

## СДВ “эльфы” как рассеивающие линзы в волноводе Земля – ионосфера

П. В. Блюх

*Радиоастрономический институт НАН Украины  
61002, Украина, Харьков, ул. Краснознаменная, 4*

*Статья поступила в редакцию 7 декабря 1999 г.*

В области молниевых разрядов типа “эльфа” происходит сужение волноводного канала Земля – ионосфера. В узкой части волновода фазовая скорость радиоволны возрастает, и вследствие этого область “эльфа” диаметром около 300 км действует как рассеивающая линза. Если “эльф” расположен на трассе передатчик – приемник, амплитуда радиосигнала уменьшается. Коэффициент ослабления рассчитан в статье двумя методами: на основе волновой теории и с использованием геометрической оптики. Результаты расчетов совпадают, а коэффициент ослабления “эльфа”-линзы соответствует наблюдаемым возмущениям радиосигналов.

На ділянці блискавкового розряду типу “ельфу” відбувається звуження хвилеводного каналу Земля – іоносфера. У вузькій частині хвилеводу фазова швидкість радіохвилі збільшується, і завдяки цьому ділянка “ельфу” діаметром близько 300 км діє як розсіювальна лінза. Якщо ельф розташований на трасі передавач – приймач, амплітуда радіосигналу зменшується. Коефіцієнт послаблення розраховано в статті за двома методами: на основі хвильової теорії та з використанням геометричної оптики. Результати розрахунків збігаються, а коефіцієнт ослаблення “ельфу”-лінзи відповідає спостережуванім збуренням радіосигналів.

### 1. Введение

До недавнего времени считалось, что основными проявлениями грозовой активности являются молниевые разряды и глобальный электрический ток, приводящий к заряду сферического конденсатора Земля – ионосфера с возникновением электрического поля ясной погоды.

В последнее десятилетие было обнаружено, что над грозовыми очагами достаточно регулярно возникают своеобразные электрические разряды, охватывающие область высот от десятков до сотни с лишним километров. Эти разряды проявляют себя в виде кратковременных светящихся образований, подчас столь причудливых и изменчивых форм, что для них уже стали традиционными несколько необычные для научной литературы романтические названия. Различают три основных типа электрических разрядов между облаками и ионосферой: “красные духи” (red sprites), “голубые струи” (blue jets) и “эльфы” (elves).

“Красные духи” образуют группу почти вертикальных светящихся столбов, время жизни которых изменяется от единиц до сотен миллисекунд. “Голубая струя” напоминает собой сравнительно узкий светящийся конус синего цвета, расширяющийся вверх над облаками до высот ~ 40÷50 км, где его диаметр достигает ~ 5 км. “Эльф” возникает как плоская горизонталь-

ная “чечевица” диаметром ~ 100÷300 км в области высот ~ 75÷105 км. “Эльф” – самое короткоживущее образование. Его время жизни не превышает ~ 1 мс. К настоящему времени уже появилась обширная литература, посвященная этим явлениям. Приведенные в статье цифры взяты из обзора Роджера [1], где читатель найдет также достаточно полную библиографию.

Перечисленные виды разрядов наблюдаются не только в оптике. Они одновременно порождают своеобразные возмущения радиоволн, распространяющихся в волноводе Земля – ионосфера. Речь идет прежде всего о СДВ диапазоне, в котором влияние ионосферных возмущений наиболее заметно. Возмущения СДВ могут проявляться по-разному. Светящиеся столбы, характерные для “красных духов”, представляют собой достаточно плотные плазменные образования, на которых происходит рассеяние радиоволн не только вдоль трассы распространения, но и под большими углами. Исследуя рассеянные радиоволны, удается определить ряд параметров, характеризующих электрические свойства “красных духов”. Соответствующая электродинамическая задача о рассеянии радиоволн на совокупности хорошо проводящих цилиндров была рассмотрена в работе [2].

