

## Численное исследование взаимной проводимости кольцевых щелевых излучателей на импедансной сфере

Ю. М. Пенкин, Р. И. Климович

*Национальная фармацевтическая академия Украины,  
Украина, 61002, г. Харьков, ул. Пушкинская, 53*

*Статья поступила в редакцию 5 февраля 2001 г.*

Численно исследована зависимость внешней взаимной проводимости кольцевых щелей, расположенных на импедансной сфере, от изменения геометрических и электрических параметров системы. Рассмотрен случай аксиально-симметричного возбуждения щелевых излучателей. Показана возможность уменьшения степени взаимодействия между щелевыми излучателями, расположенными на фиксированном расстоянии, путем изменения значения или типа импеданса, распределенного на поверхности сферы.

Чисельно досліджено залежність зовнішньої взаємної провідності кільцевих щілин, розташованих на імпедансній сфері, від зміни геометричних та електричних параметрів системи. Розглянуто випадок аксіально-симетричного збудження щілинних випромінювачів. Показано можливість зменшення степені взаємодії поміж щілинними випромінювачами, розташованими на фіксованій відстані, шляхом змінювання значення або типу імпедансу, розподіленого на поверхні сфери.

Кольцевые щелевые излучатели, расположенные на объектах сферической формы, в случае аксиально-симметричного возбуждения используются как в качестве отдельных слабонаправленных антенн, так и в качестве элементов антенных решеток [1, 2]. Во втором случае излучатели приходится располагать на малых электрических расстояниях друг от друга (порядка половины длины рабочей волны  $\lambda$ ). При этом проявляется нежелательное влияние их внешней взаимной связи на электродинамические характеристики системы. Такое взаимодействие между излучателями в теории антенных решеток характеризуется внешними взаимными проводимостями [3]. Заметим, что эффективные размеры подвижных объектов часто являются резонансными, т. е. их электрические диаметры соизмеримы с длиной волны во внешней среде.

Задача аксиально-симметричного возбуждения сферы узкой кольцевой щелью рассматривалась в литературе и ранее. Так, в [4] методом собственных функций исследована проводимость экваториальной щели, расположенной на идеально проводящей сфере. В более общем случае, когда сфера характеризуется распределенным поверхностным импедансом, собственная проводимость кольцевого щелевого излучателя рассмотрена в работе [5] с помощью тензорной функции Грина. Однако анализ внешних взаимных проводимостей щелевых излучателей такого типа в литературе отсутствует.

Целью настоящей статьи является получение в аналитическом виде выражения для взаимных проводимостей узких кольцевых щелей, расположенных на импедансной сфере резонансного размера, и численное исследование значений этих проводимостей для разных типов поверхностного импеданса.

### Постановка и решение задачи

Введем сферическую систему координат  $(r, \theta, \varphi)$ , начало которой совмещено с центром сферы радиуса  $R$ . Пусть на сфере в двух плоскостях, параллельных плоскости экватора, прорезаны кольцевые щели шириной  $d_1$  и  $d_2$  (отсчитываются по дуге вдоль меридиана). Их центры задаются координатами  $\theta_1$  и  $\theta_2$  соответственно. Апертуры щелевых излучателей занимают части сферической поверхности, координаты которых изменяются в интервалах:

$$[\theta_1 - \Delta\theta_1/2; \theta_1 + \Delta\theta_1/2],$$

$$[\theta_2 - \Delta\theta_2/2; \theta_2 + \Delta\theta_2/2] \quad \text{и} \quad \varphi' \in [0, 2\pi],$$

где  $\Delta\theta_1 = d_1/R$  и  $\Delta\theta_2 = d_2/R$ .

Предполагая щели узкими ( $\Delta\theta_1 \ll 1$ ,  $\Delta\theta_2 \ll 1$ ), считаем, что электрические поля  $\vec{e}_1$  и  $\vec{e}_2$  в щелях имеют только меридиональные составляющие и их распределение по координате  $\varphi'$  постоянно.

