

Осесимметричное поле радиального электрического диполя над полубесконечным конусом с усеченной вершиной.

II. Численное моделирование

Д. Б. Куриляк

*Физико-механический институт НАН Украины,
Украина, 79601, Львов, ул. Наукова, 5
e-mail: kuryliak@ipm.lviv.ua*

Статья поступила в редакцию 16 декабря 1999 г.

На основе метода “полуобращения” исследованы рассеивающие характеристики усеченного полубесконечного конуса при его облучении симметричной ТМ-волной. Анализируются закономерности формирования диаграмм направленности, изучается распределение излучаемой энергии во взаимодополняющие конические области и вычисляется нормированное сопротивление излучения диполя.

На основі методу “напівобертання” досліджено характеристики розсіювання зрізаного напівнескінченного конуса при опроміненні його симетричною ТМ-хвилею. Аналізуються закономірності формування діаграм спрямованості, вивчається розподіл енергії, випромінюваної у взаємодоповнюючі конічні області, і обчислюється нормований опір випромінювання диполя.

При разработке подходов и методов анализа дифракции волн на конических поверхностях с ребрами основное внимание сосредоточено на изучении дифракционных свойств конечных конусов. В то же время задача дифракции на полубесконечном конусе с усеченной вершиной исследована недостаточно. Исключение, по-видимому, составляет ее частный случай, а именно задача дифракции волн на плоскости с круглым отверстием; в этом случае решение можно получить непосредственно из решения задачи дифракции на диске, базируясь на принципе двойственности [1, 2]. В настоящей статье мы исследуем рассеивающие свойства усеченного конуса на основе метода “полуобращения” оператора, развитого в нашей предыдущей работе [3]. Основное внимание будет уделено изучению возмущения, вносимого срезом вершины в поле полубесконечного конуса, при изменении параметров структуры в широком диапазоне. Результаты приведенных исследований могут быть использованы при анализе работы дипольных антенн над поверхностями с отверстиями (в частности, при выяснении особенностей проникновения поля в отверстия экранов, при решении задачи о передаче энергии через входы расширяющихся областей волноводов и связанной с этим проблемы согласо-

вания), а также в дефектоскопии при анализе полей на участках, где непосредственный контроль затруднен.

Пусть задана идеально проводящая бесконечно тонкая полубесконечная коническая поверхность с усеченной вершиной (рис. 1), которая в сферической системе координат (r, θ, φ) представляется в виде:

$$Q = \{r \in [c, \infty), \theta = \gamma, \varphi \in [0, 2\pi]\}. \quad (1)$$

Рассмотрим дифракцию волн, излучаемых радиальным электрическим диполем, который расположен на оси симметрии поверхности (1) в точке с координатами $r = l, \theta = 0$. Здесь и далее обозначения в формулах те же, что и в работе [3]. Процесс рассеяния симметричных волн, излучаемых радиальным электрическим диполем, анализировался на основе численного решения систем уравнений второго рода, полученных в [3]. Диаграммы направленности вычислялись по формуле

$$D(\theta) = \lim_{r \rightarrow \infty} |r H_{\varphi}(r, \theta) e^{-ikr}|. \quad (2)$$

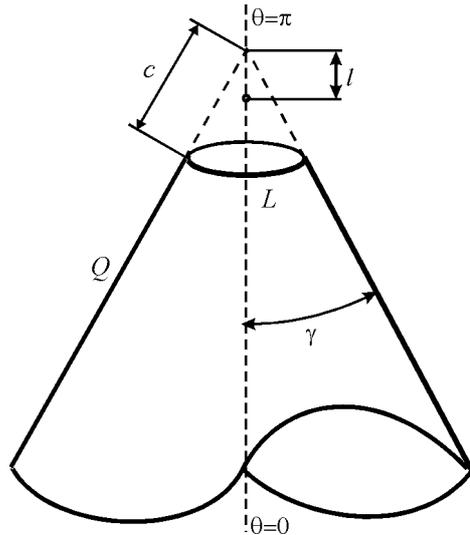


Рис. 1. Геометрия задачи

Здесь H_φ – компонента поля, которая задается следующим образом:

$$H_\varphi(r, \theta) = \pm \frac{ikZ^{-1}}{\sqrt{\rho}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{y_n^{(\frac{1}{2})} P_{\eta_n-1/2}^1(\pm \cos \theta) K_{\eta_n}(\rho)}{K_{\eta_n}(\rho_1)}, \quad r > c, \quad (3)$$