Иным образом влияют на СДВ разряды типа “эльфов”. Поскольку здесь мы встречаемся с плавными ионосферными образованиями, рас-

сеяние на большие углы оказывается незначительным, и возмущения должны наблюдаться только в том случае, когда “эльф” расположен на трассе передатчик – приемник. Характерным для этого случая эффектом является кратковременное уменьшение амплитуды радиосигнала. В литературе это явление рассматривалось как следствие возрастания поглощения радиоволн в области “эльфа”, где происходит нагрев электронов квазиэлектростатическим полем над грозowymi облаками [3,4].

В настоящей работе мы обращаем внимание еще на один механизм, который также приводит к уменьшению амплитуды радиоволны, прошедшей под “эльфом”. Этот эффект не связан с поглощением и может быть назван геометрическим, так как он обусловлен уменьшением эффективной высоты волновода Земля – ионосфера в области “эльфа”. Чем уже волновод, тем больше фазовая скорость распространяющейся в нем волны. Следовательно, под центром “эльфа” фазовая скорость СДВ будет больше, чем под его границей, т. е. возмущенная область будет действовать как рассеивающая линза для волноводной моды. В результате дополнительной расходимости радиоволны ее амплитуда уменьшится, что соответствует наблюдениям [1].

## 2. Волновая теория СДВ “эльфа”

На рис. 1 схематически показана радиотрасса, пересекающая область “эльфа” в волноводе Земля – ионосфера. Для оценки параметров рассеивающей линзы, которую образует “эльф”, максимально упростим постановку

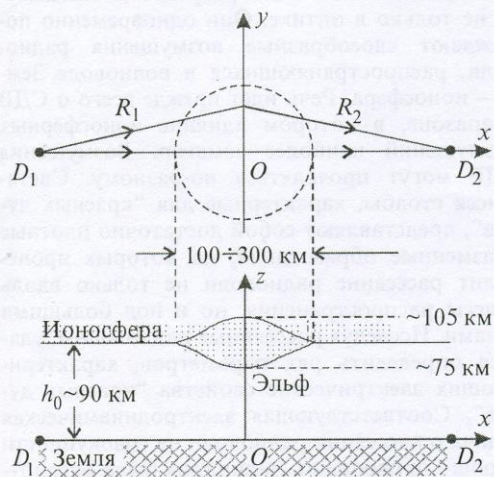


Рис. 1. Схематическое изображение “эльфа” на радиотрассе:  $D_1$  – передатчик,  $D_2$  – приемник

задачи. Будем считать, что ионосферное возмущение обладает круговой симметрией с характерным масштабом  $a$ . Предполагается также, что расстояния до передатчика –  $D_1$  и приемника –  $D_2$  намного превышают размеры “эльфа”. Это обстоятельство дает нам возможность воспользоваться приближением фазового экрана, который совместим с плоскостью  $x = 0$ . Поле  $n$ -й волноводной моды  $u_n$  в точке  $D_2$  определим с помощью принципа Гюйгенса путем интегрирования по координате  $y$  в плоскости фазового экрана. Исходная формула имеет вид:

$$u_n(D_2) = \frac{\sqrt{k_n^{(0)}}}{\sqrt{\pi(1+i)}} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u_n(y)|_{x=0}}{\sqrt{R_2}} \exp i [k_n^{(0)} R_2 + \Delta\varphi_n(y)] dy. \quad (1)$$

Интегрировать по оси  $z$  не нужно, так как конечная высота волновода уже учтена в (1), где рассматриваются волноводные моды (для простоты учитывается только одна  $n$ -я мода), а не волны в свободном пространстве. Постоянный множитель перед интегралом выбран таким образом, чтобы при отсутствии возмущения ( $\Delta\varphi_n(y) \equiv 0$ ) получалось обычное выражение для поля в точке  $D_2$ .

