

Дифракция нестационарной ТЕМ-волны на открытом конце коаксиального волновода

А. Н. Думин, В. А. Катрич, Н. Н. Колчигин, С. Н. Пивненко, О. А. Третьяков

*Харьковский национальный университет
61077, г. Харьков, пл. Свободы, 4
E-mail: Alexander.N.Dumin@univer.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 18 ноября, после переработки 12 января 2000 г.

Методом модового базиса решена задача дифракции нестационарной ТЕМ-волны на открытом конце коаксиального волновода. Для ТЕМ-волны со ступенчатой зависимостью амплитуды от времени получены аналитические выражения для полей, излученных в свободное пространство и отраженных внутрь волновода. Для волны с произвольной зависимостью амплитуды от времени решение получено путем вычисления интеграла Дюамеля. С целью проверки полученных результатов проведен эксперимент по измерению пространственных и временных зависимостей поля, излученного коаксиальной апертурой, и сравнительный анализ теоретических и экспериментальных результатов. Показано, что найденное решение задачи позволяет достаточно хорошо моделировать излучение коротких импульсов коническим коаксиальным излучателем.

Методом модового базиса розв'язано задачу дифракції нестационарної ТЕМ-хвилі на відкритому кінці коаксіального хвилеводу. Для ТЕМ-хвилі зі ступінчастою залежністю амплітуди від часу одержано аналітичні вирази для полів, що випромінені у вільний простір і відбиті всередину хвилевода. Для хвилі з довільною залежністю амплітуди від часу розв'язок одержано шляхом обчислення інтегралу Дюамеля. З метою перевірки одержаних результатів проведено експеримент по вимірюванню просторових і часових залежностей поля, випроміненого коаксіальною апертурою, і порівняльний аналіз теоретичних та експериментальних результатів. Показано, що знайдене рішення задачі дозволяє досить добре моделювати випромінювання коротких відеоімпульсів конічним коаксіальним випромінювачем.

Введение

Метод эволюционных волноводных уравнений [1] основан на разложении электромагнитного поля по модовому базису, который содержит функции, зависящие только от поперечных координат. Это позволяет решать задачи возбуждения и распространения нестационарных электромагнитных волн в волноводах, заполненных нелинейной нестационарной слоисто-неоднородной средой. В простейшем случае, когда волновод заполнен линейной стационарной однородной средой, такая задача сводится к решению двух уравнений Клейна-Гордона и одного волнового уравнения, описывающих независимое распространение Е-, Н- и Т-волн в волноводе, совместно с начальными и граничными условиями в поперечных сечениях волновода.

Используя метод разделения переменных, можно получить общие решения этих уравнений, не прибегая к преобразованию Фурье по времени. Наиболее простое и удобное решение уравнения Клейна-Гордона получено в [2] для нестационарного источника с временной зависимостью в виде функции Хевисайда. Подста-

новка этого решения в интеграл Дюамеля позволяет найти поле в волноводе в случае возбуждения источником с произвольной временной зависимостью.

В работе [3] получены эволюционные уравнения, описывающие процесс излучения и распространения нестационарных электромагнитных полей в свободном пространстве. Для этого был осуществлен переход от представления поля в виде дискретной суммы мод к представлению в виде интеграла по модам свободного пространства. Сторонние источники поля задавались в начальных и граничных условиях, сторонние токи и заряды – в правых частях эволюционных уравнений, описывающих независимое распространение Е- и Н-волн в свободном пространстве. Как пример была решена задача излучения нестационарной волны диском с заданным распределением нестационарного тока. В [4] рассматривался излучатель в виде открытого конца коаксиального волновода с бесконечным фланцем, возбужденного нестационарной ТЕМ-волной. Распределение поля на раскрытие было принято идентичным его распределению внутри бесконечного волновода.

Целью данной работы является теоретическое и экспериментальное исследование дифракции нестационарной волны на открытом конце коаксиального волновода. Теоретическая часть состоит в получении решения задачи дифракции ТЕМ-волны с временной зависимостью амплитуды в виде функции Хевисайда на открытом конце коаксиального волновода (переходной диаграммы) и подстановке его в интеграл Дюамеля, который содержит временную зависимость ТЕМ-волны. Сравнение теории с экспериментом позволяет обосновать применимость выбранной теоретической модели для расчета реальных коаксиальных конических излучателей.

1. Постановка задачи

Пусть ТЕМ-волна с временной зависимостью в виде функции Хевисайда распространяется внутри полубесконечного коаксиального волновода с внутренним радиусом b и внешним радиусом a . Достигнув раскрытия волновода, расположенного в сечении $z=0$, она частично отразится, частично преобразуется в другие моды коаксиального волновода и излучится в свободное пространство (см. рис. 1).

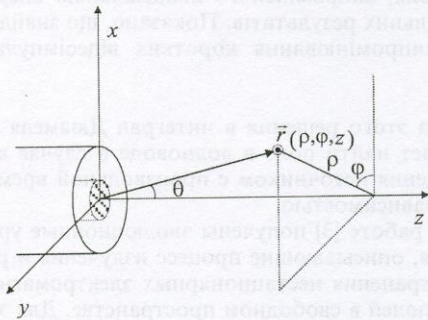


Рис. 1. Геометрия задачи

Электромагнитное поле внутри коаксиального волновода согласно [1] представляется в виде:

$$\vec{H}(\rho, \varphi, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \nabla \psi_m(\rho, \varphi) \frac{\partial}{\partial z} h_m(z, t) + \sum_{n=0}^{\infty} [\nabla \phi_n(\rho, \varphi) \times \vec{z}_0] \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} e_n(z, t) + [\nabla U(\rho, \varphi) \times \vec{z}_0] \frac{\partial}{\partial z} f(z, t),$$

$$\vec{E}(\rho, \varphi, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} [\vec{z}_0 \times \nabla \psi_m(\rho, \varphi)] \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} h_m(z, t) + \sum_{n=0}^{\infty} \nabla \phi_n(\rho, \varphi) \frac{\partial}{\partial z} e_n(z, t) + \nabla U(\rho, \varphi) \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} f(z, t), \quad (1)$$

$$H_z(\rho, \varphi, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \chi_m^2 \psi_m(\rho, \varphi) h_m(z, t),$$

$$E_z(\rho, \varphi, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \xi_n^2 \phi_n(\rho, \varphi) e_n(z, t),$$