Пусть на сфере распределен поверхностный импеданс  $\xi$  [Ом], имеющий в общем случае комплексное значение на рассматриваемой частоте  $\omega$  монохроматического электромагнитного поля (временную зависимость определим в виде  $e^{-i\omega t}$ ). Для компонент поля на поверхности сферы потребуем выполнения импедансных граничных условий Щукина-Леонтовича.

Тогда, используя методику работы [5], получим выражение для взаимной проводимости  $Y_{12}$  [См] кольцевых щелевых излучателей, расположенных на импедансной сфере:

$$Y_{12} = \frac{\pi \sin \theta_1 \sin \theta_2}{\xi_0 \Delta\theta_1 \Delta\theta_2} \sum_{n=1}^N \frac{(2n+1)F_n}{n(n+1)Q_n} \times$$

$$\times [P_n(\cos(\theta_1 + \Delta\theta_1/2)) - P_n(\cos(\theta_1 - \Delta\theta_1/2))] \times$$

$$\times [P_n(\cos(\theta_2 + \Delta\theta_2/2)) - P_n(\cos(\theta_2 - \Delta\theta_2/2))], \quad (1)$$

где:

$$F_n = 1 + i\bar{\xi} \left[ \frac{n+1}{x} + \frac{h_{n+1}^{(2)}(x)}{h_n^{(2)}(x)} \right],$$

$$Q_n = \frac{i(n+1)}{x} - \frac{h_{n+1}^{(2)}(x)}{h_n^{(2)}(x)} + \bar{\xi} \frac{2 - n(n+1)/x^2}{1 + \bar{\xi}^2},$$

$$h_n^{(2)}(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} H_{n+1/2}^{(2)}(x).$$

В формуле (1)  $P_n(\cos \theta)$  – полиномы Лежандра;  $H_{n+1/2}^{(2)}(x)$  – функция Ханкеля второго рода с полуцелым индексом;  $i$  – мнимая единица;  $x = kR$  – безразмерный параметр;  $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$  – волновое число;  $\bar{\xi} = \xi/\xi_0$  – импеданс, нормированный на импеданс внешнего пространства  $\xi_0 = \sqrt{\mu/\epsilon}$  ( $\epsilon$  и  $\mu$  – соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемости среды вне сферы). Как и в [5], проводимость  $Y_{12}$  является функцией безразмерных параметров  $x$ ,  $\Delta\theta_1$  и  $\Delta\theta_2$ . Эти обобщенные параметры удобно применять при расчетах и анализе значений взаимных проводимостей кольцевых щелей, чем мы воспользуемся в дальнейшем.

Выражение (1) для  $Y_{12}$  содержит ряды по  $n$  дебаевского типа [6], которые, как известно, при больших значениях  $x$  характеризуются медленной сходимостью. В этом случае необходима модификация исходного ряда либо с помощью метода В. А. Фока [7] (с использованием интегральных представлений, содержащих функции Эйри), либо с помощью преобразования Ватсона [8] (ряд по зональным гармоникам заменяется контурным интегралом, который путем деформирования контура интегрирования может быть сведен к сумме вычетов в полюсах, что соответствует разложению поля

по нормальным волнам). Однако для рассматриваемого здесь случая сферических поверхностей резонансных размеров возможно построение эффективного алгоритма расчетов значений проводимостей при непосредственном использовании выражения (1).

Известно [6, с. 602], что для рядов, подобных (1), достаточно учитывать  $N$  слагаемых, где  $N$  – целое число, ближайшее к  $(x + 4x^{1/3} + 2)$ .

Следует сказать, что при вычислении функций Ханкеля методом прямой рекурсии для каждого конкретного значения аргумента  $x$  существует максимальное значение номера  $n_{\max}$ , при котором еще может быть корректно определено значение функции. Ситуация, когда  $n_{\max} < N$ , ограничивает применение выражения (1) в численных расчетах. Пределы этого “ограничения” можно расширить, если использовать рекуррентное соотношение

$$\frac{h_{n+1}^{(2)}(x)}{h_n^{(2)}(x)} = \frac{2n+1}{x} - \frac{h_{n-1}^{(2)}(x)}{h_n^{(2)}(x)}, \quad (2)$$

которое записывается на основании соответствующей формулы для функций Ханкеля и позволяет непосредственно определять их отношения.