В формуле (1) использованы следующие обозначения:  $u_n(y)|_{x=0} = \frac{a_n^{(0)} e^{iS_n^{(0)}}}{\sqrt{R_1}} \exp(i k_n^{(0)} R_1)$  –

поле передатчика на фазовом экране;  $a_n^{(0)}$ ,  $S_n^{(0)}$  – начальные значения амплитуды и фазы;  $R_{1,2}$  – расстояния от точек  $D_1$  и  $D_2$  до точки интегрирования. Волновые числа  $k_n^{(0)}$  соответствуют невозмущенной высоте волновода  $h_0$ , а влияние “эльфа” учитывается дополнительной фазой  $\Delta\varphi_n(y)$ , возникающей за счет изменения высоты от  $h_0$  к  $h(x,y)$  с переходом от  $k_n^{(0)}$  к  $k_n(x,y)$ .

При определении  $\Delta\varphi_n(y)$  можно интегрировать разность  $\Delta k_n(x,y) = k_n(x,y) - k_n^{(0)}$  вдоль линий, параллельных оси  $x$ , так как углы преломления лучей в области возмущения очень малы. Таким образом,

$$\Delta\varphi_n(y) \approx \int_{D_1}^{D_2} [k_n(x,y) - k_n^{(0)}] dx. \quad (2)$$

Для нахождения волновых чисел  $k_n(x, y)$  и  $k_n^{(0)}$  надо знать граничные условия на стенках волновода. С целью упрощения расчетов будем считать их нулевыми. При этом теряется возможность учесть затухание, связанное с ионосферой, но линзовый эффект, который нас интересует, сохраняется в полной мере.

Интеграл в формуле (1) вычисляется методом стационарной фазы. Для этого показатель экспоненты надо разложить по степеням  $y$ , сохраняя квадратичные члены. Поэтому положим

$$R_{1,2} = \sqrt{D_{1,2}^2 + y^2} \cong D_{1,2} + y^2 / (2D_{1,2}).$$

Кроме того, учтем, что в СДВ диапазоне отличия  $k_n$  от  $k = \omega/c$  малы и

$$k_n(x, y) = \sqrt{k^2 - n^2 \pi^2 / h^2(x, y)} \cong k - n^2 \pi^2 / [2kh^2(x, y)].$$

Еще одним малым параметром является толщина “эльфа” по сравнению с  $h_0$ . Если  $h(x, y) = h_0 - \Delta h(x, y)$ , то при  $\Delta h \ll h_0$  получим:

$$1/h^2(x, y) \cong (1 + 2\Delta h/h_0) / h_0^2,$$

$$k_n(x, y) \cong k^2 - n^2 \pi^2 (1 + 2\Delta h(x, y)/h_0) / (2kh_0^2), \text{ и}$$

$$\Delta k_n = k_n - k_n^{(0)} \cong -\Delta h(x, y) n^2 \pi^2 / (2kh_0^3).$$

Далее надо задать определенную форму возмущения высоты волновода  $\Delta h(x, y)$ . Выберем для простоты гауссову функцию:

$$\Delta h(x, y) = \delta \exp[-(x^2 + y^2)/a^2].$$

Можно надеяться (это подтверждается дальнейшими расчетами), что в окончательные формулы войдут только характерные параметры возмущения  $\delta$  и  $a$ , т. е. выбор гауссовой формы не является существенным ограничением.

Вычисляя  $\Delta \varphi_n$  по формуле (2), можно расширить пределы интегрирования до бесконечности, так как  $D_{1,2} \gg a$ , а подынтегральная функция быстро спадает при  $|x| \gg a$ . Таким образом,

$$\Delta \varphi_n(y) \cong \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta k_n(x, y) dx \cong n^2 \pi^2 \delta / (2kh_0^3) \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-(x^2 + y^2)/a^2] dx = -\Delta \varphi_n(0) \exp(-y^2/a^2),$$

где

$$\Delta \varphi_n(0) = n^2 \pi^2 \sqrt{\pi} a \delta / (kh_0^3). \quad (3)$$

Ограничиваясь, как уже говорилось, квадратичными по  $y$  членами, получим

$$\Delta \varphi_n(y) \cong -\Delta \varphi_n(0) + \Delta \varphi_n(0) y^2 / a^2. \quad (4)$$