где ρ, φ, z – цилиндрические координаты; \vec{z}_0 – орт оси волновода; ε_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные; $\psi_m(\rho, \varphi)$ и $\phi_n(\rho, \varphi)$ – мембранные функции, определяющие распределение поля в сечении волновода, удовлетворяющие уравнениям:

$$\begin{aligned} (\Delta + \chi_m^2) \psi_m(\rho, \varphi) &= 0, \\ (\Delta + \xi_n^2) \phi_n(\rho, \varphi) &= 0, \\ \Delta U(\rho, \varphi) &= 0; \end{aligned}$$

граничным условиям:

$$\left. \frac{\partial}{\partial n} \psi_m \right|_L = 0, \quad \phi_n|_L = 0, \quad U|_{\rho=b} = 0, \quad U|_{\rho=a} = p;$$

и условиям нормировки:

$$\begin{aligned} \frac{\chi_m^2}{\pi(a^2 - b^2)} \int_S dS |\psi_m|^2 &= 1, \\ \frac{\xi_n^2}{\pi(a^2 - b^2)} \int_S dS |\phi_n|^2 &= 1, \\ \frac{1}{\pi(a^2 - b^2)} \int_S dS |\nabla U|^2 &= 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь χ_m, ξ_n – собственные числа мембранных функций; S – поперечное сечение волновода; L – контур поперечного сечения волновода; p – константа, подлежащая нахождению из условия нормировки; $h_m(z, t), e_n(z, t)$ и $f(z, t)$ – эволюционные коэффициенты, описывающие независимое распространение Н-, Е- и ТЕМ-волн соответственно и удовлетворяющие эволюционным уравнениям:

$$\left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \chi_m^2 \right\} h_m(z, t) = 0,$$

$$\left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \xi_n^2 \right\} e_n(z, t) = 0,$$

$$\left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\} f(z, t) = 0,$$

которые дополнены начальными и граничными условиями, c – скорость света. Отметим, что первые два уравнения являются уравнениями типа Клейна-Гордона. Так как коаксиальный волновод имеет двусвязный контур поперечного сечения, ТЕМ-волна представлена единственной модой.

Поле в свободном пространстве, в соответствии с [3], имеет вид:

$$\begin{aligned} \vec{H}(\rho, \varphi, z, t) &= - \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^{\infty} d\chi \nabla \psi_m^s(\rho, \varphi; \chi) \frac{\partial}{\partial z} A_m(z, t; \chi) + \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} d\xi [\vec{z}_0 \times \nabla \phi_n^s(\rho, \varphi; \xi)] \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} B_n(z, t; \xi), \\ \vec{E}(\rho, \varphi, z, t) &= \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^{\infty} d\chi [\nabla \psi_m^s(\rho, \varphi; \chi) \times \vec{z}_0] \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \times \\ &\times A_m(z, t; \chi) - \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} d\xi \nabla \phi_n^s(\rho, \varphi; \xi) \frac{\partial}{\partial z} B_n(z, t; \xi), \end{aligned} \quad (3)$$

$$H_z(\rho, \varphi, z, t) = - \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \chi^2 d\chi \psi_m^s(\rho, \varphi; \chi) A_m(z, t; \chi),$$

$$E_z(\rho, \varphi, z, t) = - \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \xi^2 d\xi \phi_n^s(\rho, \varphi; \xi) B_n(z, t; \xi),$$

где $\psi_m^s(\rho, \varphi; \chi) = \frac{J_m(\chi\rho)}{\sqrt{\chi}} e^{im\varphi}$; $\phi_n^s(\rho, \varphi; \xi) = \frac{J_n(\xi\rho)}{\sqrt{\xi}} e^{in\varphi}$;

$J_m(\cdot)$ – функция Бесселя; $A_m(z, t; \chi)$ и $B_n(z, t; \xi)$ – эволюционные коэффициенты, описывающие распространение Н- и Е-волн соответственно и удовлетворяющие эволюционным уравнениям:

$$\left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \chi^2 \right\} A_m(z, t; \chi) = 0,$$

$$\left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \xi^2 \right\} B_n(z, t; \xi) = 0,$$

которые дополнены начальными и граничными условиями.

Исходя из этих представлений, поле ТЕМ-волны внутри коаксиального волновода имеет вид:

$$\vec{E} = -\vec{\rho}_0 \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{2 \ln \frac{a}{b}}} \frac{1}{\rho} \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} f,$$

$$\vec{H} = \vec{\varphi}_0 \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{2 \ln \frac{a}{b}}} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} f,$$

где $\vec{\rho}_0, \vec{\varphi}_0$ – орты цилиндрической системы координат; $f(z, t) = f^i(z, t) + f^r(z, t)$, $f^i(z, t)$ и $f^r(z, t)$ – эволюционные коэффициенты, описывающие падающую и отраженную волны соответственно, которые подчиняются эволюционному уравнению

$$\left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\} f(z, t) = 0.$$

Задав для падающей волны нулевые начальные условия по времени:

$$f^i(z, t_0) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} f^i(z, t_0) = 0,$$

и по координате в произвольном сечении волновода $z = -z_0$:

$$f^i(z, t) \Big|_{z=-z_0} = \varphi(ct) = (ct + z_0)H(ct + z_0),$$

$$\frac{\partial}{\partial z} f^i(z, t) \Big|_{z=-z_0} = \psi(ct) = -H(ct + z_0),$$

где $H(\cdot)$ – функция Хевисайда, а также используя формулу Даламбера

$$f^i(z, t) = \frac{1}{2} [\varphi(ct - z) + \varphi(ct + z)] + \frac{1}{2} \int_{ct-z}^{ct+z} d\theta \psi(\theta),$$

получим $f^i(z, t) = (ct - z)H(ct - z)$. Таким образом, в сечении $z = -z_0$ в момент времени $t_0 = -z_0/c$ возникает волна со ступенчатой зависимостью компонент поля от времени, распространяющаяся в направлении возрастания z .

