

Экспериментальная оценка возможностей метода парных импульсов при спектральных исследованиях радиолокационных отражений

В. Г. Сугак, П. В. Усик*

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины,
Украина, 61085, г. Харьков, ул. Проскуры, 12*

**Радиоастрономический институт НАН Украины,
Украина, 61002, г. Харьков, ул. Краснознаменная, 4
E-mail: usik@rian.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 5 января 2001 г.

Исследуются вопросы точности определения средней доплеровской частоты радиолокационных отражений от метеорообъектов и среднеквадратической ширины их доплеровского спектра при использовании метода парных импульсов. На основе реальных радиолокационных отражений от метеорообъектов (снежные облака) в миллиметровом диапазоне проведено сравнение результатов оценивания этих величин с аналогичными результатами, полученными методом моментов. Показано, что точность оценивания средней скорости и среднеквадратической ширины спектра методом парных импульсов, при котором устройство обработки сигналов существенно упрощается, является достаточной для широкого применения этого метода на практике.

Досліджено питання точності визначення середньої доплерівської частоти радіолокаційних відбиттів від метеорооб'єктів та середньоквадратичної ширини їх доплерівського спектра при використанні метода парних імпульсів. На основі реальних радіолокаційних відбиттів від метеорооб'єктів (снігова хмара) у міліметровому діапазоні проведено порівняння результатів оцінки цих величин з аналогічними результатами, отриманими методом моментів. Показано, що точність оцінювання середньої швидкості та середньоквадратичної ширини спектра методом парних імпульсів, при якому пристрій обробки сигналів суттєво спрощується, є достатньою для широкого використання цього методу на практиці.

Введение

Методы анализа свойств радиолокационных отражений от различных объектов (в том числе метеорологических) в настоящее время сводятся, в основном, к исследованию результата преобразования Фурье сравнительно коротких выборок исследуемых сигналов. Целью такого преобразования является оценка основных характеристик текущих доплеровских энергетических спектров сигналов – средней скорости движения отражателей

(доплеровской частоты) f_0 и среднеквадратической ширины доплеровского спектра σ_f . Такие случайные процессы, как радиолокационные отражения от метеорологических объектов (осадки в виде дождя, снега и облака), обычно нестационарны, что проявляется в изменении упомянутых характеристик (средняя частота и эффективная ширина спектра) со временем. Именно эта нестационарность, которая характеризует процессы, связанные с непостоянством ветрового поля в

элементе разрешения по дальности (для импульсных метеорологических РЛС) часто является предметом исследований. Наиболее распространенными методами оценки упомянутых характеристик являются автокорреляционный метод (или метод парных импульсов) [1] и метод моментов, использующий быстрое преобразование Фурье (БПФ), который предполагает расчет средней частоты и ширины спектра по оцениваемым спектральным составляющим сигнала [2].

Представляет интерес сравнить эффективность этих методов при исследовании реальных сигналов, отраженных, например, от метеорологических объектов.

Точность измерения упомянутых характеристик и статистической сходимости оценок по методу парных импульсов рассмотрена Зричем в [2]. Им были получены в общем виде выражения для дисперсии оценки средней скорости и среднеквадратической ширины доплеровского спектра скоростей на основе метода возмущений. Эти выражения позволяют исследовать влияние таких параметров, как длина радиоволны, период повторения импульсов, размер выборки и соотношение сигнал/шум на точность оценивания f_0 и σ_f в предположении гауссовой формы текущих энергетических доплеровских спектров исследуемых сигналов.

Целью настоящей работы является исследование точности оценивания средней скорости движения и среднеквадратической ширины доплеровского спектра отражений от метеорологических объектов методом парных импульсов и сравнение эффективностей этого метода и метода моментов. Сравнение алгоритмов проводилось для следующих радиолокационных сигналов:

1. Отражения от снежного облака в элементе разрешения на высоте порядка 1 км, полученные при работе с импульсным радиолокатором, со следующими основными характеристиками: длительность импульса – 0.2 мкс, частота повторения – 5 кГц, длина радиоволны – 8 мм.

2. Модель гауссова случайного процесса, имеющего энергетический спектр гауссовой формы с заранее известными характеристиками (средней частотой и шириной спектра).

Исследование точности оценивания рассматриваемых характеристик методом парных импульсов осуществлялось путем сравнения результатов с оценками, полученными широко применяемым на практике методом моментов [2] по результатам вычисления первых двух моментов (средней частоты и ширины спектра) текущих доплеровских энергетических спектров сигналов.