где в случае диполя, размещенного над поверхностью конуса Q ($l < c$),

$$y_n^{(\frac{1}{2})} = \pm \eta_n \alpha^\pm(\eta_n, \gamma) \times \left[\sum_{p=1}^{\infty} \frac{\tilde{x}_p}{\eta_n^2 - z_p^2} + \frac{A_0}{\sqrt{\rho_0}} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{z_p q(z_p, \gamma)}{\eta_n^2 - z_p^2} I_{z_p}(\rho_0) K_{z_p}(\rho_1) \right] \quad (4)$$

В формулах (3), (4) верхние знаки и $\eta_n = \nu_n$ соответствуют области изменения угла $0 \leq \theta \leq \gamma$, а нижние и $\eta_n = \mu_n - \gamma \leq \theta \leq \pi$; величины \tilde{x}_n – это решения системы (31) из [3].

Для выяснения влияния среза вершины на форму диаграммы направленности результаты сопоставлялись с аналогичными характеристиками для полубесконечного конуса, которые вычислялись по формуле

$$H_\varphi^{(0)}(r, \theta) = \pm \frac{iZ^{-1} A_0 \pi}{\sqrt{\rho \rho_0}} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\eta_n P_{\eta_n-1/2}^1(\pm \cos \theta) P_{\eta_n-1/2}^1(\mp \cos \gamma)}{\cos(\pi \eta_n) \frac{\partial}{\partial \eta} [P_{\eta-1/2}^1(\pm \cos \gamma)]_{\eta=\eta_n}} \times \begin{cases} K_{\eta_n}(\rho) I_{\eta_n}(\rho_0) & r \geq l, \\ I_{\eta_n}(\rho) K_{\eta_n}(\rho_0) & r \leq l. \end{cases} \quad (5)$$

Исследовались также нормированные мощности излучения диполя в конические области $\theta \in [0, \gamma]$ и $\theta \in [\gamma, \pi]$ при $r > c$:

$$W_\pm = \frac{W(\gamma^\pm)}{W_0} = \frac{3\pi Z^{-2}}{16P_0^2 k^2 \sin \gamma} \times \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{|y_n^{(\frac{1}{2})}|^2 (\eta_n^2 - 1/4)}{\eta_n |K_{\eta_n}(\rho_1)|^2 P_{\eta_n-1/2}^1(\pm \cos \gamma)} \times \frac{\partial}{\partial \eta} [P_{\eta-1/2}^1(\pm \cos \gamma)]_{\eta=\eta_n} \right], \quad (6)$$

где $W_0 = \frac{4}{3} \pi P_0^2 k^2 Z$ – мощность излучения диполя

в свободном пространстве, P_0 – момент диполя; верхнему знаку соответствует $\eta_n = \nu_n$ и $\gamma^+ = \gamma$, а нижнему – $\eta_n = \mu_n$ и $\gamma^- = \pi - \gamma$. Кроме того, исследовалось нормированное сопротивление излучения диполя в присутствии усеченной конической поверхности (1) –

$$R = W_+ + W_- . \quad (7)$$

Для выяснения закономерностей формирования диаграммы направленности конических поверхностей с усеченной вершиной будем исходить из наиболее простой ситуации, а именно рассмотрим, как влияет положение источника на распределение полного поля в случае структур, близких к плоскости с круговым отверстием. При вычислениях принималось, что $P_0 k = 1/(4\pi)$ А и $Z=1$ Ом. Соот-

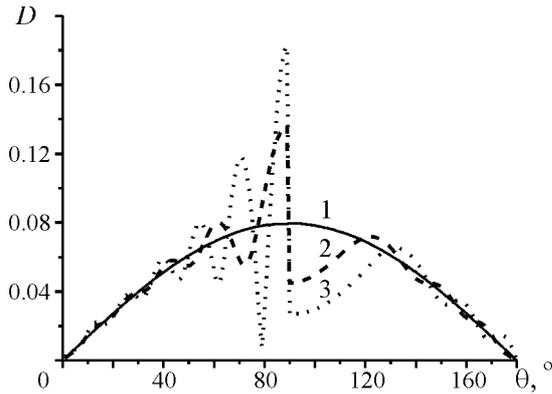


Рис. 2. Влияние координаты источника на форму диаграммы направленности полного поля для усеченного полубесконечного конуса Q при $kc = 24$, $\gamma = 89^\circ$: 1 – $kl = 0.01$; 2 – $kl = 5$; 3 – $kl = 10$