Так как исследуемый волновод и распределение поля источника обладают аксиальной симметрией, то порождаемые поля не будут зависеть от угла φ . Поэтому мембранные функции коаксиального волновода принимают вид:

$$\begin{aligned} \psi_m(\rho) &= C_m^1 J_0(\chi_m \rho) + C_m^2 N_0(\chi_m \rho), \\ \phi_n(\rho) &= C_n^3 J_0(\xi_n \rho) + C_n^4 N_0(\xi_n \rho), \end{aligned}$$

где $N_0(\cdot)$ – функция Неймана; χ_m и ξ_n – корни дисперсионных уравнений:

$$\begin{aligned} J_1(\chi_m a) N_1(\chi_m b) - J_1(\chi_m b) N_1(\chi_m a) &= 0, \\ J_0(\xi_n a) N_0(\xi_n b) - J_0(\xi_n b) N_0(\xi_n a) &= 0; \end{aligned}$$

$C_m^1, C_m^2, C_n^3, C_n^4$ – коэффициенты, удовлетворяющие условиям нормировки (2). Аналогичные функции в разложении поля в свободном пространстве имеют вид:

$$\psi_0^s \equiv \psi^s(\rho; \chi) = \frac{J_0(\chi \rho)}{\sqrt{\chi}}, \quad \phi_0^s \equiv \phi^s(\rho; \xi) = \frac{J_0(\xi \rho)}{\sqrt{\xi}}.$$

2. Сопряжение полей

Удовлетворим условиям непрерывности всех компонент полей в волноводе и в свободном пространстве в сечении $z=0$:

$$\begin{aligned} - \int_0^\infty d\xi \sqrt{\xi} J_1(\xi \rho) \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} B \Big|_{z=0} &= \\ = \sum_{n=0}^\infty (C_n^3 J_1(\xi_n \rho) + C_n^4 N_1(\xi_n \rho)) \xi_n \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} e_n \Big|_{z=0} &+ \\ + \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{2 \ln \frac{a}{b}}} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} f \Big|_{z=0}, \quad b < \rho < a, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \int_0^\infty d\xi \sqrt{\xi} J_1(\xi \rho) \frac{\partial}{\partial z} B \Big|_{z=0} &= \\ = - \sum_{n=0}^\infty (C_n^3 J_1(\xi_n \rho) + C_n^4 N_1(\xi_n \rho)) \xi_n \frac{\partial}{\partial z} e_n \Big|_{z=0} &- \\ - \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{2 \ln \frac{a}{b}}} \frac{1}{\rho} \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} f \Big|_{z=0}, \quad b < \rho < a, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} - \int_0^\infty \xi^{3/2} d\xi J_0(\xi \rho) B \Big|_{z=0} &= \\ = \sum_{n=0}^\infty (C_n^3 J_0(\xi_n \rho) + C_n^4 N_0(\xi_n \rho)) \xi_n^2 e_n \Big|_{z=0}, \quad b < \rho < a. \end{aligned} \quad (6)$$

Считаем, что до момента времени $t=0$ существует только падающая ТЕМ-волна, то есть

для искомым полей начальные условия – нулевые:

$$\begin{aligned} B(z, t; \xi) \Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} B(z, t; \xi) \Big|_{t=0} = 0, \\ e_n(z, t) \Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} e_n(z, t) \Big|_{t=0} = 0. \end{aligned}$$

Чтобы получить при $z=0$ условия для эволюционных коэффициентов $e_n(z, t)$, можно воспользоваться ортогональностью мембранных функций ТЕМ- и Е-волн с разными индексами. Умножая слева и справа (5) и (6) на $\nabla \phi_n$ и ϕ_n соответственно и интегрируя по сечению волновода, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} e_n \Big|_{z=0} &= \frac{2\xi_n}{a^2 - b^2} \int_0^\infty \sqrt{\xi} d\xi W_n^1(\xi) \frac{\partial}{\partial z} B \Big|_{z=0}, \\ e_n \Big|_{z=0} &= \frac{-2}{a^2 - b^2} \int_0^\infty \xi^2 d\xi W_n^0(\xi) B \Big|_{z=0}, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} W_n^1(\xi) &= \frac{\xi}{\xi^2 - \xi_n^2} \{ b J_0(\xi b) [C_n^3 J_1(\xi_n b) + C_n^4 N_1(\xi_n b)] - \\ - a J_0(\xi a) [C_n^3 J_1(\xi_n a) + C_n^4 N_1(\xi_n a)] \}, \\ W_n^0(\xi) &= \frac{\xi_n}{\xi} W_n^1(\xi). \end{aligned}$$

Аналогичным образом получим начальные условия и для другого эволюционного коэффициента $f^r(z, t)$ из (4) и (5). Для этого левую и правую части (4) умножим на $[\nabla U \times \vec{z}_0] = \vec{\varphi}_0 \frac{1}{\rho} \sqrt{a^2 - b^2} / 2 \ln \frac{a}{b}$, а левую и правую части (5) – на ∇U , и проинтегрируем по сечению волновода. В результате получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} f^i \Big|_{z=0} + \frac{\partial}{\partial z} f^r \Big|_{z=0} &= \sqrt{2/(a^2 - b^2)} \ln \frac{a}{b} \times \\ \times \int_0^\infty \frac{d\xi}{\sqrt{\xi}} [J_0(\xi a) - J_0(\xi b)] \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} B \Big|_{z=0}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \mu_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} f^i \Big|_{z=0} + \frac{\partial}{\partial t} f^r \Big|_{z=0} \right) &= \\ = \sqrt{2/(a^2 - b^2)} \ln \frac{a}{b} \int_0^\infty \frac{d\xi}{\sqrt{\xi}} [J_0(\xi a) - J_0(\xi b)] \frac{\partial}{\partial z} B \Big|_{z=0}. \end{aligned} \quad (9)$$

3. Решение эволюционных уравнений

В работе [5] приведено общее решение уравнения Клейна-Гордона. Будем искать решения в свободном пространстве и внутри волновода в виде рядов по цилиндрическим функциям целого индекса.

Е-волна в свободном пространстве:

$$B(z,t;\xi) = \sum_{m=0}^{\infty} C_m(\xi) \left(\frac{ct-z}{ct+z} \right)^{\frac{m}{2}} J_m \left(\xi \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right);$$

$$\frac{\partial}{\partial z} B(z,t;\xi) = -\frac{\xi z C_0(\xi)}{\sqrt{c^2 t^2 - z^2}} J_1 \left(\xi \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) -$$

$$-\frac{\xi}{2} \sum_{m=1}^{\infty} C_m(\xi) \left(\frac{ct-z}{ct+z} \right)^{\frac{m-1}{2}} \times$$

$$\times \left[J_{m-1} \left(\xi \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) + \left(\frac{ct-z}{ct+z} \right) J_{m+1} \left(\xi \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) \right]; \quad (10)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} B(z,t;\xi) = -\frac{\xi ct C_0(\xi)}{\sqrt{c^2 t^2 - z^2}} J_1 \left(\xi \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) +$$

$$+\frac{\xi}{2} \sum_{m=1}^{\infty} C_m(\xi) \left(\frac{ct-z}{ct+z} \right)^{\frac{m-1}{2}} \times$$

$$\times \left[J_{m-1} \left(\xi \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) - \left(\frac{ct-z}{ct+z} \right) J_{m+1} \left(\xi \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) \right],$$

где $C_m(\xi)$ – неизвестные функции, зависящие только от ξ .

