Радиофизика и радиоастрономия, 1999, т. 4, №4, стр. 342-348

УДК 535.42:534.321.9

Дифракционная эффективность второго порядка брэгговской дифракции при взаимодействии света с ультразвуком под двойным углом Брэгга

Л. Ф. Купченко, Ю. М. Плахов, О. В. Ефимова, В. Б. Лобырев, Е. Л. Черкашина, А. В. Шевченко

Харьковский военный университет,
Украина, 61043, г. Харьков, пл. Свободы, 6

Статья поступила в редакцию 18 сентября 2000 г.

Приводятся результаты экспериментальных исследований дифракционной эффективности второго порядка брэгговской дифракции. Показано, что величина дифракционной эффективности зависит не только от величины относительного изменения коэффициента преломления $\Delta n/n$, которое связано с наличием в среде ультразвуковой волны, но и от частоты ультразвука.

Изложена методика численного расчета уравнений Рамана-Ната с использованием метода непрерывных дробей, а также проведен сравнительный анализ расчетов и экспериментальных результатов.

Наводяться результати експериментальних досліджень дифракційної ефективності бреггівської дифракції другого порядку. Показано, що величина дифракційної ефективності залежить не тільки від величини відносної зміни коефіцієнта заломлення $\Delta n/n$ внаслідок наявності в середовищі ультразвукової хвилі, але і від частоти ультразвука.

Викладено методику чисельного розрахунку рівнянь Рамана-Ната з використанням методу неперервних дробів, а також проведено порівняльний аналіз розрахунків і експериментальних результатів.

1. Введение

В настоящее время в радиоастрономии все шире используются акустооптические процессоры. Они способны осуществлять анализ и обработку радиосигналов в полосе частот до 1 ГГц и более с высокой разрешающей способностью [1, 2]. В частности, акустооптические процессоры применены для спектрального комплекса радиотелескопа РАТАН-600 [2]. В результате на этом радиотелескопе был проведен ряд уникальных исследований в области космической радиоспектроскопии (к примеру, исследование квазаров, спектральных линий водорода и т. д.) [3].

Обычно в акустооптических устройствах реализуется брэгговский режим дифракции, когда взаимодействие света и звука происходит под углом Брэгга. Существующий интерес исследователей к изучению свойств дифракционных составляющих высших порядков брэгговской дифракции объясняется тем, что дифракционные составляющие второго порядка обладают в два раза большей, а третьего – в три раза большей угловой дисперсией по сравнению с первым порядком. Появление дифракционных составляющих высших порядков обусловлено многократным рассеянием света на объемных периодических структурах, созданных ультразвуковой волной, и, следовательно, эти составляющие обладают большими угловой и спектральной селективностями [4]. Это свойство, в частности, может быть использовано для повышения разрешающей способности акустооптических процессоров.

В работе [5] показано, что величина дифракционных составляющих может быть соизмерима с величиной падающего на звуковую волну светового излучения, если взаимодействие происходит под углами, кратными углу Брэгга: $2\theta_Б$, $3\theta_Б$ и т. д. (Угол Брэгга отвечает соотношению $\sin\theta_Б = -k_0/2k$, где k_0 и k – волновые числа ультразвуковой и световой волн соответственно). Это, по-видимому, открывает возможность построения нового класса акустооптических устройств с характеристиками, которые отличаются от характеристик приборов, использующих обычную брэгговскую дифракцию.

Анализ выражений, полученных в [5], позволил установить дополнительное свойство высших порядков дифракции при углах взаимодействия кратных углу Брэгга. Это свойство состоит в том, что величина дифракционной эффективности при выполнении условий брэгговского синхронизма для каждого из порядков (при $\theta = 2\theta_Б$ и $\theta = 3\theta_Б$) зависит не только от величины относительного изменения коэффициента преломления $\Delta n/n$, но и от периода дифракционной решетки, созданной ультразвуковой волной, при постоянных значениях длины взаимодействия l и волнового числа светового излучения k [6]. Ранее это свойство не получило экспериментального подтверждения и является предметом изучения в настоящей работе.