ветствующие графики приведены на рис. 2 (из-за симметрии задачи диаграммы направленности приводятся для области углов наблюдения $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$). Из этого рисунка видно, что если диполь расположен вблизи центра отверстия, присутствие усеченного конуса практически не возмущает его поле, а диаграмма направленности совпадает с его диаграммой в свободном пространстве (кривая 1). Перемещение источника вдоль оси симметрии конуса приводит к появлению в освещенной области осцилляций поля относительно кривой, соответствующей диаграмме диполя в свободном пространстве. При этом угловой сектор, охваченный осцилляциями, сосредоточен в окрестности направляющей конуса и расширяется с увеличением расстояния между диполем и отверстием, а размах осцилляций может более чем в два раза превышать максимальное значение первичного поля. Большой размах осцилляций в освещенном секторе обуславливает наличие направлений, где величина поля близка к нулю. Важно отметить, что такие значения углов наблюдения могут находиться в окрестности направления максимальной интенсивности излучения диполя в свободном пространстве (кривая 3 на рис. 2) и могут использоваться, например, для электромагнитной защиты радиоаппаратуры в освещенной области.

При смещении диполя наблюдается провал диаграммы в секторе, примыкающем к образующей конуса в теневой области, а также небольшой локальный экстремум, максимум которого сравним с величиной первичного поля в данной точке. Объяснение структуры распределения поля

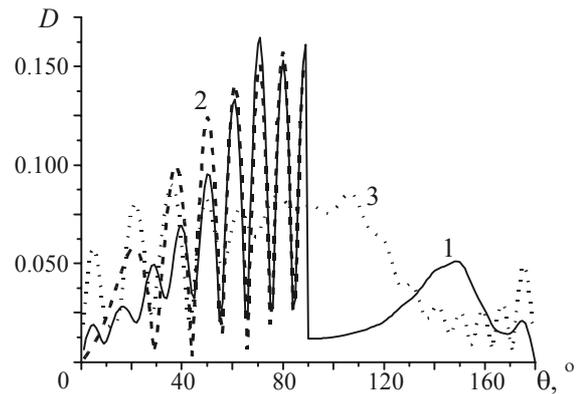


Рис. 3. Сопоставление диаграмм направленности конических структур при $kc = 24$, $kl = 20$, $\gamma = 89^\circ$: 1 – усеченный полубесконечный конус; 2 – полубесконечный конус, 3 – конечный конус длиной $kc = 24$

в освещенной области можно получить из сопоставления диаграмм усеченного и полубесконечного конусов. Соответствующие графики приведены на рис. 3. Сравнивая кривые 1 и 2 на этом рисунке, видим, что они практически совпадают в достаточно широкой области углов вблизи поверхности конуса, а в дополняющей области наблюдается заметное различие, которое проявляется в более высоком уровне осцилляций поля полубесконечного конуса и их меньшем количестве. Распределение поля в полубесконечном конусе определяется комплексными амплитудами мод, зависящих – при фиксированном угле раствора конуса – от положения источника. Например, основной вклад в формирование кривой 2 на рис. 3 вносят моды с номерами от четвертого по десятый. При этом возникновение осцилляций с большим размахом в окрестности боковой поверхности конуса связано с “подключением” девятой и десятой мод. Следовательно, появление сильных осцилляций поля в освещенной области усеченного конуса при увеличении радиальной координаты источника можно объяснить возбуждением в этой области высших мод полубесконечного конуса, а различие кривых 1 и 2 на рис. 3 в окрестности оси симметрии конуса обусловлено влиянием края отверстия.

Для сравнения на этом же рисунке показана диаграмма направленности конечного конуса, дополняющего усеченный до полубесконечного (кривая 3).