При этом  $h_{-1}^{(2)}(x)/h_0^{(2)}(x) = -i$ . Здесь же заметим, что такой подход позволяет корректно рассчитывать значения проводимостей (1) для  $3 \leq x \leq 20$ .

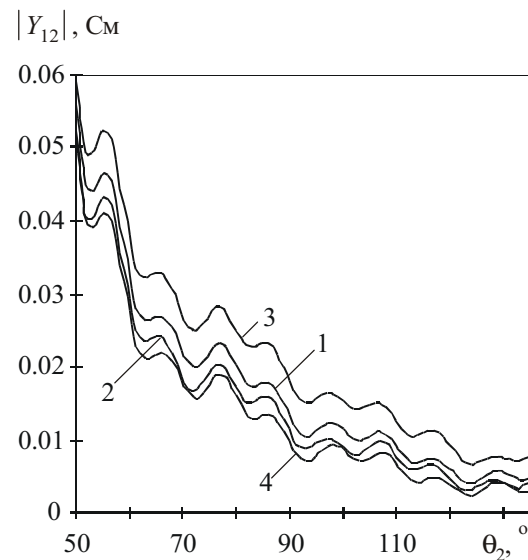
### Анализ численных результатов

Используя (1), проанализируем влияние различных типов поверхностного импеданса сферы в свободном пространстве ( $\xi_0 = 120\pi$  Ом) на взаимную проводимость кольцевых щелей.

В качестве примера на рисунке приведены результаты расчетов модуля взаимной проводимости двух кольцевых щелей, расположенных на сфере с параметром  $x = 10$ , характеризующейся различными значениями поверхностного импеданса. Координата центра

первой щели  $\theta_1 = 45^\circ$ , а для второй щели –  $\theta_2 \in [50^\circ, 135^\circ]$ . При вычислениях полагалось  $N = 23$ ,  $\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2 = \pi/180$ . Заметим, что результаты расчетов величины проводимости щели при  $\theta_1 = \theta_2 = 90^\circ$  (собственной проводимости экваториальной щели) согласуются при соответствующем выборе значения  $\xi$  с данными из работ [4, 5].

В случае идеально проводящей сферы  $\xi = 0$  (кривая 1 на рис.) при изменении расстояния  $s$  между центрами щелей по дуге от  $0.14\lambda$  ( $\theta_2 = 50^\circ$ ) до  $2.5\lambda$  ( $\theta_2 = 135^\circ$ ) значение модуля взаимной проводимости уменьшается на порядок ( $s = \lambda x |\theta_2 - \theta_1| / 360^\circ$ , где  $\lambda = 2\pi/k$ ). Осцилляции кривой можно объяснить интерференцией волн, распространяющихся от излучателей вдоль поверхности сферы в двух меридиональных направлениях (т. е. кратчайшим и самым длинным путем). При этом щели взаимодействуют между собой через свободное пространство как за счет бокового



**Рис.** Значения модуля взаимной проводимости щелей с координатами центров  $\theta_1 = 45^\circ$  и  $\theta_2 \in [50^\circ, 135^\circ]$  при  $kR = 10$  для различных поверхностных импедансов сферы: 1 –  $\xi = 0$ ; 2 –  $\xi = 35$ ; 3 –  $\xi = 35i$ ; 4 –  $\xi = -35i$

излучения, так и за счет токов, наводимых на поверхности сферы. “Нанесение” на сферу импеданса будет прежде всего влиять на перераспределение индуцированных токов на ее поверхности.

Не анализируя возможности практической реализации конкретной величины поверхностного импеданса, приведем оценки его влияния на проводимости щелей. При этом будем рассматривать значения поверхностного импеданса близкие к предельно большим  $|\xi|$  при выполнении условия  $|\bar{\xi}| \ll 1$ .

Если импеданс чисто активный ( $\xi = 35$ , кривая 2 на рис.), то наличие потерь на поверхности сферы заметно уменьшает взаимное влияние щелей. По-видимому, в этом случае щели взаимодействуют между собой только за счет бокового излучения при существенном поглощении импедансом поверхностных токов на сфере.