Краткое описание модели тестового сигнала в виде гауссова случайного процесса

Генерировалась случайная последовательность с нормальной плотностью вероятности мгновенных значений, энергетический спектр которой – белый шум.

Затем эта случайная последовательность пропускалась через полосовой фильтр, частотная характеристика которого аппроксимировалась гауссовой формой.

Для формирования квадратурных составляющих сигнала случайная последовательность на выходе фильтра перемножалась с опорными косинусной и синусной составляющими гармонического сигнала. После этого квадратурные составляющие пропускались через фильтр низких частот для выделения низкочастотных квадратурных компонент.

В результате средняя частота спектра тестового сигнала составляла примерно 550 Гц, а ширина спектра – примерно 150 Гц.

Методика исследований

Исследования проводились по последовательным временным выборкам сигналов, состоящих из 128, 256 и 512 временных отсчетов (длительность выборок примерно 30, 50 и 100 мс соответственно). Общая длительность исследуемых сигналов была не менее 5 мин. По каждой выборке двумя методами: методом парных импульсов и методом моментов с использованием БПФ, рассчитывались средняя доплеровская частота и среднеквадратическая ширина доплеровского спектра.

Метод парных импульсов

1. Оценка средней доплеровской частоты

$$\hat{f}_0 = -\arctg\left(\frac{\text{Im}(\varphi(\delta t))}{\text{Re}(\varphi(\delta t))}\right) \frac{1}{2\pi\delta t}, \quad (1)$$

где

$$\varphi(\delta t) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} (\dot{x}_i - m_x)(\dot{x}_{i+1} - m_x)^* - \quad (2)$$

оценка автокорреляционной функции при временной задержке δt ; δt – интервал дискретизации, равный периоду повторения импульсов; \dot{x}_i – i -ый комплексный отсчет исследуемого сигнала; \tilde{m}_x – математическое ожидание исследуемой выборки; * – операция комплексного сопряжения.

2. Оценка среднеквадратической ширины доплеровского спектра

$$\hat{\sigma}_f = \left(\ln \left(\frac{P_s - P_n}{|\varphi(\delta t)|} \right) \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta t}}, \quad (3)$$

где $P_s = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\text{Re}(\dot{x}_i))^2 + (\text{Im}(\dot{x}_i))^2$ – оценка мощности сигнала, отраженного от метеообъекта, в рассматриваемом элементе дальности; P_n – оценка мощности шума (обычно определяется так же как и P_s в элементе дальности, свободном от наличия метеообъектов).

Метод моментов

1. Оценка средней доплеровской частоты

$$\hat{f}_0 = \frac{1}{P} \int_{f_l}^{f_h} f S(f) df, \quad (4)$$

где $S(f)$ – оценка энергетического спектра

выборки; f_l – частота, соответствующая нижнему пределу интегрирования; f_h – частота, соответствующая верхнему пределу интегрирования. Значения f_l и f_h определяются по превышению спектральной плотности мощности сигнала некоторого порогового значения, соответствующего уровню шума;

$$P = \int_{f_l}^{f_h} S(f) df -$$

оценка мощности сигнала.

2. Оценка среднеквадратической ширины доплеровского спектра

$$\hat{\sigma}_f^2 = \frac{1}{P} \int_{f_l}^{f_h} (f - f_0)^2 S(f) df. \quad (5)$$

Следующим шагом было сравнение оценок f_0 и σ_f , полученных каждым из вышеуказанных методов.

Радиолокационные отражения от снега

На рис. 1 и рис. 2 соответственно представлены текущие оценки средней частоты и ширины спектра доплеровских энергетических спектров сигналов, полученные методом парных импульсов и методом моментов, для исследуемого процесса длительностью 60 с. Видно, что эти оценки отличаются незначительно. На рис. 3 и рис. 4 соответственно представлены гистограммы отклонений оценок средней частоты и среднеквадратической ширины спектра исследуемого сигнала, полученных методом парных импульсов, от аналогичных оценок, полученных методом моментов.

