

Анализ дифракции волн на последовательности идентичных ленточных решеток. Многоволновый режим

Л. Н. Литвиненко, С. Л. Просвирнин

*Радиоастрономический институт НАН Украины,
Украина, 61002, г. Харьков, ул. Краснознаменная, 4
E-mail: prosvirn@rian.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 12 июля 2000 г.

Рассматривается решение задачи дифракции волн на полубесконечной дискретной структуре из ленточных периодических решеток в многоволновом режиме. Приводятся результаты численного анализа дифракции волн.

Розглядається розв'язання задачі дифракції хвиль на напівнескінченній дискретній структурі з стрічкових періодичних решіток в багатохвильовому режимі. Надаються підсумки числового аналізу дифракції хвиль.

1. Введение

Исследование дифракции волн на периодических структурах – актуальная задача радиофизики. Периодические частично прозрачные металлические решетки используются в качестве элементов частотно-избирательных и поляризационно-избирательных устройств, многослойных искусственных диэлектриков, прочных металлодиэлектрических слоев, прозрачных для радиоволн.

Если плоская многослойная структура состоит из элементарных слоев в виде периодических дифракционных решеток, решение задачи об отражении электромагнитной волны и прохождении через такую систему может быть получено операторным методом. Чем больше слоев в системе, тем сложнее ее характеристики из-за многократных отражений дифракционных гармоник в промежутках между слоями. Анализ дифракции волн на многослойной периодической системе можно упростить, если система состоит из одинаковых дифракционных решеток и они расположены на одном и том же расстоянии

друг от друга во всей системе. Дифракционные свойства возможно изучить, если известны решения следующих трех задач: об отражении падающей электромагнитной волны на границе между свободным пространством и последовательностью решеток; о собственных волнах периодической структуры, состоящей из дифракционных решеток; и, наконец, об отражении собственных волн, распространяющихся в многослойной системе, от границы со свободным пространством. В этом случае интерпретация результатов решения задачи о дифракции волн на многослойной системе оказывается проще благодаря возможности выделить в результирующих характеристиках влияние дифракции волн на “элементарных” границах системы и интерференции волн внутри нее.

Далее будет показано, что первая из названных выше трех задач, является основной. С другой стороны, ее решение имеет самостоятельное значение вне связи с исследованием многослойных систем, например, в теории искусственных сред с регулярными включениями.

Суть рассматриваемого метода решения этой задачи состоит в следующем. Будем считать известным решение задачи о дифракции плоской волны на одной решетке, т. е. заданы соответствующие обобщенные матрицы операторов отражения и прохождения. Используя специфическую симметрию последовательности равноотстоящих слоев, можно построить операторы отражения и прохождения на границе такой последовательности как для волн, приходящих из свободного пространства, так и для собственных волн периодической структуры.

Если полученные операторы использовать для описания преобразования полей на границах многослойного препятствия со свободным пространством, нетрудно найти прошедшее и отраженные поля (а также поле внутри структуры) как результат суммирования многократных отражений.

В настоящее время хорошо известно решение задачи дифракции волн на полубесконечных дискретных структурах в одноволновом режиме. Это такой режим, при котором в результате дифракции во вторичном поле, кроме основной волны, нет других распространяющихся пространственных гармоник. Одноволновый режим имеет место в том случае, если дискретные препятствия, образующие полубесконечную структуру, однородны в направлениях, параллельных к их плоской границе. Кроме того, часто дифракцию волн на периодических структурах изучают в одноволновом режиме, если возникающие пространственные гармоники не создают потока мощности в поперечном направлении к границе структуры, вследствие чего ими можно пренебречь.

Распространение плоской электромагнитной волны в пространстве, заполненном плоскими параллельными решетками, применительно к расчету характеристик искусственных диэлектриков в одноволновом приближении рассмотрено в [1,2].

В работах [3,4] метод используется для исследования дифракции волн на таких полубесконечных дискретных структурах и в таких режимах, при которых можно ограничиться учетом только одной распространяющейся волны. Цель настоящей работы состоит в обобщении метода для исследования дифракции волн на

полубесконечных и многослойных периодических структурах в значительно более сложном для анализа и богатом по физическому содержанию режиме существования распространяющихся пространственных гармоник.

В статье зависимость полей от времени предполагается в виде $e^{-i\omega t}$.

2. Основные уравнения задачи дифракции

2.1. Уравнение относительно оператора отражения полубесконечной дискретной структуры

Рассмотрим полубесконечную структуру, состоящую из расположенных на равном расстоянии вдоль оси Oz одинаковых ленточных периодических решеток (см. рис. 1). Структура является периодической в направлении оси Oy . Будем считать ленты решеток идеально проводящими и бесконечно тонкими. Отношение периода l размещения лент в решетке к длине волны λ не предполагается малым. В пространственном спектре поля дифракции при $k = l/\lambda > 1$ несколько гармоник являются распространяющимися плоскими волнами.