После этого формула (1) приобретет вид:

$$u_n(D_2) \cong \frac{\sqrt{k_n^{(0)}}}{\sqrt{\pi(1+i)}} \frac{a_n^{(0)}}{\sqrt{D_1 D_2}} \times \exp i \left[ S_n^{(0)} + k_n^{(0)}(D_1 + D_2) - \Delta \varphi_n(0) \right] \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(iy^2 p^2) dy, \quad (5)$$

где  $p^2 = k_n^{(0)} (1/D_1 + 1/D_2) / 2 + \Delta \varphi_n(0) / a^2$ .

При переходе от (1) к (5) мы заменили  $R_{1,2}$  в знаменателе на  $D_{1,2}$ , что допустимо, так как возникающая при этом погрешность не превосходит  $a^2 / D_{1,2}^2 \ll 1$ .

Путем подстановки  $y = \xi / P$  интеграл в (5)

$$\text{сводится к } \frac{1}{P} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\xi^2} d\xi = \frac{i+1}{P}, \text{ и}$$

$$u_n(D_2) = A(D_1 + D_2)^{-1/2} \times \left[ 1 + 2\Delta \varphi_n(0) D_1 D_2 / [k_n^{(0)}(D_1 + D_2) a^2] \right]^{-1/2}. \quad (6)$$

Здесь  $A = a_n^{(0)} \exp i [S_n^{(0)} + k_n^{(0)}(D_1 + D_2) - \Delta \varphi_n(0)]$  – комплексная амплитуда волны. При отсутствии возмущения ( $\Delta \varphi_n \equiv 0$ ) мы получим обычную цилиндрическую волну  $n$ -й моды:

$$u_n^{(0)}(D_2) = a_n^{(0)} (D_1 + D_2)^{-1/2} \exp i [S_n^{(0)} + k_n^{(0)}(D_1 + D_2)]. \quad (7)$$

Определим множитель ослабления, создаваемого “эльфом”, как отношение амплитуд  $u_n(D_2)$  и  $u_n^{(0)}(D_2)$ . Согласно (6) и (7) получим

$$Q = |u_n(D_2) / u_n^{(0)}(D_2)| = \left[ 1 + 2\Delta \varphi_n(0) D_1 D_2 / [k_n^{(0)}(D_1 + D_2) a^2] \right]^{-1/2}. \quad (8)$$

Это и есть окончательный результат наших расчетов. Численные значения  $Q$  будут обсуждены ниже, а пока рассмотрим ту же задачу в приближении геометрической оптики.

### 3. Геометрическая оптика СДВ “эльфа”

В геометрической оптике свойства линзы определяются законом преломления лучей, проходящих сквозь линзу. Таким образом может быть описано и влияние “эльфа” на СДВ в волноводе Земля – ионосфера (рис. 2). Поскольку нас интересует поле волны на большом расстоянии от линзы, можно считать, что преломление лучей происходит в плоскости  $x = 0$ .

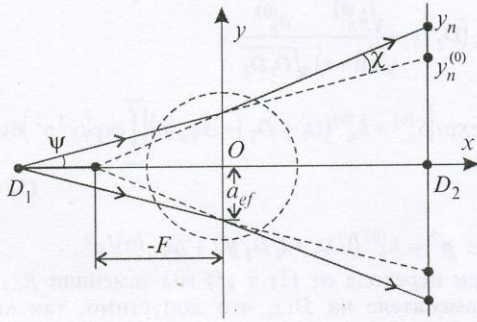


Рис. 2. Преломление лучей в области “эльфа”:  $\psi$  – исходный угол расходимости лучей;  $\chi$  – угол преломления лучей