Как видно из рисунков, среднеквадратический разброс оценок ширины доплеровского спектра не превышает 7 %, а среднее отклонение оценки средней частоты составляет 24.1 Гц. Причем, наибольшие отклонения оценок соответствуют моментам времени, когда средняя частота доплеровского спектра зна-

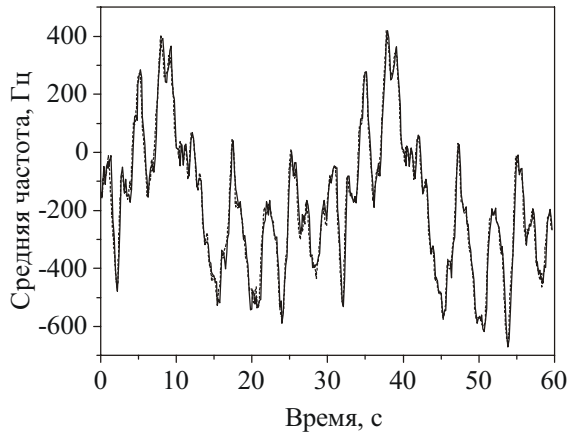


Рис. 1. Оценка средней частоты:
 — метод моментов, метод парных импульсов

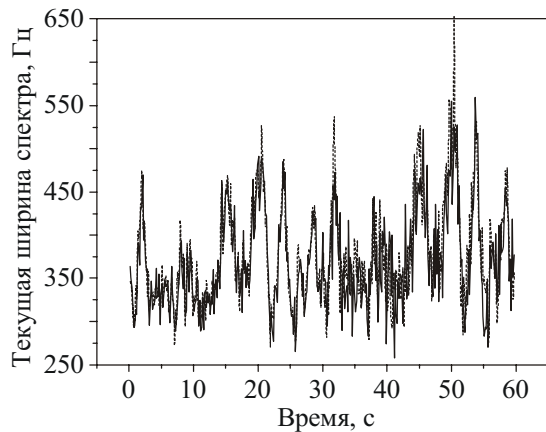


Рис. 2. Оценка текущей ширины спектра:
 — метод моментов, метод парных импульсов

чительно отличается от нулевой частоты. Таким образом, относительная погрешность оценки средней частоты не превышает 5 %.

Как известно [2], метод парных импульсов позволяет получать несмещенные оценки средней частоты и среднеквадратической ширины доплеровского спектра только при гауссовой форме энергетического спектра исследуемого сигнала. При несимметричном энергетическом спектре или при наличии в нем нескольких мод должны наблюдаться смещения оценок. Ошибки за счет несимметричной формы энергетического спектра можно оценить по методике, описанной в [2].

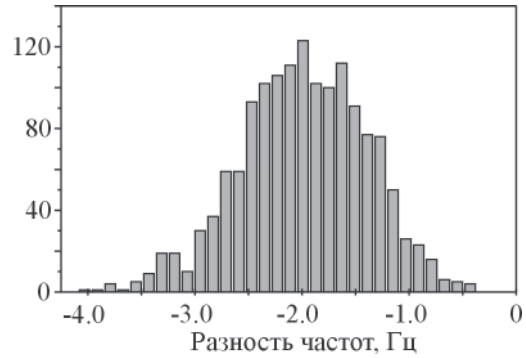


Рис. 3. Гистограмма распределения разностей оценок средней частоты, полученных методом парных импульсов и методом моментов (среднее значение = 24.1 Гц, среднее квадратическое отклонение = 25.5 Гц, средняя ширина = 362 Гц)

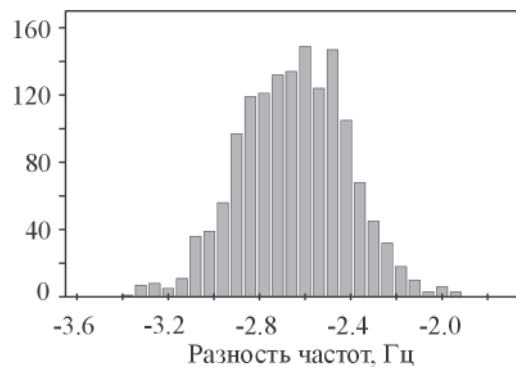


Рис. 4. Гистограмма распределения разностей оценок среднеквадратической ширины спектра, полученных методом парных импульсов и методом моментов (среднее значение = - 20.7 Гц, среднее квадратическое отклонение = 24.3 Гц)