Г-волна в волноводе:

Падающая

$$f^i(z,t) = (ct-z)H(ct-z),$$

$$\frac{\partial}{\partial z} f^i(z,t) = -H(ct-z),$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} f^i(z,t) = H(ct-z);$$

(11)

отраженная

$$f^r(z,t) = A(ct+z)H(ct+z),$$

$$\frac{\partial}{\partial z} f^r(z,t) = A'(ct+z)H(ct+z),$$

$\frac{\partial}{\partial z}$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} f^r(z,t) = A'(ct+z)H(ct+z).$$

Неизвестная функция $A(\cdot)$ и ее производная $A'(\cdot)$ определяют зависимость амплитуды отраженной волны от времени и продольной координаты. Формулы (11) записаны для случая, когда в начальный момент времени $t=0$ в сечении $z=0$ амплитуда падающей волны равна нулю, и, следовательно, отраженная волна отсутствует.

Е-волна в волноводе:

$$e_n(z,t) = \sum_{m=0}^{\infty} D_m^n \left(\frac{ct+z}{ct-z} \right)^{\frac{m}{2}} J_m \left(\xi_n \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right),$$

$$\frac{\partial}{\partial z} e_n(z,t) = \xi_n \left\{ D_0^n \frac{z}{\sqrt{c^2 t^2 - z^2}} J_1 \left(\xi_n \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) + \right.$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} D_m^n \left(\frac{ct+z}{ct-z} \right)^{\frac{m-1}{2}} \times$$

$$\times \left[J_{m-1} \left(\xi_n \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) + \left(\frac{ct+z}{ct-z} \right) J_{m+1} \left(\xi_n \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) \right] \left. \right\}, \quad (12)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} e_n(z,t) = \xi_n \left\{ -D_0^n \frac{ct}{\sqrt{c^2 t^2 - z^2}} J_1 \left(\xi_n \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) + \right.$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} D_m^n \left(\frac{ct+z}{ct-z} \right)^{\frac{m-1}{2}} \times$$

$$\times \left[J_{m-1} \left(\xi_n \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) - \left(\frac{ct+z}{ct-z} \right) J_{m+1} \left(\xi_n \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) \right] \left. \right\},$$

где D_m^n – неизвестные константы.

4. Нахождение эволюционных коэффициентов

Неизвестные коэффициенты в решениях (10)-(12) можно найти путем подстановки этих выражений в соотношения, полученные при сопряжении полей в сечении $z=0$. Чтобы найти выражения для полей в свободном пространстве, подставим формулы (10)-(11) в (8)-(9) и после преобразований получим два равенства:

$$A'(ct) = -c\epsilon_0 \frac{1}{\sqrt{2(a^2 - b^2)} \ln \frac{a}{b}} \int_0^\infty d\xi \frac{[J_0(\xi a) - J_0(\xi b)]}{\sqrt{\xi}} \times \\ \times \xi \left\{ C_0(\xi) J_1(\xi ct) + \sum_{m=1}^{\infty} C_m(\xi) J_{m+1}(\xi ct) \right\}, \quad (13)$$

$$1 = \frac{1}{c\mu_0} \frac{1}{\sqrt{2(a^2 - b^2)} \ln \frac{a}{b}} \int_0^\infty d\xi \frac{[J_0(\xi a) - J_0(\xi b)]}{\sqrt{\xi}} \times \\ \times \xi \left\{ C_0(\xi) J_1(\xi ct) - \sum_{m=1}^{\infty} C_m(\xi) J_{m-1}(\xi ct) \right\}. \quad (14)$$

Пользуясь известной формулой $1 = J_0(x) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} J_{2m}(x)$,

а также формулой [6]

$$\int_0^\infty \frac{1}{x} [J_0(cx) - J_0(dx)]^2 dx = \ln \frac{c}{d}, \quad c > d > 0, \quad (15)$$

можно показать, что коэффициенты вида

$$C_0(\xi) = C_2(\xi), \\ C_1(\xi) = c\mu_0 \frac{[J_0(\xi a) - J_0(\xi b)]}{\xi^{3/2}} \sqrt{\frac{2(a^2 - b^2)}{\ln(a/b)}}, \\ C_{2m+1} = 2C_1 \text{ при } m = 1, 2, 3, \dots, \\ C_{2m} = 0 \text{ при } m = 2, 3, 4, \dots$$

удовлетворяют (14). Коэффициенты $C_0(\xi)$ и $C_2(\xi)$ равны нулю, так как они не зависят от амплитуды падающего поля. Только в этом случае, как видно из выражений (10), амплитуда продольной компоненты поля в свободном пространстве $B(z, t; \xi)$ убывает с ростом времени и продольной координаты. Учитывая это, запишем амплитуды всех компонент поля в свободном пространстве:

$$B(z, t; \xi) = \\ = -D \frac{[J_0(\xi a) - J_0(\xi b)]}{\xi^{3/2}} \left\{ \left(\frac{ct - z}{ct + z} \right)^{1/2} J_1 \left(\xi \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) + \right. \\ \left. + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{ct - z}{ct + z} \right)^{m+1/2} J_{2m+1} \left(\xi \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) \right\}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} B(z, t; \xi) = D \frac{[J_0(\xi a) - J_0(\xi b)]}{2\xi^{1/2}} \times \\ \times \left\{ J_0 \left(\xi \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) + 3 \left(\frac{ct - z}{ct + z} \right) J_2 \left(\xi \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) + \right. \\ \left. + 4 \sum_{m=2}^{\infty} \left(\frac{ct - z}{ct + z} \right)^m J_{2m} \left(\xi \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) \right\}, \quad (17)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} B(z, t; \xi) = -D \frac{[J_0(\xi a) - J_0(\xi b)]}{2\xi^{1/2}} \times \\ \times \left\{ J_0 \left(\xi \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) + \left(\frac{ct - z}{ct + z} \right) J_2 \left(\xi \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) \right\}, \quad (18)$$

где $D = c\mu_0 \sqrt{2(a^2 - b^2) / \ln(a/b)}$.

Подстановка (16)-(17) в (7) позволяет найти граничные условия для задачи по отысканию поля Е-волны в волноводе.