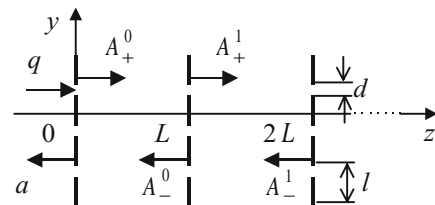


Рис. 1. Полубесконечная структура из ленточных периодических решеток

При дифракции плоской волны на периодической структуре отраженное поле представляет собой суперпозицию полей пространственных гармоник. Их постоянные распространения вдоль оси Oy образуют счетное множество P . Если на структуру падает набор плоских волн, постоянные распространения которых вдоль оси Oy принад-

лежат P , этому же множеству принадлежат постоянные распространения пространственных гармоник отраженного поля. Поэтому поле, отраженное полубесконечной структурой, и поле внутри нее, представляющее собой результат многократных отражений, удобно описывать с помощью матричных операторов отражения и прохождения. В соответствующих бесконечных матрицах столбцы представляют собой векторы, элементами которых являются амплитуды пространственных гармоник поля дифракции. Каждому из этих векторов соответствует падающая на структуру плоская волна, постоянная распространения которой принадлежит множеству P .

Пусть r и t – операторы отражения и прохождения одной ленточной дифракционной решетки, R – оператор отражения полубесконечной дискретной структуры. Операторы r и t находят из строгого решения граничной задачи о дифракции электромагнитной волны на ленточной решетке. Изменение вектора комплексных амплитуд пространственных гармоник при их распространении от одной дифракционной решетки к соседней будем описывать матричным оператором e .

Векторы амплитуд пространственных гармоник в ближайшем к границе промежутке между дифракционными решетками и в свободном полупространстве (см. рис. 1) удовлетворяют уравнениям:

$$\begin{aligned} A_+^0 &= tq + reA_-^0, \\ A_-^0 &= ReA_+^0, \\ a &= Rq, \\ a &= rq + teA_-^0. \end{aligned} \quad (1)$$

Исключим из (1) векторы A_+^0 , A_-^0 и a . В результате получим нелинейное матричное уравнение относительно неизвестного оператора отражения полубесконечной структуры

$$\tilde{R} = \tilde{r} + i\tilde{R}(I - \tilde{R})^{-1}\tilde{t}, \quad (2)$$

где $\tilde{R} = Re$, $\tilde{r} = re$, $\tilde{t} = te$, I – единичный оператор.

В одноволновом режиме уравнение (2) – квадратное уравнение относительно комплексного коэффициента отражения, и нахождение его решения тривиально. В таком виде уравнение неоднократно использовалось для анализа отражения электромагнитных волн различными полубесконечными структурами.

2.2. Дисперсионное уравнение собственных волн дискретной периодической структуры

Нетрудно показать, что постоянные распространения β собственных волн дискретной периодической структуры, составленной из дифракционных решеток (собственные волны распространяются вдоль оси Oz), удовлетворяют дисперсионному уравнению

$$\det \left[I - \tilde{t}e^{-i\beta L} - \tilde{r}(I - \tilde{t}e^{i\beta L})^{-1}\tilde{r} \right] = 0. \quad (3)$$

Поле собственной волны в каждом промежутке между решетками представляет собой суперпозицию полей пространственных гармоник, распространяющихся в положительном и отрицательном направлениях вдоль оси Oz . Обозначим векторы амплитуд этих гармоник соответственно A_+^e и A_-^e .

Векторы A_+^e и A_-^e в каждой собственной волне вполне определенным образом связаны между собой:

$$A_-^e = \tilde{R}_e A_+^e. \quad (4)$$

Можно показать, что бесконечная матрица \tilde{R}_e в равенстве (4) имеет вид

$$\tilde{R}_e = (I - \tilde{t}e^{i\beta L})^{-1}\tilde{r}. \quad (5)$$

2.3. Оператор прохождения через границу полубесконечной структуры

С помощью равенства

$$A_+^0 = Tq \quad (6)$$

определим оператор прохождения T через границу полубесконечной дискретной структуры в ее внутреннюю часть. Предположим, что оператор R известен. Тогда из первого и второго уравнений системы (1) можно получить T в виде

$$T = (I - \tilde{r}\tilde{R})^{-1}t. \quad (7)$$

Пусть теперь в периодической структуре существует спектр собственных волн, совокупность пространственных составляющих которого описывается вектором амплитуд A_+^j , где j – номер периода. Векторы амплитуд полей в соседних промежутках между решетками удовлетворяют уравнению

$$A_+^{j+1} = TeA_+^j. \quad (8)$$

Если распространяется только одна собственная волна с номером i , с одной стороны, имеем

$$A_{i+}^{j+1} = \tilde{T}A_{i+}^j, \quad (9)$$

а с другой стороны –

$$A_{i+}^{j+1} = e^{i\beta_i L} A_{i+}^j. \quad (10)$$

Таким образом, величины $e^{i\beta_i L}$ представляют собой собственные числа оператора \tilde{T} .