Энергетический спектр стационарного эргодического случайного процесса является четной функцией. Поэтому наличие асимметрии приведет к появлению комплексной составляющей автокорреляционной функции при обратном преобразовании Фурье энергетического спектра. Эта составляющая войдет в числитель выражения (1) для оценки средней частоты доплеровского спектра методом парных импульсов, т. е.

$$\text{Im}(\delta\varphi(\delta t)) = \int_{f_1}^{f_2} S(f) \sin(2\pi f) df, \quad (6)$$

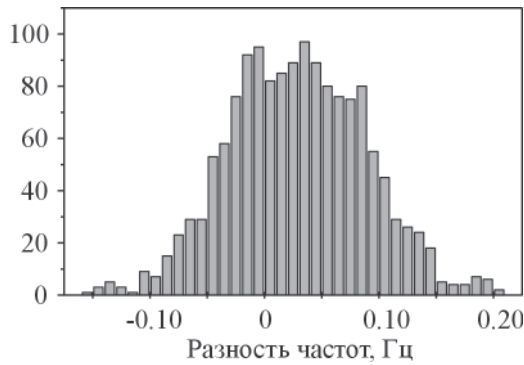


Рис. 5. Гистограмма распределения ошибок оценивания средней доплеровской частоты методом парных импульсов, возникающих за счет несимметричной формы доплеровских спектров (среднеквадратическое значение ошибок оценивания средней частоты – 0.83 Гц)

где $\text{Im}(\delta\varphi(\delta t))$ – мнимая часть ошибки оценивания автокорреляционной функции при временной задержке δt .

Эта мнимая часть определяет ошибки оценивания средней частоты в методе парных импульсов в соответствии с формулой (1). На рис. 5 показана гистограмма распределения таких ошибок, полученная при реализации процесса длительностью порядка 5 мин. Как видно из рисунка, среднеквадратическая ошибка оценивания средней частоты доплеровского спектра не превышает величины 0.1 Гц.

Из проведенного анализа следует, что отклонения оценок средней частоты и среднеквадратической ширины доплеровских спектров отражений от метеорообъектов, проведенных методом парных импульсов и методом моментов, весьма малы даже в случае, когда формы текущих энергетических спектров исследуемых сигналов отличаются от гауссовой.

Тестовый сигнал в виде модели гауссова случайного процесса

Результаты оценок рассматриваемых величин, полученных по тестовому сигналу в виде модели гауссова случайного процесса, позволяют сделать следующие выводы.

1) Ошибки оценивания средней частоты текущих энергетических спектров за счет их несимметричной формы не превышают 0.1 Гц.

2) Средняя разность оценок средней доплеровской частоты, полученных методом парных импульсов и методом моментов составляет 9.1 Гц, а среднеквадратическая разность оценок – 9.03 Гц. Таким образом, относительная погрешность оценивания этих величин не более 1.8 %.

3) Средняя ошибка отклонений оценок среднеквадратической ширины доплеровских энергетических спектров, полученных методом парных импульсов и методом моментов, равна 11.5 Гц, а среднеквадратическая ошибка – 10.9 Гц, т. е. менее 2 % от истинных значений этих величин.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что метод парных импульсов дает возможность оценивать первые два момента доплеровских энергетических спектров реальных радиолокационных отражений от метеорообъектов с приемлемой для практических нужд точностью.

Представляет интерес выяснить, за счет чего получаются столь небольшие погрешности в оценке средней частоты и среднеквадратической ширины спектров реальных радиолокационных сигналов, проведенной методом парных импульсов в предположении гауссовой формы энергетических спектров.

Рассмотрим ошибки оценивания автокорреляционной функции при аргументе δt , равном периоду следования импульсов, которые возникают за счет статистических свойств выборок исследуемых сигналов и определяют ошибки оценивания рассматриваемых характеристик доплеровских спектров.

Запишем выражение для оценки автокорреляционной функции (2) в виде [3]:

$$\tilde{\Phi}(j\delta t) = \frac{1}{N-j} \sum_k^{N-j} (x_k - \gamma \tilde{m}_x)(x_{k+j} - \gamma \tilde{m}_x)^*, \quad (7)$$

где $\gamma=0$ для центрированного стационарного случайного процесса с математическим ожиданием равным нулю и $\gamma=1$ для процесса с неизвестным математическим ожиданием.

