

Дифракция собственной волны прямоугольного волновода с фланцем на границе с кусочно-однородной плоскослоистой средой

Е. Б. Малец, В. И. Фесенко, С. Н. Шульга

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина
61077, Харьков, 77 пл. Свободы, 4

Статья поступила в редакцию 7 октября 1999 г.

Рассмотрена задача дифракции электромагнитной волны на открытом конце прямоугольного волновода с фланцем, прилегающем к кусочно-однородной плоскослоистой среде с потерями.

Эта задача сформулирована в виде поверхностного интегрального уравнения относительно фиктивных магнитных источников на раскрыте волновода. В качестве вспомогательного аппарата при построении уравнений используются функции Грина поверхностных источников в полубесконечном волноводе и плоскослоистой структуре. Интегральные уравнения с помощью эквивалентных преобразований сводятся к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов отражения собственных волн волновода. Решение системы ищется численно с помощью метода редукции. В рамках физически наглядного приближения в работе получено аналитическое выражение и приведены результаты численного расчета для коэффициента отражения основной моды прямоугольного волновода H_{10} .

Розглянуто задачу дифракції електромагнітної хвилі на відкритому кінці прямокутного хвилеводу з фланцем, що впирається в кусочно-однорідне плоскошарувате середовище з втратами.

Цю задачу зформульовано як поверхневе інтегральне рівняння відносно фіктивних магнітних джерел на розкритті хвилеводу. Як допоміжний апарат, при побудові рівнянь використовуються функції Гріна поверхневих джерел в напівнескінченному хвилеводі та плоскошаруватому середовищі. Інтегральні рівняння за допомогою еквівалентних перетворень зводяться до нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнтів відбиття власних хвиль хвилеводу. Рішення системи шукають чисельно за допомогою методу редукції. Як фізично наглядне наближення, у роботі одержано аналітичний вираз і наведено результати числових розрахунків для коефіцієнту відбиття основної моди прямокутного хвилеводу H_{10} .

Введение

При неразрушающем контроле и толщинометрии радиоволновыми методами типичной является ситуация, когда излучатель отделен от исследуемого объекта расстоянием, которое не превышает несколько длин волн или сравнимо с размерами самого излучателя [1]. В связи с этим возникает вопрос о влиянии электродинамических и геометрических параметров контролируемого изделия на рассеянное поле в ближней зоне.

Зондирующим устройством обычно является открытый конец (срез) волновода с фланцем или без него, а достаточно адекватной моделью изделия служит плоскослоистая среда. Таким образом, в теоретическом плане приходится иметь дело с задачей математической теории дифракции [2] об излучении и отражении электромагнитных волн от среза волновода, открытого в плоскослоистую среду с потерями.

Аналогичная задача возникает и в других физико-технических приложениях, например, при расчете рупорных антенн с учетом влияния

обтекателей [3], в диагностике плазмы [4] и т. д.

1. Вывод интегральных уравнений

Рассмотрим следующую модель (рис. 1). Полубесконечный прямоугольный волновод с идеально проводящими боковой поверхностью $S_{бок}$ и фланцем $S_{фл}$ расположен в верхнем полупространстве вдоль вертикальной оси z . Внутренняя часть волновода V определяется соотношениями $0 < z < +\infty$, $\bar{\rho} \in \Sigma$, где Σ – его торец, совпадающий с участком $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$, а $\bar{\rho} = \bar{x}_0 x + \bar{y}_0 y$ – горизонтальная компонента радиус-вектора $\bar{R} = \bar{x}_0 x + \bar{y}_0 y + \bar{z}_0 z$; \bar{x}_0 , \bar{y}_0 , \bar{z}_0 – орты соответствующих осей координат. Волновод заполнен однородной средой без потерь, которая характеризуется вещественными и постоянными интегральными параметрами ϵ , μ . Его открытый конец Σ и фланец $S_{фл}$, расположенные в плоскости $z = 0$, упираются в N -слойную кусочно-однородную плоскослоистую структуру,