Эволюция формы диаграммы направленности полубесконечного усеченного конуса при измене-

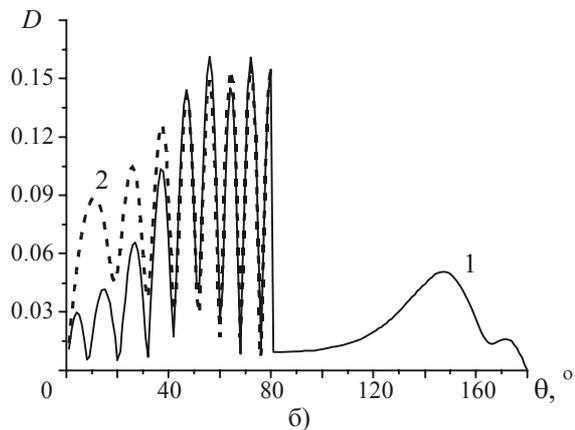
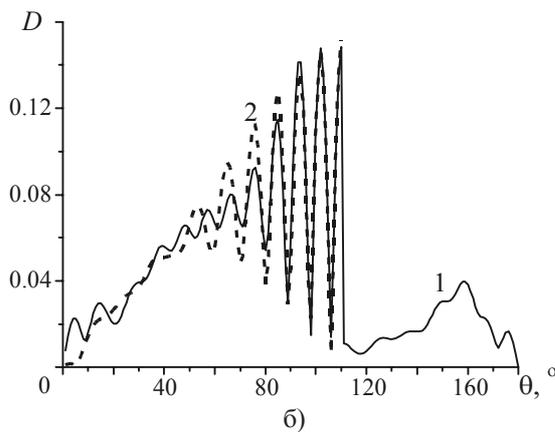
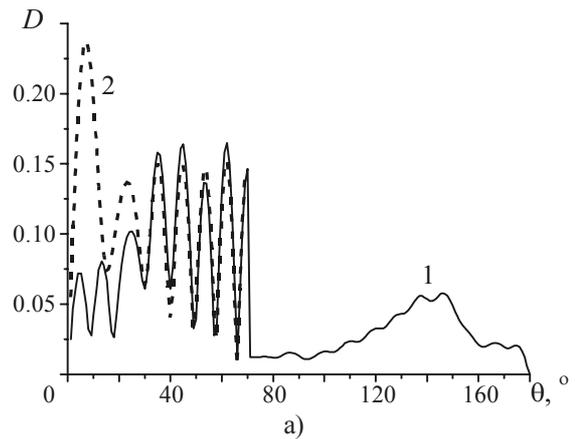
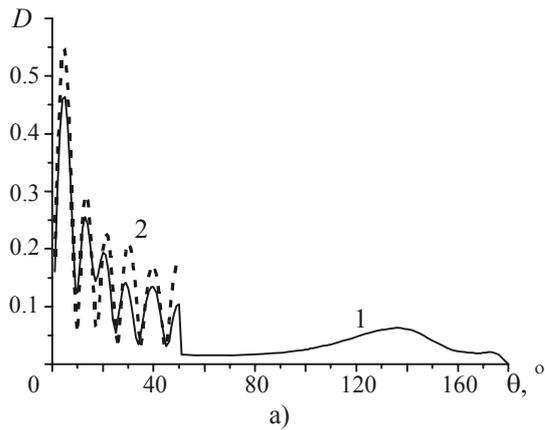


Рис. 4. Влияние угла раствора усеченного конуса γ на диаграмму направленности полного поля при $kc = 24$, $kl = 23.5$, $\gamma = 50^\circ$ (а), $\gamma = 110^\circ$ (б): 1 – конус с усеченной вершиной; 2 – полубесконечный конус

Рис. 5. Диаграммы направленности полного поля при $kc = 24$, $kl = 23.5$, $\gamma = 70^\circ$ (а), $\gamma = 80^\circ$ (б): 1 – конус с усеченной вершиной, 2 – полубесконечный конус