Временная зависимость поперечных компонент поля отраженной ТЕМ-волны определяется функцией:

$$A'(ct) = \frac{1}{\ln(a/b)} \times \\ \times \int_0^\infty d\xi \frac{[J_0(\xi a) - J_0(\xi b)]^2}{\xi} \{ 1 - J_0(\xi ct) - J_2(\xi ct) \} \quad (19)$$

Легко видеть, что $A'(0) = 0$ и $A'(ct)|_{t \rightarrow \infty} = 1$.

Первое равенство описывает случай, когда амплитуда падающей волны в начальный момент времени равна нулю – тогда нет и отраженной волны. Второе равенство показывает, что спустя длительное время сумма амплитуд магнитных компонент падающей и отраженной ТЕМ-волн в волноводе будет равна нулю при существовании статической электрической компоненты.

Используя формулу (15), преобразуем выражение (19) к следующему виду:

$$A'(ct) = 1 - \frac{2}{ct \ln(a/b)} I(ct), \quad (20)$$

$$\text{где } I(\tau) = \int_0^\infty d\xi \frac{[J_0(\xi a) - J_0(\xi b)]^2}{\xi^2} J_1(\xi \tau), \quad \tau = ct.$$

Подынтегральная функция стремится к нулю при $\xi \rightarrow 0$ как ξ^3 , а при $\xi \rightarrow \infty$ как $\xi^{-7/2}$. Таким образом, для вычисления данного интеграла можно использовать замену произведения двух бesselевых функций с одинаковыми индексами интегралом от одной функции Бесселя (согласно формуле Гегенбауэра [7]) с последующим изменением порядка интегрирования. После упрощений с применением формул [6,8]

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2} [1 - J_0(bx)] J_1(cx) = \begin{cases} \frac{c}{4} \left(1 + 2 \ln \frac{b}{c} \right) & c < b, \\ \frac{b^2}{4c}, & c > b; \end{cases}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{r^k}{k} \cos kx = -\frac{1}{2} \ln(1 - 2r \cos x + r^2) \text{ получим:}$$

$$I(\tau) = \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \pi \tau \left(\frac{1}{2} + \ln \frac{a}{\tau} \right) \\ \tau \left[\left(\frac{1}{2} + \ln \frac{a}{\tau} \right) \pi - \arccos \frac{a^2 + b^2 - \tau^2}{2ab} \right] + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{b}{a} \right)^k \frac{1}{k^2} \sin \left(k \arccos \frac{a^2 + b^2 - \tau^2}{2ab} \right) + \\ + \frac{1}{2\tau} \left[(a^2 + b^2) \arccos \frac{a^2 + b^2 - \tau^2}{2ab} - \sqrt{4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - \tau^2)^2} \right] \end{array} \right] \begin{array}{l} (\tau \leq a - b) \\ \\ (a - b < \tau < a + b) \\ \\ (\tau \geq a + b) \end{array} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \frac{\tau}{2} \left[\left(\frac{1}{2} + \ln \frac{a}{\tau} \right) \pi - 2 \arcsin \frac{\tau}{2a} \right] + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \left(2k \arcsin \frac{\tau}{2a} \right)}{k^2} \right] + \\ + \frac{a^2}{\tau} \left[\arcsin \frac{\tau}{2a} - \frac{\tau}{2a} \sqrt{1 - \left(\frac{\tau}{2a} \right)^2} \right] \end{array} \right] \begin{array}{l} (\tau \leq 2a) \\ \\ (\tau > 2a) \end{array} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \frac{\tau}{2} \left[\left(\frac{1}{2} + \ln \frac{b}{\tau} \right) \pi - 2 \arcsin \frac{\tau}{2b} \right] + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \left(2k \arcsin \frac{\tau}{2b} \right)}{k^2} \right] + \\ + \frac{b^2}{\tau} \left[\arcsin \frac{\tau}{2b} - \frac{\tau}{2b} \sqrt{1 - \left(\frac{\tau}{2b} \right)^2} \right] \end{array} \right] \begin{array}{l} (\tau \leq 2b) \\ \\ (\tau > 2b) \end{array} \end{array} \right\}$$

Из последнего выражения следует, что переходной процесс на открытом конце волновода длится не дольше, чем $2a/c$. Полученные формулы позволяют найти поле в свободном пространстве и поле отраженной ТЕМ-волны.

5. Экспериментальное исследование

Для проверки полученных теоретических результатов экспериментально было исследовано излучение короткого импульса из открытого конца коаксиального волновода. При малых значениях отношения размера апертуры $2a$ к пространственной длительности импульса τ ($2a/\tau \rightarrow 0$) амплитуда излученного импульса будет малой. Поэтому размеры коаксиальной апертуры были увеличены по сравнению с размерами кабеля с волновым сопротивлением 50 Ом ($2a = 8$ мм, $2b = 3$ мм). Для этого применялось конусообразное расширение (переход от коаксиального кабеля к коаксиальной апертуре) с размерами: длина – 100 мм, внешний диаметр – 67 мм, внутренний диаметр – 2 мм. Такая коническая конфигурация коаксиального излучателя имеет большее практическое значение, чем обычный коаксиал, так как дает возможность повысить эффективность излучения и приема импульсных сигналов.

Структурная схема измерительной установки приведена на рис. 2. Генератор коротких импульсов (ГКИ) формирует на нагрузке 50 Ом последовательность видеоимпульсов треугольной формы с регулируемой амплитудой в пределах 100÷400 В, длительностью 1.2 нс, с частотой повторения до 30 кГц. Временная форма и частотный спектр импульса приведены на рис. 3. ГКИ подключен с помощью стандартного высокочастотного кабеля РК-50-13 к конусному переходу (см. рис. 2).



Рис. 2. Структурная схема установки: ГКИ – генератор коротких импульсов, СО – стробоскопический осциллограф, АЦП – аналогово-цифровой преобразователь, ПК – персональный компьютер

Пространственно-временное распределение излученного нестационарного поля измерялось вблизи коаксиальной апертуры с помощью зонда специальной конструкции. Зонд, который представляет собой отрезок щелевой линии шириной 0.1 мм на диэлектрической подложке ($\epsilon=4.25$, толщина – 1.5 мм), соединен с коаксиальным кабелем с волновым сопротив-

лением 50 Ом. Габаритные размеры зонда – 40×90 мм. Его особенностью является то, что в щелевой линии на диэлектрической подложке, составляющей основу зонда, распространяются квази-ТЕМ-волны. В излученном поле вблизи апертуры коаксиального волновода продольная составляющая существенно больше по амплитуде по сравнению с поперечной составляющей. Поэтому целесообразно использовать дипольно-щелевой зонд, который эффективно принимает поперечную и частично подавляет продольную компоненту поля.