2.4. Операторы отражения и прохождения спектра собственных волн периодической структуры через ее границу в свободное пространство

Пусть u и v – спектр собственных волн, соответственно падающих на границу и отраженных от нее. Пусть A_{\pm} и B_{\pm} векторы амплитуд пространственных гармоник поля в последнем перед границей промежутке между решетками соответственно для спектра волн u и v . Вектор амплитуд гармоник прошедшего поля обозначим b . Операторы прохождения τ и отражения ρ определим следующим образом:

$$b = \tau A_+, \quad (11)$$

$$B_- = \rho A_+. \quad (12)$$

Векторы амплитуд пространственных гармоник удовлетворяют уравнениям:

$$te(A_+ + B_+) = b, \quad (13)$$

$$A_- + B_- = re(A_+ + B_+), \quad (14)$$

$$A_- = ReA_+, \quad (15)$$

$$B_+ = ReB_-. \quad (16)$$

Из этих уравнений получаем выражения для операторов прохождения и отражения:

$$\tau = \tilde{t}(I + \tilde{R}\rho), \quad (17)$$

$$\rho = (I - \tilde{r}\tilde{R})^{-1}(\tilde{r} - \tilde{R}). \quad (18)$$

2.5. Операторы прохождения и отражения для многослойной структуры

Пусть многослойная структура состоит из n ленточных решеток. С помощью введенных выше операторов легко получить выражения

для операторов прохождения t_n и отражения r_n в случае многослойной структуры:

$$t_n = \tau \tilde{T}^{n-2} (I - \rho \tilde{T}^{n-2} \rho \tilde{T}^{n-2})^{-1} T, \quad (19)$$

$$r_n = R + \tau \tilde{T}^{n-2} \rho \tilde{T}^{n-2} (I - \rho \tilde{T}^{n-2} \rho \tilde{T}^{n-2})^{-1} T. \quad (20)$$

Отметим, что все операторы могут быть легко найдены из полученных выше выражений при условии, что известен оператор отражения для полубесконечной структуры R . Поэтому основная задача состоит в определении этого оператора.

3. Численное решение задачи

Будем искать решение уравнения (2) методом последовательных приближений по итерационной схеме

$$\tilde{R}^{(j+1)} = \tilde{r} + \tilde{t} \tilde{R}^{(j)} (I - \tilde{r} \tilde{R}^{(j)})^{-1} \tilde{t}, \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (21)$$

Сходимость итерационного процесса существенно зависит от выбора начального приближения для матричного оператора $\tilde{R}^{(0)}$. Как показывает опыт численного решения уравнения (2) методом последовательных приближений, удачный выбор начального приближения имеет решающее значение.

В многоволновом режиме число пространственных гармоник отраженного поля, переносящих мощность в область $z < 0$, (так называемых распространяющихся гармоник), зависит от угла падения, величины периода l и длины волны. Для простоты будем рассматривать нормальное падение. В этом случае при $\kappa < 1$ распространяющейся является только основная волна. Если $1 < \kappa < 2$, кроме основной волны, распространяющимися являются -1 -я и $+1$ -я пространственные гармоники и т. д. В случае, когда $\kappa = n - \varepsilon$ и $n = 1, 2, 3, \dots$, а $0 < \varepsilon \ll 1$, кроме распространяющихся волн, существенную роль играют

первые из нераспространяющихся пространственных гармоник. В одноволновом режиме, который имеет место, например, в задаче об отражении волн полубесконечной структурой из диэлектрических слоев, оператор $\tilde{T} = Te$ “вырождается” в коэффициент $\tilde{T} = e^{i\beta L}$, откуда $\tilde{R} = (1 - \tilde{t} e^{i\beta L})^{-1} \tilde{r}$. То же самое относится к случаю дифракции на структурах с малым периодом решеток по сравнению с длиной волны, но уже не строго, а приближенно, и тем точнее, чем меньше κ по сравнению с единицей. Оказывается, что в случае, когда в спектре отраженного поля, кроме основной волны – нулевой пространственной гармоники, необходимо учитывать и нераспространяющиеся высшие гармоники, оператор \tilde{T} близок к оператору $I e^{i\beta L}$, но не равен ему. Поэтому для нахождения \tilde{R} из нелинейного уравнения (2) в качестве начального приближения можно использовать матрицу \tilde{R}_e (см. (5)). Действительно, в бесконечной периодической структуре в этом случае может распространяться одна собственная волна с постоянной распространения β . Поле собственной волны близко к полю плоской волны – нулевой пространственной гармоники.

Этот прием чрезвычайно эффективен при значениях параметра κ порядка (но меньше!) единицы: подстановка

$$\tilde{R}^{(0)} = \tilde{R}_e \quad (22)$$

в (21) уже после первой итерации дает результат с высокой точностью.

