to the critical curves of gravitational lenses. Our analysis and numerical solution have allowed us to determine the structures of the critical curves and caustics formed by macro- and microlenses, as well as to estimate the characteristic perturbations introduced by microlenses at their various positions relative to the critical curve of a regular gravitational lens. It is shown that gravitational lensing of a variable in time and extended source of radiation causes complicated deformation of lightcurves of the source images formed by a gravitational lens. The closer to the critical curve in the lens plane the images are, the more the temporal variations of their brightness differ from each other and from the true variation of the source brightness. A gravitational lens acts like a low-pass filter, transmitting slow temporal variations of the source brightness and smoothing out rapid ones.

## ПРОСТОРОВО-ЧАСОВІ ВАРИАЦІЇ КРИВОЇ БЛІСКУ ДЖЕРЕЛА ПРИ ПРОХОДЖЕННІ ВИПРОМІНЮВАННЯ КРІЗЬ ГРАВІТАЦІЙНУ ЛІНЗУ-ГАЛАКТИКУ

**А. А. Мінаков, С. А. Васильєв та В. Г. Вакулик**

У роботі досліджувався вплив ефекту мікролінзування на характеристики зображень далеких джерел, що спостерігаються поблизу критичних кривих складних гравітаційних лінз (ГЛ), які зображались у вигляді суми компактних утворень – мікролінз (зірки, зіркоподібні та планетоподібні тіла) та дифузно розподіленої матерії (пилові, газові хмари та ін.). Ознакою близькості зображень до критичних кривих ГЛ є спостереження хрестоподібних, кільцеподібних чи дугоподібних зображень джерел, які збігаються. Проведений аналіз та числове рішення дозволили визначити структуру критичних кривих та каустик, формованих макро- та мікро- лінзами, оцінити характерні розміри збурень, зумовлених мікролінзами, при різних їх положеннях відносно критичної кривої регулярної ГЛ. Показано, що при гравітаційному фокусуванні змінних у часі та протягом у просторі джерел випромінювання відбувається складна деформація кривої близку зображені джерел, які дає гравітаційна лінза. Часові змінні близку зображені будуть тим більше відрізнятись одна від одної та від справжньої зміні близку джерела, чим більче зображення знаходиться до критичної кривої у площині лінзи. Гравітаційна лінза діє подібно низькочастотному фільтру, пропускаючи без спотворення повільні часові варіації яскравості джерела та згладжуючи швидкі.

У роботі досліджувався вплив ефекту мікролінзування на характеристики зображень далеких джерел, що спостерігаються поблизу критичних кривих складних гравітаційних лінз (ГЛ), які зображались у вигляді суми компактних утворень – мікролінз (зірки, зіркоподібні та планетоподібні тіла) та дифузно розподіленої матерії (пилові, газові хмари та ін.). Ознакою близькості зображень до критичних кривих ГЛ є спостереження хрестоподібних, кільцеподібних чи дугоподібних зображень джерел, які збігаються. Проведений аналіз та числове рішення дозволили визначити структуру критичних кривих та каустик, формованих макро- та мікро- лінзами, оцінити характерні розміри збурень, зумовлених мікролінзами, при різних їх положеннях відносно критичної кривої регулярної ГЛ. Показано, що при гравітаційному фокусуванні змінних у часі та протягом у просторі джерел випромінювання відбувається складна деформація кривої близку зображені джерел, які дає гравітаційна лінза. Часові змінні близку зображені будуть тим більше відрізнятись одна від одної та від справжньої зміні близку джерела, чим більче зображення знаходиться до критичної кривої у площині лінзи. Гравітаційна лінза діє подібно низькочастотному фільтру, пропускаючи без спотворення повільні часові варіації яскравості джерела та згладжуючи швидкі.