На линзу падает пучок расходящихся лучей, идущих от передатчика в точке  $D_1$ . Исходная расходимость лучей, пересекающих область “эльфа”, равна  $\psi \approx a_{ef}/D_1$ , где  $a_{ef}$  – эффективный радиус “эльфа”. Обозначим через  $y_n^{(0)}$  отклонение от оси  $x$  граничного невозмущенного луча в плоскости расположения приемника. Из закона сохранения энергии следует, что интенсивность невозмущенного поля цилиндрической волны в плоскости  $x = D_2$  равна  $I_1 = I_0 a_{ef}/y_n^{(0)} = I_0 D_1/(D_1 + D_2)$ , где  $I_0$  – интенсивность волны в апертуре линзы, т. е. при  $x = 0$ .

После прохождения плоскости  $x = 0$  расходимость лучей возрастает на угол  $\chi \approx \Delta\varphi_n(0)/(k_n^{(0)} a_{ef})$ , где  $\Delta\varphi_n(0)$  – дополнительная фаза на луче, проходящем через центр “эльфа”. Преломленный луч пересекает плоскость  $x = D_2$  на уровне

$$y_n \approx (F + D_2)(\chi + \psi),$$

$$\text{где } F = a_{ef}/(\chi + a_{ef}/D_1).$$

Если на линзу падает поток параллельных лучей ( $D_1 \rightarrow \infty$ ), величина  $F$  определяет фокусное

расстояние линзы (фокус располагается в точке  $x = -F$ ). Интенсивность в пучке лучей, прошедших сквозь область “эльфа”, равна

$$I_2 = I_0 a_{ef}/y_n = I_0 a_{ef}/[(F + D_2)(\chi + a_{ef}/D_1)].$$

Поскольку интенсивность пропорциональна квадрату напряженности поля, коэффициент ослабления амплитуды волны в приближении геометрической оптики равен

$$Q_g = (I_2/I_1)^{1/2} = [a_{ef}(D_1 + D_2)]^{1/2} \times [D_1(F + D_2)(\chi + a_{ef}/D_1)]^{-1/2}.$$

После подстановки приведенных выше выражений для  $F$  и  $\chi$  получим

$$Q_g = \left\{ \frac{+ D_1 D_2 \Delta\varphi_n(0)}{[k_n^{(0)} a_{ef}^2 (D_1 + D_2)]} \right\}^{1/2}. \quad (9)$$

Сравнивая формулы (8) и (9), легко убедиться, что  $Q$  и  $Q_g$  полностью совпадают, если считать, что эффективный радиус “эльфа”  $a_{ef}$  и параметр гауссовой функции  $a$  связаны соотношением  $a_{ef} = a/\sqrt{2}$ . Таким образом, волновая теория и геометрическая оптика приводят к одному и тому же результату для коэффициента ослабления рассеивающей линзы, созданной СДВ “эльфом”.

### 4. Дискуссия

Для завершения расчетов выполним численные оценки, связанные с действием “эльфа” как рассеивающей линзы. Формулой (8) можно будет воспользоваться, если задать величины входящих в нее параметров. Выберем частоту волны в СДВ диапазоне равной  $f = 10$  кГц. Ей соответствует волновое число в свободном пространстве  $k \approx 0.2 \text{ км}^{-1}$ . Будем рассматривать распространение первой волноводной моды ( $n = 1$ ). В невозмущенном волноводе высотой  $h_0 = 90$  км волновое число  $k_1^{(0)}$  мало отличается от  $k$  ( $k_1^{(0)} \approx 0.03 + 0.2 \text{ км}^{-1}$ ) и его также можно принять равным  $k_1^{(0)} \approx 0.2 \text{ км}^{-1}$ .