нии угла раствора показана на рис. 4. Источник излучения располагался вблизи отверстия, обеспечивая возбуждение в рассматриваемой структуре максимального числа мод полубесконечного конуса, что сводило к минимуму возмущение диаграммы направленности краем среза. Как оказалось, это возмущение имеет наименьшую величину для углов раствора конуса $0^\circ < \gamma < 50^\circ$ (см. рис. 4, а) и $\gamma > 90^\circ$ (см. рис. 4, б). Однако в диапазоне углов $55^\circ < \gamma < 90^\circ$ происходит сильное возмущение диаграммы направленности усеченного конуса срезом вершины в угловом секторе наблюдения, близком к оси симметрии; это показано на рис. 5. Наблюдая на рисунках 4 и 5 изменение от диаграмм направленности с глубокими осцилляциями в окрестности оси симметрии к диаграммам со сме-

щением максимальных осцилляций к образующей при переходе от узкоугольных конусов ($0 < \gamma < 90^\circ$) к широкоугольным ($\gamma > 90^\circ$), находим, что срез вершины приводит к возникновению области угловых параметров γ , где он имитирует эффект расширения полубесконечного конуса, так как приводит к более быстрому снижению величины осцилляций поля в окрестности оси симметрии при увеличении параметра γ . В случае полубесконечного конуса такое снижение уровня осцилляций в окрестности оси симметрии характерно при больших углах γ .

Для многих прикладных задач представляют интерес закономерности перераспределения энергии, излучаемой диполем, размещенным вне полубесконечного усеченного конуса ($l < c$), в каждую из сопредельных конических областей

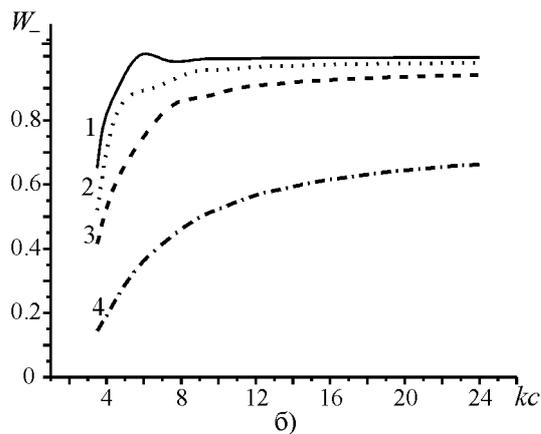
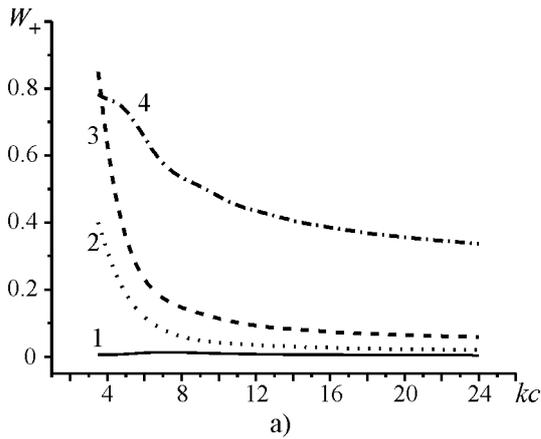


Рис. 6. Нормированная мощность излучения диполя в конической области полубесконечного конуса с усеченной вершиной для области $\theta \in [0, \gamma]$ (а) и $\theta \in [\gamma, \pi]$ (б) при $kl = 3.14$ и при различных углах раствора: 1 – $\gamma = 20^\circ$; 2 – $\gamma = 30^\circ$; 3 – $\gamma = 40^\circ$; 4 – $\gamma = 70^\circ$

$\theta \in [0, \gamma]$ и $\theta \in [\gamma, \pi]$. Характерные зависимости нормированной энергии излучения от волновой длины среза (kc) при фиксированном положении источника приведены на рис. 6. Из графиков на рис. 6, а можно видеть, как увеличение угла раствора конуса приводит к увеличению нормированной мощности излучения, которая поступает в расширяющуюся коническую область $\theta \in [0, \gamma]$. При этом максимальное увеличение происходит при сближении отверстия и источника. С увеличением расстояния между источником и отверстием, что обусловлено увеличением радиуса среза, наблюдается уменьшение мощности, поступающей в рассматриваемую область, и в конечном итоге она выходит на некоторое постоянное зна-