2. Постановка задачи

Обычно под дифракционной эффективностью понимают квадрат модуля отношения амплитуд дифрагировавшей и падающей световых волн

$$\eta_i^2 = \left|E_i/E_0\right|^2, \qquad \text{где } i = 1, 2 \ldots .$$

Для сравнительного анализа свойств дифракционных составляющих первого и второго порядков представим полученные в работе [5] выражения для дифракционной эффективности каждого из порядков в следующем виде:

$$\eta_1^2 = \frac{1}{1+\gamma_1^2}\sin^2\left(\frac{\Delta n}{n}\frac{kl}{2}\sqrt{1+\gamma^2}\right), \tag{1}$$

$$\eta_2^2 = \frac{1}{1+\gamma_2^2}\sin^2\left[\left(\frac{\Delta n}{n}\right)^2\frac{kl}{2}\left(\frac{k}{k_0}\right)^2\sqrt{1+\gamma^2}\right], \tag{2}$$

где $\gamma_1 = \varepsilon_1/2q$; $\gamma_2 = \varepsilon_2/q^2$; $q = (\Delta n/n)(k/k_0)^2$;

$$\varepsilon_1 = 1 + \frac{2k\sin\theta}{k_0}; \qquad \varepsilon_2 = 2\left(1+\frac{k\sin\theta}{k_0}\right).$$

Здесь относительные расстройки ε_1 и ε_2 определяют, насколько величина угла взаимодействия θ между направлением распространения плоской световой волны и акустическим волновым фронтом близка к брэгговскому углу $\theta_Б$ и к двойному брэгговскому углу $2\theta_Б$ соответственно.

Как видно из выражений (1) и (2), максимальная дифракционная эффективность для каждого из порядков может быть обеспечена при выполнении следующих двух условий. Во-первых, при равенстве нулю относительной расстройки $\varepsilon_1 = 0$ либо $\varepsilon_2 = 0$, а во-вторых, при достижении аргумента синуса в каждом из выражений значения $\pi/2$, т. е. при условиях:

$$\frac{\Delta n}{n}\frac{kl}{2} = \frac{\pi}{2}, \tag{3}$$

$$\left(\frac{\Delta n}{n}\right)^2\left(\frac{k}{k_0}\right)^2\frac{kl}{2} = \frac{\pi}{2}. \tag{4}$$

Каждое из выражений (3) и (4) включает в себя три множителя: множитель, пропорциональный изменению относительной оптической плотности решетки, созданной ультразвуковой волной, $\Delta n/n$, степень которого соответствует номеру дифракционного порядка $i = 1, 2, ...$; множитель, пропорциональный отношению волновых чисел света и ультразвука k/k_0, с показателем степени равным значению $2j$ ($j = 0, 1...$) и, наконец, множитель, пропорциональный произведению волнового числа света на длину взаимодействия kl.

Если учесть, что $\Delta n/n << 1$, а $k/k_0 >> 1$, то обеспечить выполнение равенства (4) и, следовательно, реализовать максимум дифракционной эффективности второго порядка возможно путем подбора соотношения k/k_0 при заданных значениях величины $\Delta n/n$.

Для иллюстрации свойств дифракционных составляющих первого и второго порядков на рис. 1 изображены зависимости η_1^2 и η_2^2 от волнового числа ультразвука k_0 и от относительного изменения коэффициента преломления $\Delta n/n$ при фиксированном значении kl и выполнении условий брэгговского синхронизма для каждого из рассматриваемых случаев взаимодействия: $\varepsilon_1 = 0$ и $\varepsilon_2 = 0$.