В качестве характеристик гауссовой формы “эльфа” положим  $a = 100$  км и  $\delta = 15$  км, что соответствует рис. 1. Тогда возмущение фазы СДВ под центром “эльфа” будет равно  $\Delta\varphi_1(0) = \pi\sqrt{\pi a \delta}/(k h_0^3) \approx 0.2$  рад. Далее необходимо задать длины трасс  $D_1$  и  $D_2$ . Выберем их равными 1000 км. При этом второе слагаемое в подкоренном выражении в (8),

$2\Delta\phi_1(0)D_1D_2/[k_n^{(0)}(D_1+D_2)a^2]$ , окажется равным 0.1, а коэффициент ослабления

$Q \approx 0.95$  или  $-0.4$  дБ.

Остается сравнить найденную величину с результатами наблюдений, что не так просто сделать, так как возникновение “эльфа” на трассе передатчик-приемник – событие достаточно редкое.

О том, что “эльф” вызывает заметные изменения поля СДВ сигналов, сказано в [1] со ссылкой на работу [5]. Однако количественных данных в статье не приводится. С “эльфом” могут быть связаны очень кратковременные возмущения СДВ, описанные в работе [6]. Пример такого кратковременного уменьшения амплитуд СДВ сигнала приведен в [1] на рис. 17, взятом из статьи [7]. Здесь отчетливо виден резкий спад амплитуды поля на  $\sim 1$  дБ с немедленным возрастанием к исходному значению.

Представляется возможным сравнить наш расчет именно с этим возмущением, которое отличается характерной для “эльфа” очень малой длительностью. Несмотря на то, что данные наблюдений, относящихся к рис. 17 (дистанции  $D_1$  и  $D_2$ , частота  $f$ ), в статье [1] не указаны, зависимость  $Q$  от этих величин согласно (8) является достаточно плавной, и сильных изменений в наших оценках ожидать не следует.

Таким образом, можно считать, что расчет ( $Q_{расч} \approx -0.4$  дБ) более или менее согласуется с наблюдениями ( $Q_{набл} \approx -1$  дБ). Нескольким меньшее значение расчетных данных легко понять, если вспомнить, что мы рассматривали только геометрические факторы, не учитывая дополнительного затухания в ионосфере. Более последовательным был бы учет геометрических факторов (эффект рассеивающей линзы) и дополнительного затухания одновременно. При этом схему расчета, приведенного в данной статье, можно сохранить, но вместо нулевых граничных условий на ионосферной стенке

волновода задать определенное значение импеданса, соответствующего параметрам ионосферы.

#### Литература

1. C. J. Rodger. *Reviews of Geophysics*. 1999, **37**, pp. 317-336.
2. C. J. Rodger, J. R. Wait, and R. L. Dowden. *Radio Sci.* 1997, **32**, pp. 907-912.
3. V. P. Pasko, U. S. Inan, Y. N. Taranenko, and T. F. Bell. *Geophys. Res. Lett.* 1995, **22**, pp. 365-368.
4. U. S. Inan, A. Shingeland, V. P. Pasko, and J. V. Rodriguez. *J. Geophys. Res.* 1996, **101**, pp. 5219-5238.
5. H. Fukunishi, Y. Takahashi, M. Kubota, K. Sakanoi, U. S. Inan, and W. L. Lyons. *Geophys. Res. Lett.* 1996, **23**, pp. 2157-2160.
6. R. L. Dowden, C. D. D. Adams, J. B. Brundell, and P. E. Dowden. *J. Atmos. Terr. Phys.* 1994, **56**, pp. 1513-1527.
7. R. L. Dowden, C. J. Rodger, and J. B. Brundell. *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.* 1998, **60**, pp. 741-753.

#### ELF “Elves” as Negative Lenses in the Earth-Ionosphere Waveguide

P. V. Bliokh

In the area of a lightning discharge of the elf type, the width of the Earth – ionosphere waveguide decreases. In the narrow part of the waveguide the wave phase velocity increases, and due to that an elf area having a diameter of about 300 km appears to act as a negative (scattering) lens.

If the elf is located along the transmitter-receiver path, the signal amplitude decreases. An attenuation factor is calculated in the paper by two techniques, namely based on the wave theory and the geometric optics. The results of the calculations agree with the observed signal disturbances.