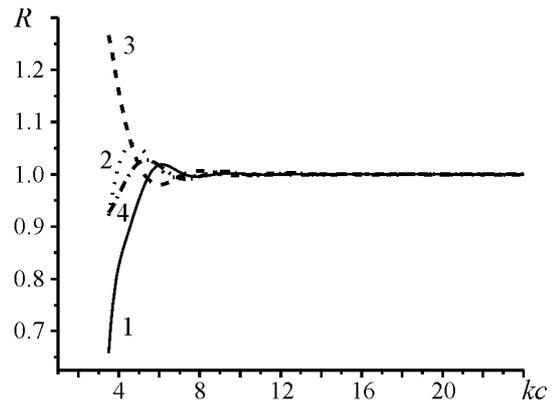


Рис. 7. Сопротивление излучения диполя в присутствии усеченного конуса при $kl = 3.14$: 1 – $\gamma = 20^\circ$; 2 – $\gamma = 30^\circ$; 3 – $\gamma = 40^\circ$; 4 – $\gamma = 70^\circ$

чение. Графики на рис. 6, б иллюстрируют ситуацию, которая возникает при этом в дополняющей и, следовательно, сужающейся конической области $\theta \in [\gamma, \pi]$; здесь изменение мощности имеет противоположную тенденцию. Отметим, что суммарная нормированная мощность излучения определяет нормированное сопротивление излучения диполя.

На основе данных из рис. 6 построены графики для нормированного сопротивления излучения, приведенные на рис. 7. Они указывают, во-первых, на то, что при определенном расстоянии диполя от отверстия усеченного конуса вся энергия, излучаемая диполем в свободное пространство, только перераспределяется по коническим областям, а во-вторых – на сложный характер дифракционного взаимодействия поля диполя с усеченным полубесконечным конусом при размещении его вблизи отверстия. Следует отметить, что графики, приведенные на рис. 6, 7, являются характерными, т. е. указанные закономерности проявляются и при других значениях параметров исследуемой структуры.

Для более детального изучения этого явления рассматривалась зависимость нормированного сопротивления излучения от положения источника на оси симметрии. Соответствующие графики приведены на рис. 8. Они иллюстрируют сильное влияние параметров усеченного конуса и положения источника вблизи отверстия на величину нормированного сопротивления излучения диполя. Например, поведение кривой 1 на рис. 8, а указывает на значительное падение сопротивления R для малых углов раствора конуса γ с приближе-

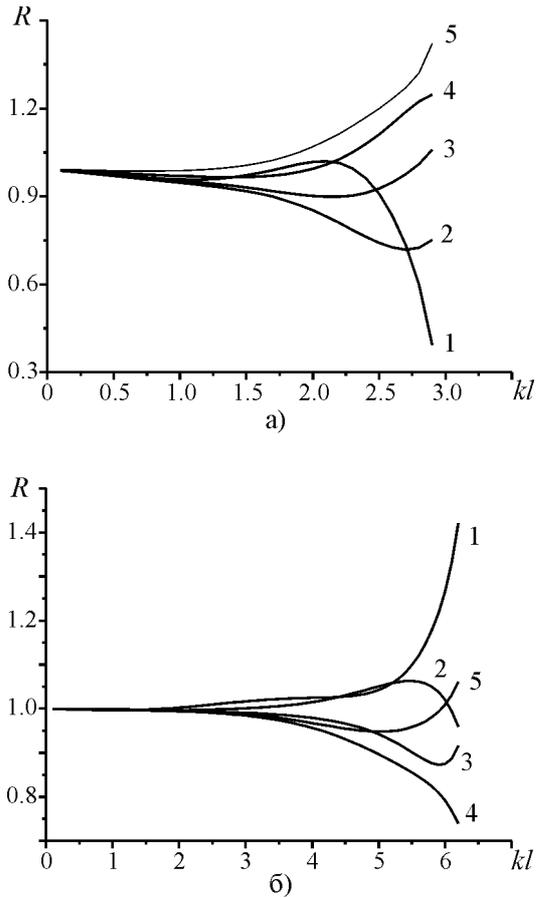


Рис. 8. Зависимость нормированного сопротивления излучения диполя от его положения на оси усеченного конуса для $kc = 3$ (а), $kc = 6.28$ (б) при различных углах раствора:
 1 – $\gamma = 20^\circ$; 2 – $\gamma = 30^\circ$; 3 – $\gamma = 35^\circ$; 4 – $\gamma = 40^\circ$;
 5 – $\gamma = 45^\circ$