Для индикации и измерений принятых импульсов в установке используется стробоскопический осциллограф (СО) С7-13 с рабочей полосой частот от 0 до 10 ГГц, который также преобразует временной масштаб наблюдаемых сигналов. Сигнал развертки СО оцифровывается с помощью аналогово-цифрового преобразователя (АЦП) и передается в компьютер для дальнейшей обработки. Для улучшения соотношения сигнал-шум, а также для уменьшения погрешности из-за влияния случайных флуктуаций, которые присущи СО, применялось усреднение по 10 импульсам. Благодаря этому общая погрешность измерений амплитуды составила $\pm 3\%$.

Учитывая симметрию исследуемого коаксиального излучателя относительно оси, а также исходя из пространственной структуры поля, можно сделать вывод, что его продольная компонента имеет максимум на оси, в то время как поперечная компонента на оси равна нулю. Причем в точках наблюдения, расположенных по разные стороны от оси на одинаковых расстояниях, продольные компоненты поля направлены одинаково, а поперечные компоненты имеют противоположные направления. Указанные особенности поля излучения положены в основу алгоритма обработки экспериментальных данных.

Поскольку зонд принимает одновременно как поперечную компоненту поля, так и ослабленную продольную, то с учетом отмеченных выше особенностей поля обе они могут быть выделены из принятого сигнала. При сложении двух сигналов, принятых зондом на одном и том же расстоянии от оси, но при одинаковом отклонении в разные стороны от оси, поперечные компоненты взаимно компенсируются и в результате получается удвоенное значение продольной компоненты поля. Для получения поперечной компоненты сигналы, принятые в этих же точках, вычитаются.

Для компенсации прямого влияния ГКИ и подводящего кабеля на всю приемную систему (зонд, кабель, СО) фоновый сигнал был измерен в отсутствие сигнала излучения коаксиальной апертуры и при дальнейшей обработке вычитался из принятых сигналов.

6. Поле в свободном пространстве

Сравнивая точные выражения для поля (16)-(18) с полученными ранее в работе [4], можно сделать вывод, что используемое приближение Кирхгофа, как и следовало ожидать, справедливо при больших удалениях от источника сигнала. Эти решения отличаются только коэффициентами при слагаемых, которые быстро убывают с увеличением времени и продольной координаты. Несмотря на достаточно простые выражения для амплитуд полей, представление об отличиях между этими двумя решениями могут дать не переходные диаграммы, а значения поля на различных расстояниях от открытого конца волновода при возбуждении его реальным импульсом. Для определения значения поля необходимо вычислить интеграл Дюамеля, содержащий временную зависимость возбуждающего поля ТЕМ-волны и переходную диаграмму (3) с подстановкой (16)-(18).

Для расчетов будем использовать временную зависимость возбуждающего сигнала, который применялся при экспериментальных измерениях (рис. 3).

На рис. 4 приведены теоретические и экспериментальные нормированные временные зависимости поперечных и продольных компонент

электрического поля. Можно отметить достаточно хорошее совпадение формы временной зависимости теоретических и экспериментальных результатов. Небольшие различия между этими кривыми можно объяснить влиянием остаточного нескомпенсированного низкочастотного фонового сигнала. Вместе с теоретическими кривыми, иллюстрирующими точное решение задачи дифракции, на рис. 4

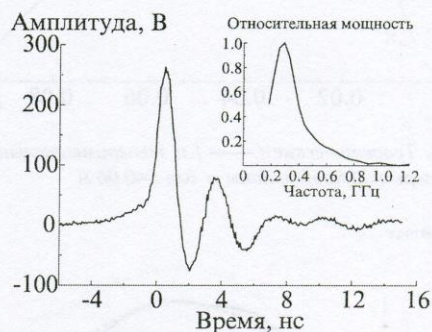


Рис. 3. Временная форма и частотный спектр тестового импульса

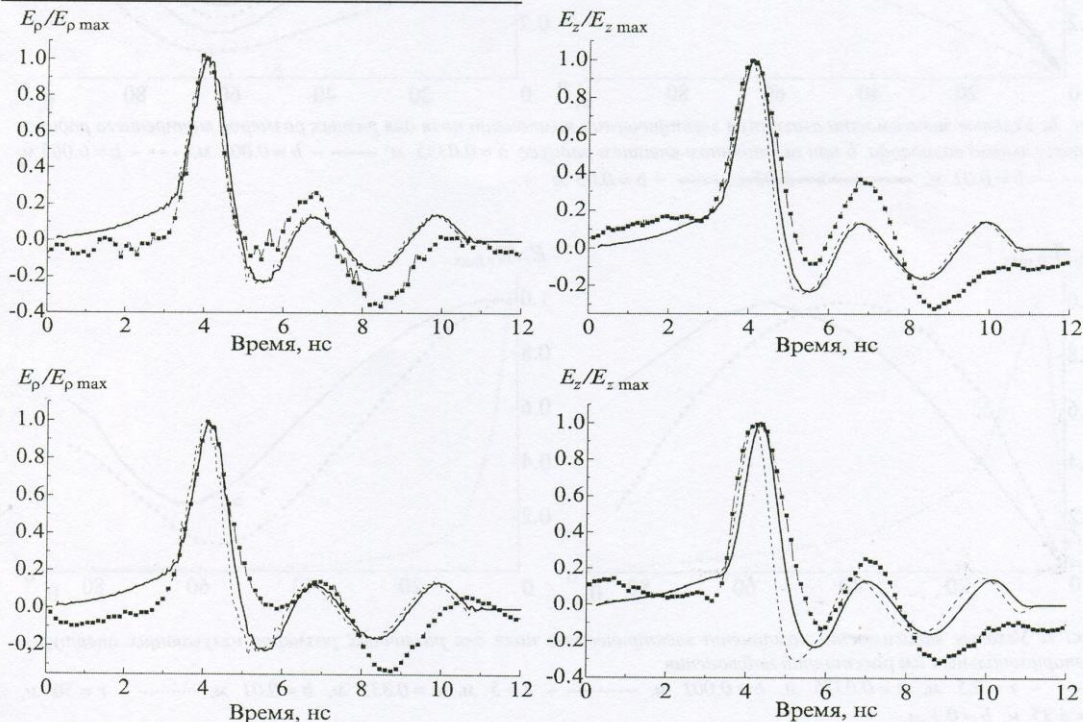


Рис. 4. Теоретические (точные и приближенные) и экспериментальные временные зависимости компонент электрического поля: $z=6$ см; верхние рисунки – $\rho=1$ см; нижние – $\rho=6$ см; — — точное решение, - - - - - приближение Кирхгофа, • — эксперимент