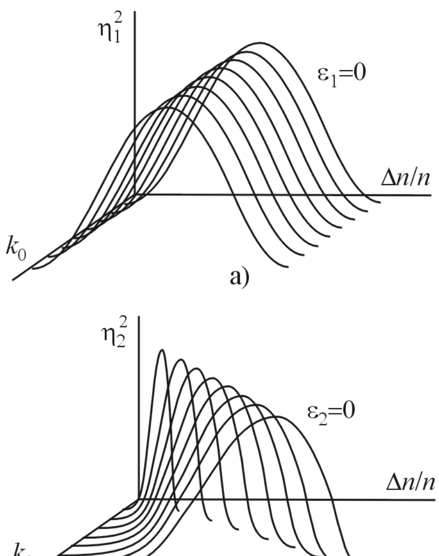

Рис. 1. *Зависимости дифракционных эффективностей η_1^2 и η_2^2 от волнового числа ультразвука и относительного изменения коэффициента преломления*

Таким образом, целью экспериментальных исследований, изложенных в настоящей работе, является проверка одного из характерных свойств второго порядка дифракции, которое можно сформулировать следующим образом. Если взаимодействие света с ультразвуковой волной осуществляется под двойным углом Брэгга и выполняются условия брэгговского синхронизма, то для получения определенного значения дифракционной эффективности η_2^2 при частоте ультразвука $\omega_0 = \upsilon_0 k_0$ (υ_0 – скорость ультразвуковой волны) требуется обеспечить тем большее значение глубины модуляции коэффициента преломления Δn, чем больше частота ультразвука.

2. Методика численного расчета

Следует отметить, что выражения (1) и (2) получены в предположении малости параметра Рытова ($q << 1$), т. е. являются справедливыми при достаточно малой мощности и достаточно высокой частоте ультразвука. В то же время для достижения значительной дифракционной эффективности во втором дифракционном порядке оптимальными являются условия с большой мощностью и сравнительно низкой частотой ультразвука. Поэтому для расчета дифракции во втором порядке предпочтение отдают численным методам [7]. В данном исследовании расчетные значения дифракционной эффективности определялись с помощью численного решения системы связанных дифференциальных уравнений Рамана-Ната для комплексных амплитуд дифрагировавших световых волн [8].

Примененная методика численного расчета основана на методе непрерывных дробей, который предусматривает сведение системы дифференциальных уравнений к системе алгебраических уравнений с дальнейшим нахождением разрешенных направлений распространения и комплексных амплитуд световых волн в среде с периодической неоднородностью. Основные положения данной методики можно охарактеризовать следующим образом. Для плоской световой волны, падающей (под углом θ к направлению оси OX) на диэлектрик, в котором ультразвуковая волна распространяется вдоль оси OY, решения волнового уравнения для изотропной среды записываются в виде:

$$E=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\Psi_m(x)e^{i\left[\left(k_1x+\left(k_2+mk_0\right)\right)y\right]-i(\Omega+m\omega_0)t},\qquad(5)$$

где m – номер дифракционного порядка; Ω – частота света; k_1, k_2 – проекции волнового вектора падающего света $\vec{k}$ на оси координат.

Уравнения Рамана-Ната, впервые полученные в работе [9], являются дифференциально-разностными уравнениями вида

$$\Psi'_m-\left(m^2-mz\right)\Psi_m+q\left(\Psi_{m-1}+\Psi_{m+1}\right)=0,\quad(6)$$

где $m=0;\ \pm1;\ \pm2\ ...;\quad \Psi'_m=\dfrac{d\Psi_m}{d\tau},\quad \tau=iax,$

$a=\dfrac{k_0^2}{2k\cos\theta};\quad z=\dfrac{\sin\theta}{\sin\theta_Б}$, и выводятся путем подстановки (5) в волновое уравнение.

Полагая $\Psi_m=A_me^{\lambda\tau}$ (λ – дисперсионный параметр), переходим к системе линейных алгебраических уравнений:

$$\Lambda_mA_m+q\left(A_{m-1}+A_{m+1}\right)=0,\qquad(7)$$

где $\Lambda_m=\lambda-m^2+mz$, а коэффициенты $A_{\pm m}$ определяются рекуррентными формулами:

$$A_{\pm m}=\cfrac{q}{\Lambda_{\pm m}-\cfrac{q^2}{\Lambda_{\pm m+1}-\cfrac{q^2}{\Lambda_{\pm 2m+1}-...}}}\cdot A_{\pm m-1},\qquad(8)$$

что позволяет все возможные значения A_m выразить через A_0.