Введем векторы-столбцы: $\vec{x} = (x_1, \dots, x_N)^T$, $\vec{e} = (1, \dots, 1)^T$, и симметричные матрицы: $E = \vec{e}\vec{e}^T$, $A_j = [a_{kl}^{(j)}]$, где

$$a_{kl}^{(j)} = \begin{cases} 1 & \text{при } |k-l|=j, \\ 0 & \text{при } |k-l| \neq j. \end{cases}$$

Тогда выражение (7) примет вид:

$$\tilde{\Phi}(j\delta t) = \vec{x}^+ G_j \vec{x}, \quad (8)$$

где G_j – матрица, определяемая выражением

$$G_j = \frac{\delta(j)}{N-j} (I_N - \gamma \frac{E}{N}) A_j (I_N - \gamma \frac{E}{N}), \quad (9)$$

I_N – единичная матрица с размерами $N \times N$;

$$\delta(j) = \begin{cases} 1/2 & \text{при } j \neq 0, \\ 1 & \text{при } j = 0. \end{cases}$$

В нашем случае матрица A_1 имеет вид:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

При этих условиях функция распределения квадратичной формы (8) определяется выражением:

$$F_{\vec{p}}(y) = P\{\vec{x}^+ W_y \vec{x} < 0\},$$

где $W_y = G_j - G_0$.

Пользуясь стандартной процедурой, приведем квадратичную форму (8) к каноническому виду. Для этого сделаем в (8) двукратную замену переменных:

$$\vec{x} = C_1 \vec{y}, \quad \vec{y} = C_2 \vec{z},$$

где C_1 – матрица с размерами $N \times M$, такая, что \vec{y} – N -мерный имеющий нормальный закон распределения случайный вектор с нулевым средним и корреляционной матрицей

$$R_x = \langle [\vec{x}\vec{x}^+] \rangle, \quad \langle \dots \rangle - \text{результат усреднения};$$

C_2 – ортогональная матрица, приводящая форму:

$$\Psi(\vec{y}) = \vec{y}^+ C_1^+ G_j C_1 \vec{y} \rightarrow \Psi(\vec{y}) = \vec{z}^+ C_2^+ C_1^+ G_j C_1 C_2 \vec{z}, \quad (10)$$

к диагональной; \vec{z} – N -мерный случайный вектор, компоненты которого z_k – независимые гауссовы величины.

Тогда квадратичная форма (10) приводится к диагональному виду:

$$\Psi(\vec{y}) = \sum_{k=1}^M \lambda_k z_k^2,$$

где λ_k – собственные числа матрицы

$$W = C_1 C_1^+; \quad (11)$$

M – ранг матрицы R_x ; C_1 – неособая матрица, т. е. существует обратная ей матрица C_1^{-1} .

Как известно [4], преобразование подобия

$$X^{-1} W X \quad (12)$$

матрицы W не изменяет ее спектра (множества собственных чисел) $\lambda(W)$.

Подставляя выражение для вектора $\vec{x} = C_1 \vec{y}$, получим:

$$\lambda(W) = \lambda((C_1^+)^{-1} C_1^+ G_j C_1 C_1^+) = \lambda(G_j R_x). \quad (13)$$

Если R_x положительно определенная матрица, то собственные числа матрицы $\overset{0}{W}$ равны собственным числам матрицы $W = G_j R_x$. Из работы [5] известно, что критерием положительно определенной корреляционной матрицы вектора $\vec{x} = (x_1, \dots, x_N)^T$ является условие

$$\text{Inf } S(\lambda) = S_0 > 0, \quad \lambda \in [-\pi, \pi].$$

Отсюда следует, что положительно определена корреляционная матрица последовательности отсчетов (x_1, \dots, x_N) , доплеровский спектр которой можно аппроксимировать дробно-рациональным выражением (что практически всегда выполняется на практике [7]).

После приведения квадратичной формы (8) к канонической вычисление моментов сводится к анализу собственных чисел матрицы (11). Первые два момента – математическое ожидание оценки корреляционной функции при заданном аргументе $j\delta t$ и ее дисперсия, вычисляются по формулам:

$$M(\Psi(\vec{y})) = \sum_{k=1}^M \lambda_k, \quad (14)$$

$$\sigma^2(\Psi(\vec{y})) = \sum_{k=1}^M \lambda_k^2. \quad (15)$$

Выражение (15) определяет ошибку оценивания корреляционной функции при заданном аргументе $j\delta t$, которая, как уже упоминалось, определяет ошибки оценивания средней частоты и среднеквадратической шири-