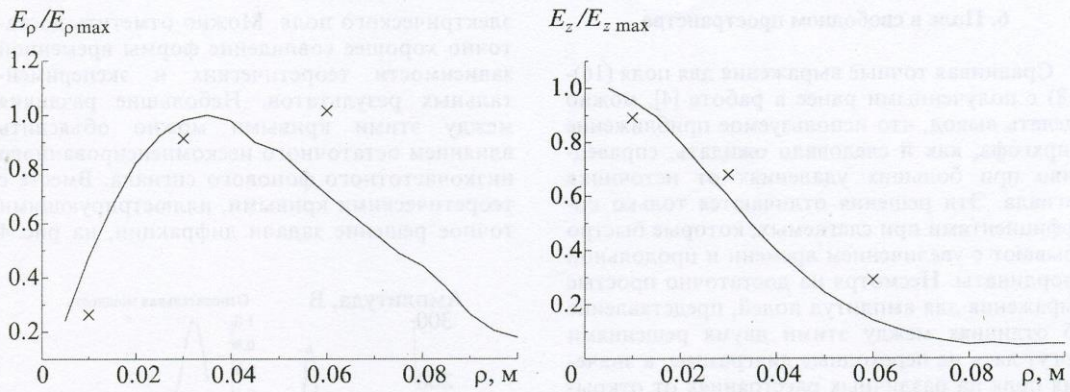


Рис. 5. Теоретические (—) и экспериментальные (x) зависимости амплитуд электрических компонент поля от поперечной координаты ρ для $z=0.06$ м

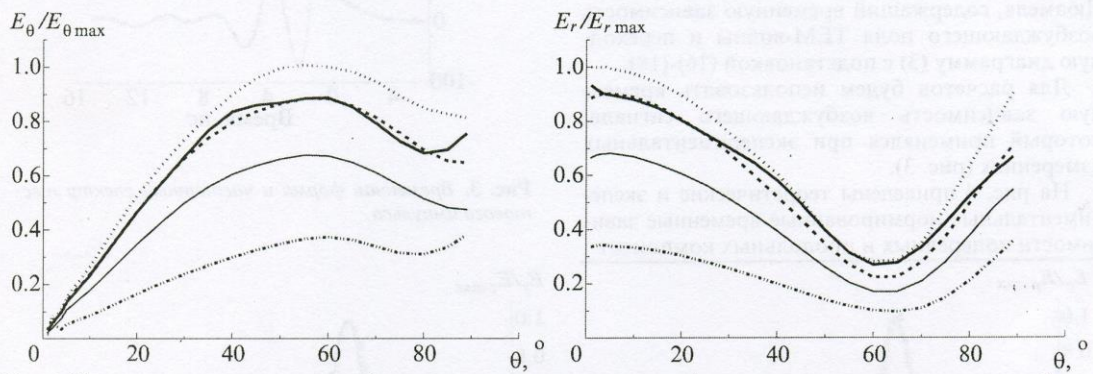


Рис. 6. Угловые зависимости амплитуд электрических компонент поля для разных размеров внутреннего радиуса коаксиального волновода b при постоянном внешнем радиусе $a=0.0335$ м: — — $b=0.001$ м, - - - $b=0.005$ м, — $b=0.01$ м, — — — — $b=0.02$ м, — — — — — $b=0.03$ м

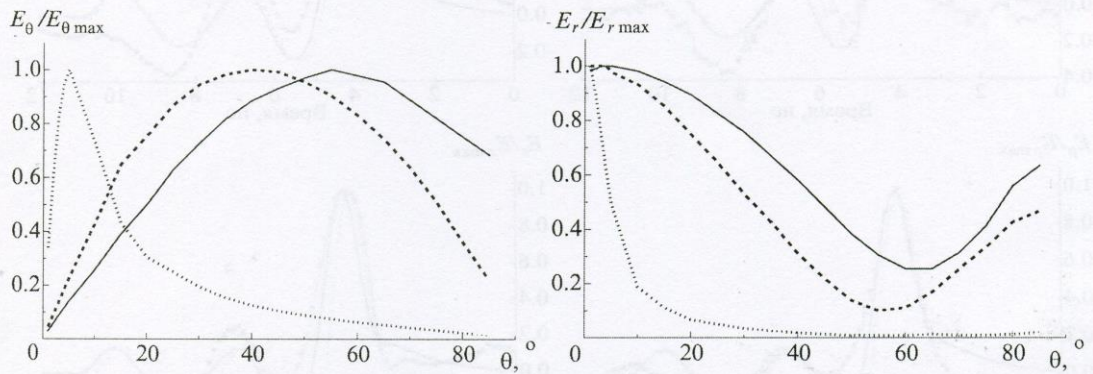


Рис. 7. Угловые зависимости компонент электрического поля для различных размеров излучающих апертур и пропорциональных им расстояний наблюдения: — — — — $r=0.5$ м, $a=0.0335$ м, $b=0.001$ м, - - - - - $r=5$ м, $a=0.335$ м, $b=0.01$ м, — $r=50$ м, $a=3.35$ м, $b=0.1$ м

приведены также временные зависимости, соответствующие приближению Кирхгофа. Видно, что вблизи продольной оси результаты этих двух теоретических решений почти неот-

личимы, но при угле наблюдения $\theta = 45^\circ$ ($z = 6$ см, $\rho = 6$ см) точное решение лучше совпадает с экспериментальной кривой.

На рис. 5 приведены зависимости пиковых амплитуд компонент электрического поля от координаты ρ точки наблюдения. И для поперечной, и для продольной компоненты поля наблюдается удовлетворительное согласие между теоретическими и экспериментальными результатами. Различия между ними, по-видимому, объясняются конечными размерами дипольно-щелевого зонда. Вследствие этого происходит усреднение принятого сигнала по некоторому объему. С целью исследования условий эффективного излучения были определены угловые зависимости пиковых амплитуд электрических компонент поля для разных размеров внутреннего радиуса коаксиального волновода b при постоянном внешнем радиусе a (см. рис. 6). Точки наблюдения находились на расстоянии $r = 0.5$ м от центра апертуры. Видно, что при оптимальном соотношении между радиусами коаксиального волновода (приблизительно $b/a = 1/3$), раскрыв излучает поле с максимальной интенсивностью. При изменении внутреннего радиуса форма угловой зависимости поля не меняется. Появление минимума амплитуды продольной компоненты поля вблизи угла $\theta \approx 60^\circ$ можно объяснить качественным изменением формы временной зависимости поля. При углах наблюдения от $\theta = 0^\circ$ до $\theta \approx 60^\circ$ форма зависимости сигнала от времени в основном повторяет форму возбуждающего импульса (рис. 3), что свидетельствует о наличии сильного статического поля. При углах $\theta > 60^\circ$ электрические компоненты поля приобретают форму импульса, принятого на больших расстояниях от этого излучателя. Такое изменение формы импульса сопровождается изменением амплитуды продольной компоненты поля. Форма импульса поперечной компоненты не меняется.