Система уравнений (7) имеет нетривиальное решение и позволяет определить разрешенные направления распространения света в среде с ультразвуковой волной λ_0, когда детерминант системы равен нулю. Конечным детерминант будет в том случае, если оборвать систему на определенном значении $m=m_{\max}$. Такое ограничение возможно осуществить пользуясь тем, что значения A_m пропорциональны q^m $(q\ll1)$. Исключение составляют те случаи, когда при $m=N$ имеет место брэгговский резонанс N-го порядка и выполняются следующие условия брэгговского синхронизма:

$$z=\frac{\sin\ \theta}{\sin\ \theta_Б}=1,\quad z=\frac{\sin\ \theta}{\sin\ \theta_Б}=2,\quad z=\frac{\sin\theta}{\sin\theta_Б}=3$$

и т. д., при которых дифракционные составляющие первого, второго и последующих порядков могут быть равны амплитуде падающей волны.

Приравнивая детерминант системы уравнений (7) нулю, получаем дисперсионное уравнение, корнями которого являются допустимые значения параметра λ, для нумерации которых будем использовать индекс j.

Поскольку $\lambda=\dfrac{\chi^3n_0^2-k_1^2-k_2^2}{k_0^2}$ (χ – волновое число света в вакууме), индекс j приобретают и составляющие волнового вектора k_1, определяемые при заданном k_2 значениями λ_j, и, следовательно, в выражении (5) необходимо добавить суммирование по j:

$$E=\sum_{m,j=-\infty}^{\infty}A_{mj}e^{i[(k_{1j}x+(k_2+mk_0)y]-i(\Omega+m\omega_0)t}.\qquad(9)$$

Решение задачи заканчивается определением A_{0j} (а через них A_{mj}) из граничных условий:

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} A_{0j} = A,$$
$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} T_{mj} A_{0j} = 0, \tag{10}$$

матрица T_{mj} находится из выражения (8).

Как следует из (8), на величину коэффициентов A_m непосредственно влияют смежные с ними составляющие $A_{m\pm1}$. Поэтому при исследовании взаимодействия света с ультразвуком под двойным углом Брэгга помимо основных составляющих A_2 и A_0 следует рассматривать также составляющие A_1, A_{-1} и A_3, учитывая условие брэгговского синхронизма $z = 2$. Тогда система уравнений (6) принимает следующий вид:

$$\begin{cases}(\lambda-3)A_{-1}+qA_0=0,\\ qA_{-1}+\lambda A_0+qA_1=0,\\ qA_0+(\lambda+1)A_1+qA_2=0,\\ qA_1+\lambda A_2+qA_3=0,\\ qA_2+(\lambda-3)A_3=0.\end{cases} \tag{11}$$

Решая систему (11), найдем значения λ_j (j = 1, ..., 5). Это означает, что каждая из комплексных амплитуд дифракционных порядков будет определяться пятью компонентами. В этом случае выражение (6) приобретает вид:

$$\Psi_m(x) = \sum_{j=1}^{5} A_{mj} e^{-i\lambda \frac{k_0^2}{2k} x}, \tag{12}$$

где $A_{mj} = A_{0j} T_{mj}$, причем коэффициенты T_{mj} могут быть найдены из системы (11) и для рассматриваемого случая определяются выражениями:

$$T_{-1,j} = -\frac{q}{\lambda_j - 1 - z},$$

$$T_{1,j} = -\cfrac{q}{\lambda_j - 1 + z - \cfrac{q^2}{\lambda_j - 4 + 2z - \cfrac{q^2}{\lambda_j - 9 + 3z}}}, \tag{13}$$

$$T_{2,j} = -\cfrac{q}{\lambda_j - 4 + 2z - \cfrac{q^2}{\lambda_j - 9 + 3z}} T_{1,j},$$

$$T_{3,j} = -\frac{q}{\lambda_j - 9 + 3z} T_{2,j}.$$

Особенностью рассмотренной методики расчета является то, что она учитывает многоволновый характер дифракции света и позволяет получить достоверный результат при условиях акустооптического взаимодействия, для которых параметр Рытова не является малым. Это позволяет применить данную методику при исследовании второго порядка дифракции для сопоставления экспериментальных результатов с расчетными.