Более значительное уменьшение взаимного влияния щелей наблюдается в случае реактивного импеданса емкостного характера ( $\xi = -35i$ , кривая 4). Подобная ситуация анализировалась в [9] при использовании гребенчатой импедансной структуры, расположенной между антеннами с целью увеличения развязки между ними. При определенных параметрах такая структура “отжимает” поле от своей поверхности, уменьшая тем самым количество энергии, поступающее в соседнюю антенну.

Обратная тенденция наблюдается в случае реактивного импеданса индуктивного характера ( $\xi = 35i$ , кривая 3). Поведение кривой 3 можно объяснить нагляднее, предположив физическую реализацию сферы с индуктивным импедансом в виде сферы с тонким слоем диэлектрика. Диэлектрический слой “втягивает в себя” электромагнитное поле, тем самым увеличивая значение  $|Y_{12}|$ .

При использовании в расчетах комплексного импеданса, имеющего как активную, так и реактивную составляющие, наблюдается “наложение” эффектов описанных выше. Так, в случае  $\xi = 25 + 15i$  значения  $|Y_{12}|$  практически совпадают с результатами, представленными на рисунке кривой 1 ( $\xi = 0$ ).

Заметим, что при рассмотренных значениях реактивных импедансов величина модуля собственной проводимости кольцевой щели на сфере ( $\theta_2 = 45^\circ$ ) существенно не изменялась (т. е. не изменялась излучающая способность щели).

В случаях сферических поверхностей, характеризующихся другими значениями  $x$ , зависимости взаимных проводимостей качественно не отличаются от исследованных при  $x = 10$ .

## Выводы

Таким образом, в работе в аналитическом виде получено выражение для взаимной проводимости узких кольцевых щелевых излучателей, расположенных на импедансной сфере. Предложенная методика расчетов позволяет исследовать в свободном пространстве сферические поверхности с волновым радиусом  $3 \leq kR \leq 20$ .

На примере показана возможность уменьшения степени взаимодействия между кольцевыми щелями, расположенными на фиксированном расстоянии, путем изменения значения или типа импеданса, распределенного на поверхности сферы.

Выражение для внешней взаимной проводимости может быть непосредственно использовано при анализе антенных решеток методом наведенных магнитодвижущих сил.

## Литература

1. Г. Б. Резников. Антенны летательных аппаратов. Москва, Советское радио, 1967, 416 с.
2. Д. И. Воскресенский, Л. И. Пономарев, В. С. Филиппов. Выпуклые сканирующие антенны (основы теории и методы расчета). Москва, Советское радио, 1978, 304 с.
3. А. Ф. Чаплин. Анализ и синтез антенных решеток. Львов, Вища школа, 1987, 180 с.
4. С. Рамо, Д. Уиннери. Поля и волны в современной радиотехнике. Москва, Ленинград, Гостехиздат, 1948, 631 с.
5. Ю. М. Пенкин. Радиофизика и радиоастрономия. 1998, 3, №3, с. 341-347.
6. К. Борен, Д. Хафмен. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. Москва, Мир, 1986, 664 с.

7. В. А. Фок. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. Москва, Советское радио, 1970, 520 с.
8. Г. И. Макаров, В. В. Новиков. I-я Всесоюз. шк.-семина по дифракции и распространению волн. Тексты лекций (г. Паланга, 30 мая – 15 июня 1965 г.). Москва – Харьков, ВИРТА, 1968, с. 242-304.
9. Л. С. Бененсон, А. Г. Кюркчан, А. И. Суков. Радиотехника и электроника. 1992, **37**, №1, с. 77-89.

### **Numerical Study of Mutual Conductivity of Ring Slot Radiators on Impedance Sphere**

**Yu. M. Penkin, R. I. Klimovich**

The dependence of external mutual conductivity of ring-shaped slots disposed on the impedance sphere on the variation of geometric and electrical system parameters is numerically investigated. The case of axial-symmetrical excitation is considered. The possibility to lessen the mutual conductivity by changing the sphere-surface distributed impedance value or its type is analyzed.