Этот же прием удастся использовать и в случае многоволнового режима ($\kappa > 1$), но при этом может существовать не один комплексный корень с $|e^{i\beta_k L}| = 1$ дисперсионного уравнения (3) (собственное поле периодической структуры в таком режиме – суперпозиция нескольких собственных волн). Поэтому в правую часть (22) следует подставить матрицу \tilde{R}_e , соответствующую такому корню $e^{i\beta_k L}$

с вещественным значением β_k , при котором процесс (21) будет сходящимся.

4. Анализ численных результатов

Как мы уже отмечали, электродинамические характеристики элемента периодической последовательности – ленточной решетки – существенно зависят от параметра κ , равного отношению периода размещения лент в решетке к длине волны. Если $\kappa < 1$, то поле дифракции имеет в своем пространственном спектре только одну распространяющуюся волну (нулевую гармонику). Поля всех высших пространственных гармоник носят локальный характер и убывают по амплитуде при удалении от плоскости решетки тем быстрее, чем меньше κ . Это обстоятельство дает возможность при анализе дифракционных свойств периодической последовательности решеток в одноволновом режиме ($\kappa < 1$) считать каждую решетку однородной вдоль оси Oy полупрозрачной пленкой, на которой выполняются некоторые эквивалентные граничные условия, и не учитывать взаимодействие локальных полей. Понятно, что описанный подход оправдан лишь в том случае, когда расстояние между решетками (период структуры L) достаточно велико по сравнению с длиной волны, однако в рамках обсуждаемого приближенного решения нельзя указать пределы его применимости и оценить погрешность результатов. Такая возможность, естественно, открывается при получении точного решения, когда свойства ленточной решетки при $\kappa < 1$ описываются операторами r и t , а свойства их периодической последовательности – операторами R , T и т. д. Разумеется, оператор R в данном случае необходимо находить, решая нелинейное матричное уравнение (2).

Проведенный нами систематический численный анализ позволяет сделать следующие выводы. При произвольных значениях параметра ленточной решетки d/l и значениях $\kappa \leq 0.3$ результаты приближенного решения практически совпадают (с точностью не хуже 1 %) со строгим решением, если отношение $L/\lambda > 0.3$. В качестве “строгого” решения при этом используются результаты расчетов, при которых учитываются поля двух положительных и двух отрицательных старших (с наи-

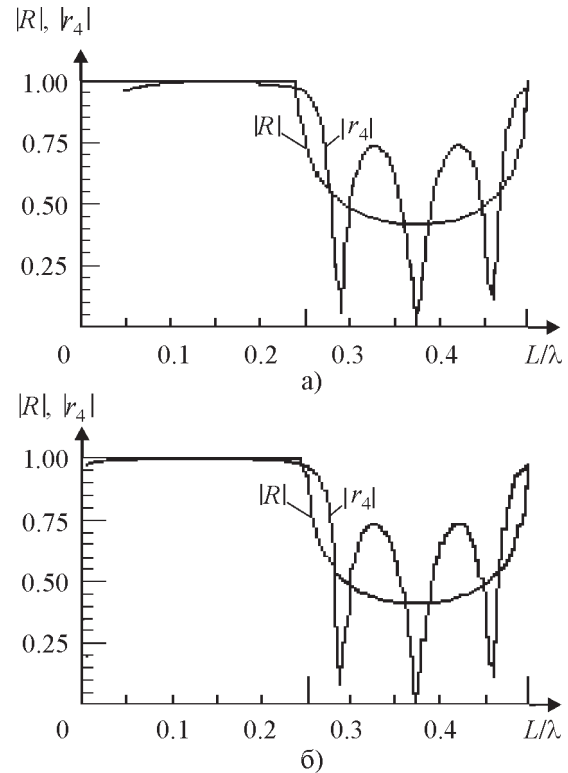


Рис. 2. Зависимости коэффициентов $|R|$ и $|r_4|$ от параметра L/λ в одноволновом режиме (E -поляризация, $d/l = 0.8$, $\kappa = 0.4$):

а) точное решение, б) приближенное решение

меньшими номерами) нераспространяющихся пространственных гармоник. Заметим, что при получении точного решения учет полей гармоник еще более высокого порядка (если $L/\lambda > 0.05$) дает исчезающе малые поправки.