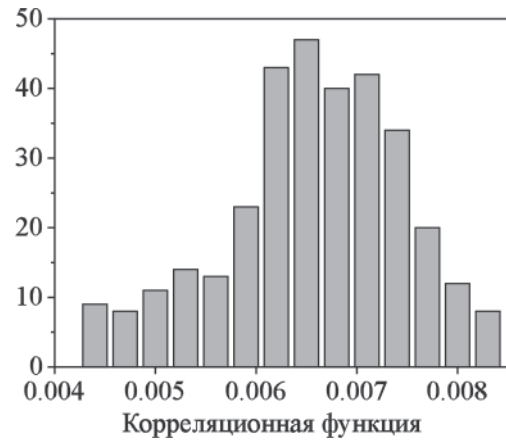


Рис. 6. Гистограмма относительных среднеквадратических ошибок оценивания корреляционной функции отражений от снега

ны доплеровского спектра отражений от метеорообразований.

Таким образом, ошибки определения основных характеристик текущих доплеровских энергетических спектров исследуемых сигналов можно рассчитать, вычисляя дисперсию оценки автокорреляционной функции, аргумент которой δt .

На рис. 6 представлена гистограмма относительных среднеквадратических ошибок оценивания корреляционной функции отражений от снега на волне 0.8 см методом парных импульсов. Эти ошибки обусловлены конечным размером выборок и статистическими свойствами текущих значений исследуемого сигнала.

Таким образом, ошибки оценивания средней частоты и среднеквадратической оценки ширины доплеровского спектра с учетом средней относительной ошибки оценивания корреляционной функции при аргументе δt , равном периоду повторения импульсов, не превышают десятка Гц, или 5 %.

Как следует из проведенного анализа, ошибки оценивания средней частоты и среднеквадратической ширины спектра методом парных импульсов являются незначительными, хотя текущие энергетические спектры исследуемых выборок могут существенно отличаться по форме от гауссовой или содержать несколько мод.

Возможным объяснением полученных результатов может служить эффект усреднения оценки корреляционной функции при использовании достаточно длинной текущей выборки сигнала (длительность должна превышать интервал корреляции случайного процесса). В этом случае, даже при наличии процессов, связанных с быстрым изменением формы спектров, при усреднении оценки корреляционной матрицы ее главные собственные векторы, определяющие форму энергетического спектра, усредняются и принимают значения, соответствующие примерно среднему значению частоты доплеровского спектра [6]. При этом, форма огибающей спектра, соответствующая главным собственным векторам, становится близкой к гауссовой.

Выводы

В результате проведенного анализа погрешностей оценивания средней частоты и среднеквадратической ширины доплеровских спектров радиолокационных отражений от метеорологических объектов на волне 8 мм показано, что метод парных импульсов может успешно применяться в практических исследованиях для оценки основных параметров текущих доплеровских спектров сигналов и связанных с ними параметров исследуемых метеорологических объектов.

Работа выполнена в рамках контракта №1999/12/08/01 между РИ НАН Украины и фирмой МЕТЕК (Гамбург, Германия). Руководитель работ профессор Д. М. Ваврив.

Литература

1. А. В. Рыжков. Зарубежная радиоэлектроника. 1993, №4, с. 29-34.
2. Р. Довиак, Д. Зрнич. Доплеровские радиолокаторы и метеорологические наблюдения. Ленинград, Гидрометеиздат, 1988.
3. J. Gurland. Ann. Math. Stat. 1953, 24, No. 3, pp. 416-427.
4. А. И. Мальцев. Основы линейной матрицы. Москва, Наука, 1970, 400 с.
5. У. Гренандер, Г. Сеге. Теплицевы формы и их приложения. Москва, ИИ, 1961, 308 с.
6. В. Г. Сугак. Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Харьков, ИРЭ НАН Украины, 1992, 149 с.

Experimental Estimation of Pair Pulse Method Capability in Spectral Research of Radar Returns

V. G. Sugak, P. V. Usik

The accuracy of determination of average velocity of atmospheric objects and root mean square spectrum width when using the pair pulse impulse method is examined. On the basis of radar returns from atmospheric objects (snow-cloud) in millimeter band the comparison of estimation outcomes with ones, obtained by moment method, is carried. It is shown that the accuracy of estimation of average velocity and root mean square spectrum width by the pair pulse method is quite sufficient for wide practical applications.