На рис. 7 представлены нормированные угловые зависимости пиковых амплитуд компонент электрического поля для случая, когда пропорционально изменяются и размеры апертуры, и расстояния до точки наблюдения. Кривая для $r = 0.5$ м соответствует размерам апертуры, используемой в эксперименте. В двух других случаях все размеры были увеличены в 10 и 100 раз соответственно, но условия возбуждения, т. е. форма и длительность импульса (рис. 3), оставались прежними. Кривая для $r = 0.5$ м иллюстрирует случай, когда размеры апертуры значительно меньше пространственной длины импульса, вторая кривая ($r = 5$ м) – когда они сравнимы, а третья ($r = 50$ м) – когда размеры апертуры значительно больше. В последнем случае на диаграмме появляется сравнительно узкий лепесток, свидетельствующий о высокой направленности излучения.

Выводы

При помощи метода модового базиса впервые решена задача дифракции нестационарной ТЕМ-волны на открытом конце коаксиального волновода. Применение этого метода позволило свести данную трехмерную электродинамическую задачу во временной области к решению двумерных дифференциальных уравнений в частных производных типа Клейна-Гордона. Использование решений уравнения Клейна-Гордона, полученных при помощи метода разделения переменных, и применение сопряжения полей позволили получить аналитические выражения для полей, излученных в свободное пространство и отраженных внутрь коаксиального волновода, при его возбуждении ТЕМ-волной со ступенчатой зависимостью от времени. Решение для волны с произвольной зависимостью от времени получено путем вычисления интеграла Дюамеля.

Проведен комплекс экспериментальных исследований пространственных и временных зависимостей поля, излученного коаксиальной апертурой при видеоимпульсном возбуждении.

Сравнение полученных теоретических решений с данными экспериментальных измерений показывает достаточно хорошее их совпадение, что говорит о правомерности примененного подхода с использованием метода модового базиса к нестационарным задачам излучения. Показано, что полученное решение задачи позволяет также достаточно точно моделировать излучение коротких видеоимпульсов коническими коаксиальными излучателями.

Литература

1. O. A. Tretyakov. Essentials of Non-stationary and Nonlinear Electromagnetic Field Theory. Analytical and Numerical Methods in Electromagnetic Wave Theory. Edited by M. Hashimoto, M. Idemen, and O. A. Tretyakov. Tokio, Science House Co., Ltd, 1993, 572 pp.
2. S. Nikitskiy, O. Tretyakov, K. Yemelyanov. Proc. International Conf. on Math. Methods in Electromagnetic Theory VI (MMET-96). Lviv (Ukraine), 1996, pp. 260-263.
3. O. A. Третьяков, А. Н. Думин. Электромагнитные волны и электронные системы. 1998, 3, №1, с. 12-22.
4. А. Н. Думин. Вестник Харьковского университета. Радиофизика и радиоэлектроника. 1998, №405, с. 52-55.
5. У. Миллер мл. Симметрия и разделение переменных. Москва, Мир, 1981, 342 с.
6. А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев. Интегралы и ряды. Специальные функции. Москва, Наука, 1983, 752 с.
7. Г. Н. Ватсон. Теория бесселевых функций. Ч. 1. Москва, Изд. иностр. лит-ры, 1949, 450 с.

8. А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев. Интегралы и ряды. Элементарные функции. Москва, Наука, 1981, 800 с.

Diffraction of Transient TEM-Wave on an Open End of Coaxial Waveguide

A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov

The problem of transient TEM-wave diffraction on the open end of the coaxial waveguide is solved by means of modal basis method. The analytical expressions for fields radiated into free space and reflected inside the waveguide are ob-

tained for step-like time dependence of excited TEM-wave amplitude. For wave with arbitrary time dependence of an amplitude the solution is obtained by calculation of Duhamel's integral. The spatial and time dependences of the field radiated from the coaxial aperture are obtained experimentally to examine the theoretical results. The comparative analysis of theoretical and experimental results is made. It is shown that the problem solution obtained permits to simulate sufficiently well a short pulse radiation of a conical coaxial radiator.

1. A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov. Radiophys. J. 2000, 43, 10, 1400-1405.

2. A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov. Radiophys. J. 2000, 43, 11, 1500-1505.

3. A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov. Radiophys. J. 2000, 43, 12, 1600-1605.

4. A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov. Radiophys. J. 2000, 43, 1, 100-105.

5. A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov. Radiophys. J. 2000, 43, 2, 200-205.

6. A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov. Radiophys. J. 2000, 43, 3, 300-305.

7. A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov. Radiophys. J. 2000, 43, 4, 400-405.

8. A. P. Prudnikov, Yu. A. Brychkov, O. I. Marichev. Integrals and Series. Elementary Functions. Moscow, Nauka, 1981, 800 p.

9. A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov. Radiophys. J. 2000, 43, 5, 500-505.

10. A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov. Radiophys. J. 2000, 43, 6, 600-605.

11. A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov. Radiophys. J. 2000, 43, 7, 700-705.

12. A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov. Radiophys. J. 2000, 43, 8, 800-805.

13. A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov. Radiophys. J. 2000, 43, 9, 900-905.

14. A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov. Radiophys. J. 2000, 43, 10, 1000-1005.

15. A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov. Radiophys. J. 2000, 43, 11, 1100-1105.

16. A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov. Radiophys. J. 2000, 43, 12, 1200-1205.

17. A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov. Radiophys. J. 2000, 43, 1, 1300-1305.

18. A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov. Radiophys. J. 2000, 43, 2, 1400-1405.

19. A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov. Radiophys. J. 2000, 43, 3, 1500-1505.

20. A. N. Dumin, V. A. Katrich, N. N. Kolchigin, S. N. Pivnenko, O. A. Tretyakov. Radiophys. J. 2000, 43, 4, 1600-1605.