Если параметр κ близок к единице, например $\kappa = 0.99$, то приближенное решение существенно отличается от точного не только при малых расстояниях между экранами, но даже при $L/\lambda \sim 10$, поэтому может использоваться лишь при очень больших значениях периода размещения экранов ($L/\lambda > 10$). В области значений $0.3 < \kappa < 0.95$ приближенное решение пригодно, если $L/\lambda \geq 2\kappa$. В качестве иллюстрации (см. рис. 2-4) мы приводим графики зависимостей модулей коэффициен-

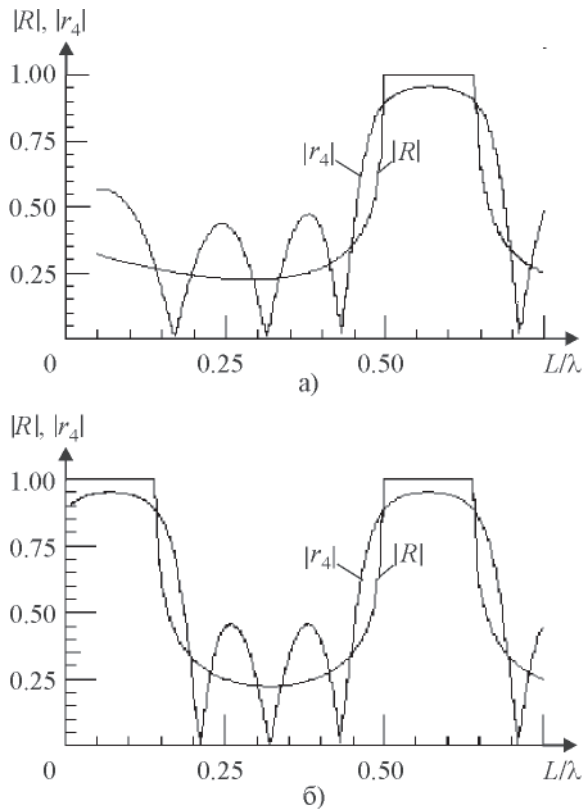


Рис. 3. Зависимости коэффициентов $|R|$ и $|r_4|$ от параметра L/λ в одноволновом режиме (E -поляризация, $d/l = 0.8$, $\kappa = 0.7$):
а) точное решение, б) приближенное решение

тов отражения E -поляризованной основной волны (нормальное падение) для полубесконечной структуры $|R|$ и системы из четырех решеток $|r_4|$ от параметра L/λ при различных значениях κ . На графиках точного решения зависимости для значений $L/\lambda < 0.05$ не показаны, поскольку при весьма тесном размещении решеток необходимо учитывать поля большего числа нераспространяющихся гармоник (больше чем двух положительных и двух отрицательных). Сравнивая результаты приближенного и точного решений, показанные на рис. 2-4, легко увидеть, что при $\kappa = 0.4$ в области значений $L/\lambda > 0.3$ различия между ними исчезают. Если $\kappa = 0.7$, то совпадение результатов имеет место при $L/\lambda > 0.65$, а при $\kappa = 0.95$ результаты переста-

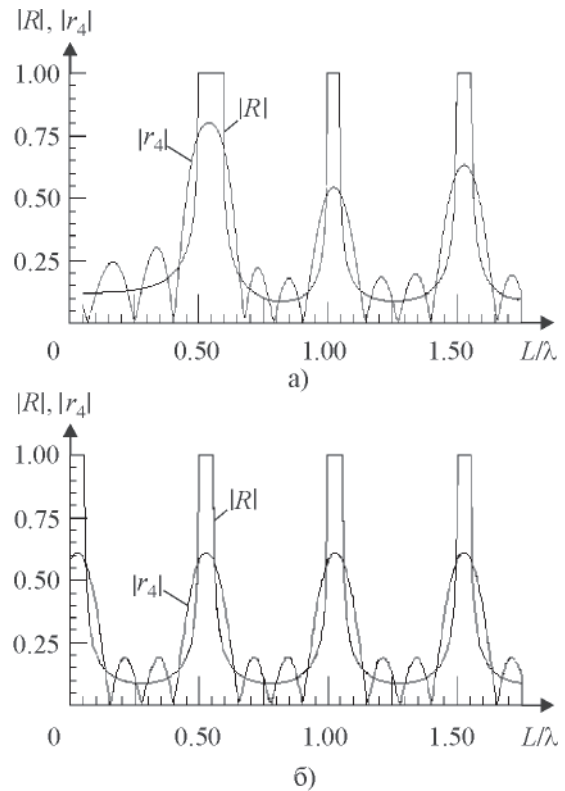


Рис. 4. Зависимости коэффициентов $|R|$ и $|r_4|$ от параметра L/λ в одноволновом режиме (E -поляризация, $d/l = 0.8$, $\kappa = 0.95$):
а) точное решение, б) приближенное решение

ют отличаться лишь при достаточно больших значениях периода размещения экранов ($L/\lambda > 1.75$).