4. Экспериментальные результаты

Экспериментальные исследования дифракционной эффективности второго порядка при взаимодействии света и ультразвука под двойным углом Брэгга производились с использованием изотропной дифракции в звукопроводе, изготовленном из тяжелого флинта ТФ-7. Этот материал является доступным изотропным материалом с хорошо известными физическими свойствами. Однако он обладает относительно низкими акустооптическими свойствами, и поэтому для исследования свойств вторых порядков дифракции потребовалось увеличение высокочастотного напряжения на возбудителе ультразвука, а чтобы исключить перегрев возбудителя ультразвука и звукопровода, формировались короткие импульсы ультразвука длительностью 30 мкс с частотой следования 1 кГц. В эксперименте длина возбудителя ультразвука составляла $l = 0.6$ см, а в качестве источника излучения использовался гелий-неоновый лазер, работающий на длине волны $\lambda = 0.633$ мкм.

Параметр $\Delta n/n$ определялся по величине электрического напряжения на пьезопреобразователе. Частотно-зависимый коэффициент электрооптической связи $S(f_0)$, характеризующий зависимость между величиной $\Delta n/n$ и напряжением на возбудителе ультразвука

$$\frac{\Delta n}{n} = S(f_0)U, \tag{14}$$

определялся при калибровке экспериментальной установки по методике [10].

С учетом (14) выражения (1) и (2) могут быть представлены в виде:

$$\eta_1^2 = \sin^2\left[S(f_0)U_1\frac{kl}{2}\right], \tag{15}$$

$$\eta_2^2 = \sin^2\left[S^2(f_0)U_2^2\frac{k^3 l\upsilon_0}{8\pi^2 f_0^2}\right]. \tag{16}$$

Приравнивая правые части (15) и (16), можно показать, что

$$S(f_0) = \frac{U_1^{'}}{\left(U_2^{'}\right)^2}\frac{4\pi f_0^2}{k^2\upsilon_0^2}, \tag{17}$$

где U_1' и U_2' – напряжения на возбудителе ультразвука, при которых выполняется равенство дифракционных эффективностей $\eta_1^2 = \eta_2^2$.

На рис. 2 представлены расчетные (сплошные линии) и измеренные (пунктир) зависимости дифракционной эффективности второго порядка при взаимодействии света с ультразвуковой волной под двойным углом Брэгга от относительной оптической плотности решетки при фиксированных значениях частоты ультразвука $f_{01} = 70$ МГц, $f_{02} = 80$ МГц и $f_{03} = 90$ МГц (кривые 1, 2 и 3 соответственно).

В процессе измерения дифракционной эффективности на каждой из фиксированных частот устанавливался соответствующий угол взаимодействия, равный удвоенному углу Брэгга для этой частоты.