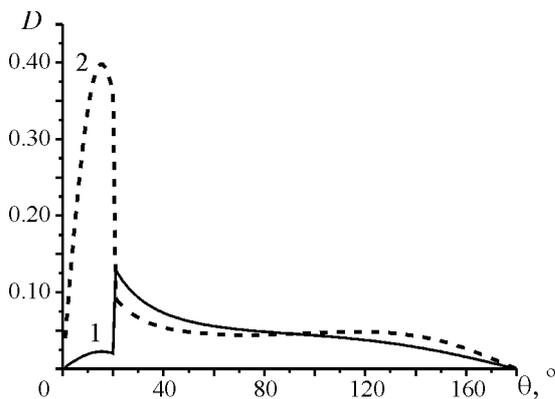


Рис. 9. Диаграммы направленности усеченного конуса при $\gamma = 20^\circ$:
 1 – $kc = 3, kl = 2.9$; 2 – $kc = 6.28, kl = 6.2$

нием источника к отверстию, что, как показывает численный анализ, связано с падением нормированной мощности излучения в области $\theta \in [\gamma, \pi]$ и относительно слабым ее поступлением в область $\theta \in [0, \gamma]$. В тоже время, как следует из рис. 8, б (кривая 1), при указанном угле раствора конуса и увеличении среза можно добиться резкого возрастания нормированного сопротивления излучения диполя. Такое изменение поведения параметра R связано с увеличением энергии, поступающей в область $\theta \in [0, \gamma]$, в то время как энергия излучения в области $\theta \in [\gamma, \pi]$ изменяется незначительно. Об этом, например, свидетельствует сопоставление соответствующих диаграмм направленности, показанных на рис. 9. Анализ остальных кривых на рис. 8, а, б свидетельствует о том, что в общем случае зависимость нормированного сопротивления излучения диполя от угла раствора усеченного полубесконечного конуса имеет осциллирующий характер при расположении источника вблизи отверстия, а структура осцилляций зависит от радиуса среза вершины.

Заключение

Установлены закономерности влияния параметров усеченного полубесконечного конуса на формирование его диаграммы направленности. Показано, что появление глубоких осцилляций в диаграмме направленности усеченного конуса обусловлено возбуждением в нем собственных мод полубесконечного конуса высоких номеров. Установлено, что при переходе от узкоугольных конусов ($0 < \gamma < 90^\circ$) к широкоугольным ($\gamma > 90^\circ$) происходит перестройка диаграмм направленности, которая соответствует смещению осцилляций этих диаграмм от оси симметрии к образующей. При этом усечение вершины приводит к более сильному, чем в полубесконечных конусах, гашению глубоких осцилляций диаграммы в окрестности оси конуса при меньших углах раскрытия, имитируя этим эффект расширения конуса. Показано, что увеличение радиуса среза вершины (параметра kc) при фиксированных остальных параметрах приводит к полному перераспределению мощности, излучаемой диполем в свободное пространство, в конические области полубесконечного усеченного конуса. Для случаев расположения диполя вблизи отверстия усеченного полубесконечного конуса выявлен осциллирующий характер зависимости нормированного сопротивления излучения диполя при изменении угла раствора конуса.

Исследования, результаты которых представлены в этой публикации, выполнены при частичной финансовой поддержке Государственного фонда фундаментальных исследований (проект № 2.4/687).

Литература

1. А. З. Фрадин. Антенно-фидерные устройства. Москва, Связь, 1977, 450 с.
2. Л. А. Вайнштейн. Электромагнитные волны. Москва, Радио и связь, 1988, 440 с.
3. Д. Б. Куриляк. Радиофизика и Радиоастрономия. 1999, 4, №2, с. 121-128.

Axially-Symmetric Field of Electric Dipole Over Truncated Cone. II. Numerical Simulation

D. B. Kuryliak

The scattering of the axially-symmetric TM-wave by the truncated cone is investigated using the “semi-conversion” technique. The characteristics of the far field pattern are analyzed, the distribution of the energy emitted into complementary conic areas is investigated and the normalized resistance of the dipole radiation is calculated.