Перейдем к анализу электродинамических свойств периодической последовательности решеток в многомодовом режиме. Пусть сначала $1 < \kappa < 2$. Это означает, что в пространственном спектре дифрагированных полей – отраженного (в межэкранных промежутках между соседними решетками) и прошедшего (если рассматривается структура из конечного числа слоев) – при нормальном падении возбуждающей структуру плоской электромагнитной волны будут иметь место три плоские волны, распространяющиеся в различных направлениях. Взаимодействие с решетками полей этих волн, а также локальных полей высших пространственных гармоник спектра приводит к очень сложным зависимостям ампли-

туд и фаз отраженных (и прошедших) полей от параметров системы. Удобнее всего начать анализ дифракционных свойств таких периодических систем решеток с изучения структуры собственных полей (набора собственных волн) и дисперсионных зависимостей постоянных распространения собственных волн. Напомним, что векторы, компоненты которых есть амплитуды пространственных гармоник собственных волн периодической последовательности решеток, являются собственными векторами оператора $\tilde{T} = Te$ (см. подп. 2.3), а величины $e^{i\beta_k L}$, соответственно, собственными значениями этого оператора. Если в бесконечной матрице оператора \tilde{T} оставить лишь те элементы, которые соответствуют распространяющимся волнам (их три), а также двум старшим положительным и двум старшим отрицательным (т. е. с отрицательным номером) нераспространяющимся пространственным гармоникам (как мы уже отмечали, роль гармоник с более высокими номерами практически неощутима), а остальные положить равными нулю, то усеченная матрица оператора \tilde{T} будет седьмого порядка. Для примера выберем следующие значения параметров задачи: E -поляризация, $\kappa = 1.3$, $d/l = 0.6$, $L/\lambda = 0.35$. Семь собственных значений оператора \tilde{T} , вычисленных при таком наборе параметров, представлены в таблице 1 (с точностью до четырех знаков после запятой).

Таблица 1

Номер собственного значения (k)	$\text{Re } e^{i\beta_k L}$	$\text{Im } e^{i\beta_k L}$	$ e^{i\beta_k L} $
1	-0.3060	0.9520	1
2	0.4807	-0.0001	0.4807
3	0.0707	0.0001	0.0707
4	0.0162	0	0.0162
5	0.0040	0	0.0040
6	0.0005	0	0.0005
7	0	0	0

В таблице 2 для соответствующих собственных чисел указаны собственные векторы (амплитуды пространственного спектра собственных волн). Элементы в столбце

каждого вектора (сверху вниз) относятся к пространственным гармоникам с номерами: -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3.

Таблица 2

$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
-0.0662, -0.0094	0.0211, -0.0002	0.3295, -0.0014
0.0499, 0.0042	-0.5705, 0.0000	0.6127, 0.0000
0.4166, 0.1744	-0.3974, 0.1273	0.1052, 0.0102
0.7604, 0.0000	0.0000, 0.0000	-0.0766, 0.0622
0.4166, 0.1744	0.3974, -0.1273	0.1052, 0.0102
0.0499, 0.0042	0.5705, 0.0000	0.6127, 0.0000
-0.0662, -0.0094	-0.0211, 0.0002	0.3295, -0.0014

Таблица 2 (продолжение)

$k = 4$	$k = 5$	$k = 6$
-0.6065, 0.0000	0.7022, 0.0000	0.6665, 0.0000
-0.3617, -0.0001	0.0663, 0.0001	-0.2348, -0.0001
0.0365, 0.0055	-0.0422, -0.0069	0.0246, 0.0041
0.0000, 0.0000	0.0303, -0.0221	0.0000, 0.0000
-0.0365, -0.0055	-0.0422, -0.0069	-0.0246, -0.0041
0.3617, 0.0001	0.0663, 0.0001	0.2348, 0.0001
0.6065, 0.0000	0.7022, 0.0000	-0.6665, 0.0000

Таблица 2 (продолжение)

$k = 7$
0.5902, 0.0000
-0.3771, 0.0046
0.0851, 0.0129
-0.0512, 0.0385
0.0851, 0.0129
-0.3771, 0.0046
0.5902, 0.0000

Наиболее важный вывод, следующий из рассмотрения структуры собственных волн, заключается в том, что волны делятся на две группы: с четным распределением поля и нечетным. Действительно, у волн с индексами $k = 1, 3, 5, 7$ пространственные гармоники с одинаковыми по модулю положительными и отрицательными номерами имеют одинаковые комплексные амплитуды, а у волн с $k = 2, 4, 6$ – противоположные по знаку. Амплитуда нулевой гармоники у волн с нечетным распределением поля равна нулю. Очевидно, что собственные векторы с четным распределением поля ортогональны векторам

с нечетным распределением, следовательно, соответствующие (четные или нечетные) поля могут возбуждаться независимо. В частности, при нормальном падении плоской волны нечетные собственные волны возбуждаться не могут.

При выбранных для примера параметрах задачи лишь одно собственное значение (с $k = 1$) является комплексным и равным по модулю единице. Понятно, что в таком случае в периодической структуре есть одна распространяющаяся собственная волна, отвечающая этому собственному значению. Остальные собственные значения вещественны, меньше единицы и уменьшаются с ростом номера k . Это означает, что соответствующие собственные волны не являются распространяющимися, а их поля (если такие волны возбуждаются) быстро убывают по мере удаления от границы структуры.