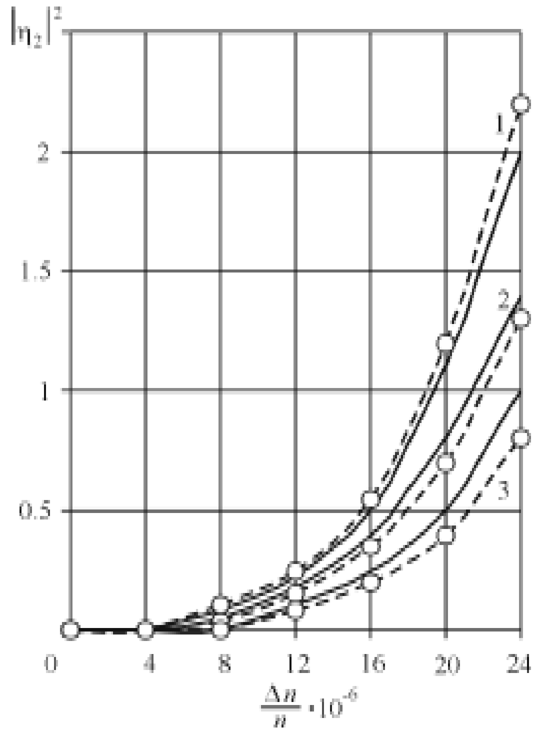

Рис. 2. *Расчетные (сплошные линии) и экспериментальные (пунктирные линии) зависимости дифракционной эффективности второго порядка*

Заключение

Применение высших порядков брэгговской дифракции при разработке и проектировании акустооптических устройств для радиоастрономии представляется целесообразным, так как дифракционные составляющие второго порядка обладают в два раза большей, а третьего – в три раза большей угловой дисперсией по сравнению с первым порядком. В частности, можно ожидать, что в результате использовании второго порядка брэгговской дифракции разрешающая способность акустооптического радиоспектрографа повысится в два раза.

Экспериментально доказано, что величина дифракционной эффективности во втором порядке дифракции при выполнении условий брэгговского синхронизма зависит не только от оптической плотности решетки, но и от ее периода. Это свойство необходимо учитывать при разработке акустооптических функциональных элементов для устройств обработки информации.

Литература

1. Н. А. Есепкина. В сб.: Тез. докл. XXVI радиоастрономической конференции. Сестрорецк, 18-22 сентября 1995 г., Санкт-Петербург, Изд-во СПбГТУ, 1995, с. 371-372.
2. Н. А. Есепкина, В. Ю. Петрунькин. Изв. вузов. Радиофизика. 1976, **19**, №11, с. 1732-1739.
3. Развитие радиоастрономии в СССР. Под ред. А. Е. Саломоновича. Москва, Наука, 1988, 222 с.
4. Л. Ф. Купченко, Ю. М. Плахов, О. В. Ефимова. В сб.: Материалы международного научного конгресса “Фундаментальные проблемы естествознания”. Санкт-Петербург, 1998, с. 114.
5. Г. Е. Зильберман, И. Н. Сидоров, Л. Ф. Купченко. Радиотехника и электроника. 1982, **27**, №2, с. 241-247.
6. L. F. Kupchenko, Y. M. Plahov, A. M. Reznichenko, N. A. Kovalyov, O. V. Efimova. Proc. of 2nd International Conf. on Antenna Theory and Techniques. 20-22 May. 1997, Kyiv, Ukraine, pp. 20-21.
7. В. И. Балакший, И. В. Крылов, Т. Г. Кулиш. Оптика и спектроскопия. 1998. **84**, №2, с. 269-273.
8. Ю. М. Плахов. В сб.: Системы обработки информации. Харьков, НАНУ, ХВУ, 1998, с. 41-47.
9. C. V. Raman and N. S. N. Nath. Proc. Ind. Acad. Sci. 1936, **3**, pp. 46-52.
10. Ю. М. Плахов В сб.: Системы обработки информации. Харьков, НАНУ, ХВУ, 2000, с. 101-105.

Diffraction Efficiency of Second Order Bragg Diffraction at Interaction of Light with Ultrasound under Double Bragg’s Angle

L. F. Kupchenko, Y. M. Plakhov, O. V. Efimova, V. B. Lobyrev, E. L. Cherkashina, A. V. Shevchenko

The results of experimental research of the second order Bragg diffraction are presented. It is shown that the diffraction efficiency depends not only on the relative change of refraction factor $\Delta n/n$, which is connected to an ultrasonic wave presence in the medium, but also on ultrasound frequency.

The technique of numerical study of the Raman-Nath equations using a method of continuous fractions is stated, and also the comparative analysis of calculation and experimental results is carried out.