Обратимся теперь к анализу свойств структуры в зависимости от отношения расстояния между слоями к длине волны при фиксированном отношении периода решетки к длине волны. На рис. 5 приведены графики вещественных и мнимых частей $\beta_k L$ как функции параметра L/λ . В диапазоне $1 < \kappa < 2$ (в рассматриваемом примере $\kappa = 1.3$), как показывают результаты расчетов, может быть не боль-

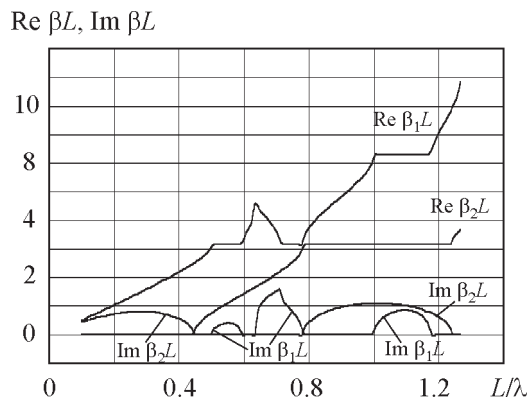


Рис. 5. Зависимости вещественных и мнимых частей постоянных распространения собственных волн периодической последовательности ленточных экранов от параметра L/λ (E -поляризация, $d/l = 0.6$, $\kappa = 1.3$)

ше двух распространяющихся волн (четная и нечетная), поэтому на рисунке показаны кривые для двух значений индекса k (1 или 2). За исключением небольшого отрезка оси L/λ (приблизительно от 0.64 до 0.71) зависимость $\beta_1 L$ имеет такой же характер, как и зависимость постоянной распространения собственной волны в одноволновом режиме (при $\kappa < 1$). Действительно, кратные 0.5 значения L/λ являются нижними границами зон запираения, вне зон запираения $\text{Im}\beta_1 L = 0$, а $\text{Re}\beta_1 L$ плавно увеличивается с ростом частоты, достигая к очередной границе зоны запираения значения кратного π . В зоне запираения $\text{Re}\beta_1 L$ кратна π , а $\text{Im}\beta_1 L$ принимает положительные значения.

Собственное число $e^{i\beta_1 L}$ может быть либо комплексным с модулем равным единице (собственная волна распространяется), либо вещественным меньшим единицы (волна не переносит энергию). Однако в диапазоне $0.64 < L/\lambda < 0.71$ (при данных параметрах задачи) наблюдается возникновение так называемых “комплексных волн” (в одноволновом режиме в рассматриваемой структуре они не возникают). Прежде всего, сделаем терминологическое уточнение: вообще говоря, в зоне запираения собственная волна всегда “комплексна”, поскольку при этом $\beta L = n\pi + i\text{Im}\beta L$. Поэтому, когда речь идет о “комплексной волне”, обычно имеется в виду, что у такой волны $\text{Im}\beta L \neq 0$, а $\text{Re}\beta L \neq n\pi$, т. е. волна распространяется с затуханием. В недиссипативной среде “комплексные волны” могут возбуждаться только парами с комплексно сопряженными постоянными распространения, следовательно, суммарный поток энергии у таких волн равен нулю. В указанной области значений, $0.64 < L/\lambda < 0.71$, дисперсионное уравнение исследуемой структуры действительно имеет пару комплексно сопряженных корней.

Поскольку при нормальном падении нечетная собственная волна не возбуждается, даже в многоволновой области ($1 < \kappa < 2$) в зонах непрозрачности по четной волне структура полностью непрозрачна. Однако, как видно из рис. 6, в зоне непрозрачности (например при $1 < \beta_1 L < 1.17$) коэффициент отражения нулевой пространственной гармони-

ки $|a_0|$ не равен 1 (за исключением, быть может, отдельных точек). Это естественно, поскольку при $1 < \kappa < 2$ отраженная энергия переносится нулевой и первыми (плюс и минус) гармониками пространственного спектра. Суммарный поток энергии отраженного поля в зоне запирания равен потоку в падающей плоской волне. Закон сохранения энергии в этом случае имеет вид

$$|a_0|^2 + 2|a_1|^2 \frac{\sqrt{\kappa^2 - 1}}{\kappa} = 1, \text{ где } a_1 \text{ — амплитуда}$$

первой гармоники отраженного поля, при нормальном падении $a_1 = a_{-1}$.

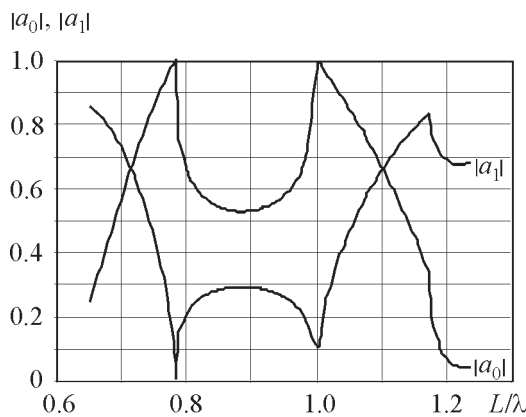


Рис. 6. Зависимости модулей нулевой $|a_0|$ и первой $|a_1|$ пространственных гармоник отраженного полубесконечной структурой поля от параметра L/λ (E-поляризация, $d/l = 0.6$, $\kappa = 1.3$)

В диапазоне $1 < \kappa < 2$ весьма интересны также зависимости от L/λ модулей распространяющихся нулевой $|b_0(N)|$ и первых $|b_{\pm 1}(N)|$ пространственных гармоник прошедшего за многослойную структуру поля. Из рис. 7 видно, в частности, что в интервалах изменения L/λ , соответствующих зонам запирания, например: $0.64 < L/\lambda < 0.78$ или $1 < L/\lambda < 1.17$, двадцатислойная структура из ленточных экранов является полностью непрозрачной.

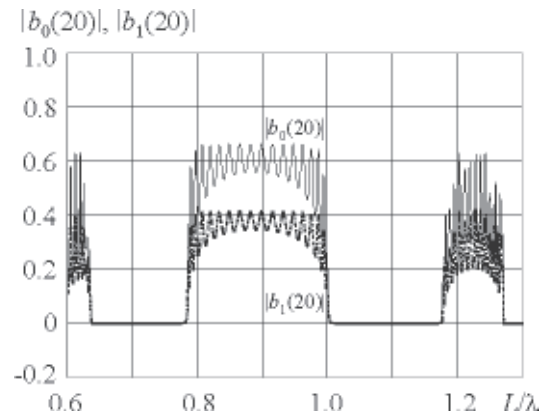


Рис. 7. Зависимости модулей нулевой $|b_0(20)|$ и первой $|b_1(20)|$ пространственных гармоник прошедшего через двадцатислойную структуру поля от параметра L/λ (E-поляризация, $d/l = 0.6$, $\kappa = 1.3$)

Разумеется, при $1 < \kappa < 2$ нечетная волна не возбуждается в периодической структуре только при симметричном возбуждении. Если возбуждающая полубесконечную структуру плоская волна падает наклонно в направлении, совпадающем с направлением распространения первой (или минус первой) пространственной гармоники, то возбуждаются обе (четная и нечетная) волны. Существует также возможность возбудить только нечетную собственную волну, используя антисимметричное возбуждение. При этом две волны, одновременно падающие в направлениях, совпадающих с направлениями распространения первых (плюс и минус) гармоник, имеют равные амплитуды, но сдвинуты по фазе на $\pi/2$. На рис. 5 приведена зависимость вещественной и мнимой частей $\beta_2 L$ от L/λ . Легко видеть, что вся кривая зависимости $\text{Re}\beta_2 L$ для нечетной волны лежит ниже кривой, соответствующей зависимости основной (четной) собственной волны. Понятно, что фазовая скорость в зоне распространения нечетной волны оказывается выше, чем у четной (основной). Такая особенность нечетной волны позволяет говорить о ее аналогии с “волноводными” волнами. Естественно, что нечетная волна также имеет свои зоны запирания, где величина $\text{Re}\beta_2 L$ кратна π , а $\text{Im}\beta_2 L$ отлична от нуля (см. рис. 5).

Интервал значений $1 < \kappa < 2$ является наименее сложным для анализа электродинамических свойств периодической последовательности экранов-решеток в многоволновом режиме. Уже при $2 < \kappa < 3$ картина существенно усложняется, поскольку в спектре может быть несколько собственных волн, распространяющихся без затухания, из них две несимметричные (волны “волноводного” типа). Однако подробное исследование дифракционных полей в этом случае выходит за рамки нашей работы.

Литература

1. А. М. Модель. Радиотехника. 1955, **10**, №6, с. 52-57.
2. В. Б. Казанский, Л. Н. Литвиненко, В. П. Шестопалов. Изв. вузов. Радиофизика. 1971, **14**, №10, с. 1554-1569.
3. Л. Н. Литвиненко, И. И. Резник, Д. Л. Литвиненко. Доклады АН УССР. 1991, №6.
4. Д. Л. Литвиненко, Л. Н. Литвиненко, С. Л. Просвирнин. Радиофизика и радиоастрономия. 1997, **2**, №4, с. 485-491.

Analysis of Wave Diffraction by a Sequence of Identical Strip Gratings. Multi-Wave Conditions

L. M. Lytvynenko, S. L. Prosvirnin

The solution of the problem of wave diffraction by a semi-infinite discrete structure consisting of strip periodic gratings under multi-wave conditions is considered. The results of the numerical analysis of the wave diffraction are presented.