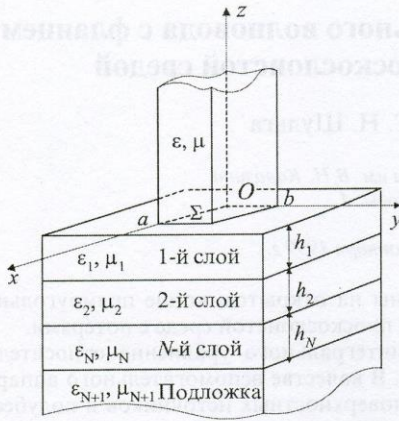


Рис. 1. Геометрия задачи

лежащую на проницаемой для поля подложке. Первый слой толщиной $h_1 > 0$ занимает область $-h_1 = z_1 < z < z_0 = 0$ и характеризуется материальными параметрами ϵ_1, μ_1 ; k -й слой ($k = 2, 3, \dots$) толщиной h_k занимает область $-(h_1 + h_2 + \dots + h_{k-1} + h_k) = z_k < z < z_{k-1} = -(h_1 + h_2 + \dots + h_{k-1})$ и характеризуется проницаемостями ϵ_k, μ_k . Полупространство $-\infty < x, y < +\infty, -\infty < z < z_N$, на котором лежит N -слойная структура, заполнено средой с параметрами $\epsilon_{N+1}, \mu_{N+1}$. Здесь z_k и z_{k-1} – вертикальные координаты нижней и верхней границ k -го слоя ($k = 1, 2, \dots$), толщина которого $h_k = z_{k-1} - z_k$. Материальные параметры “совокупной” среды даются выражениями:

$$\epsilon(z) = \begin{cases} \epsilon_k, & \mu(z) = \begin{cases} \mu_k, & z_k < z < z_{k-1}, \\ \mu_{N+1}, & -\infty < z < z_N, \end{cases} \\ \epsilon_{N+1}, & \end{cases} \quad (1)$$

и представляют собой кусочно-постоянные комплексные функции вертикальной координаты z ($\text{Im}\{\epsilon(z), \mu(z)\} > 0$).

Если бы волновод был бесконечным, то сторонние источники возбудили бы в нем первичное поле $\vec{E}_i(\vec{R}), \vec{H}_i(\vec{R})$, которое считаем заданным; набегая на раскрыт волновода, оно частично отражается обратно в волновод, где порождает поле $\vec{E}_r(\vec{R}), \vec{H}_r(\vec{R})$, а также излучается наружу в слоистую среду, где возникает прошедшее поле $\vec{E}_s(\vec{R}), \vec{H}_s(\vec{R})$. Краевая задача

для неизвестных $\vec{E}_{r,s}, \vec{H}_{r,s}$ имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E}_r(\vec{R}) - ik_0 \mu \vec{H}_r(\vec{R}) &= 0, \\ \nabla \times \vec{H}_r(\vec{R}) + ik_0 \epsilon \vec{E}_r(\vec{R}) &= 0, \quad \vec{R} \in V; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E}_s(\vec{R}) - ik_0 \mu \vec{H}_s(\vec{R}) &= 0, \quad -\infty < x, y < +\infty, \\ \nabla \times \vec{H}_s(\vec{R}) + ik_0 \epsilon \vec{E}_s(\vec{R}) &= 0, \quad -\infty < z < 0; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\vec{E}_r(\vec{R}) = 0 \quad \text{при } \vec{R} \in S_{\text{бок}}, \quad (4)$$

$$\vec{z}_0 \times \vec{E}_s(\vec{R}) = 0 \quad \text{при } \vec{R} \in S_{\text{фл}}; \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \vec{z}_0 \times [\vec{E}_r(\vec{R}) - \vec{E}_s(\vec{R})] &= -\vec{z}_0 \times \vec{E}_i(\vec{R}), \quad \text{при } \vec{R} \in \Sigma, \\ \vec{z}_0 \times [\vec{H}_r(\vec{R}) - \vec{H}_s(\vec{R})] &= -\vec{z}_0 \times \vec{H}_i(\vec{R}) \quad \text{при } \vec{R} \in \Sigma. \end{aligned} \quad (6)$$

$$\vec{z}_0 \times \vec{E}_s(\vec{R}), \quad \vec{z}_0 \times \vec{H}_s(\vec{R}) = \quad (7)$$

непрерывные функции z при $-\infty < z < 0$,

$$\vec{E}_r(\vec{R}), \vec{H}_r(\vec{R}) \rightarrow 0 \quad \text{при } z \rightarrow +\infty \quad (\text{Im } k_0 = +0), \quad (8)$$

$$\vec{E}_s(\vec{R}), \vec{H}_s(\vec{R}) \rightarrow 0 \quad \text{при } x, y \rightarrow \pm\infty.$$

В этих формулах $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$, где λ_0 – длина волны в свободном пространстве.

Условие (5) учитывает идеальную проводимость фланца, а условия (6) означают непрерывность горизонтальных компонент полного электромагнитного поля на раскрые волновода. Следуя [5], ищем неизвестные $\vec{E}_{r,s}, \vec{H}_{r,s}$ в виде:

$$\vec{E}_r(\vec{R}) = \int_{\Sigma} \hat{G}_{em}^{(g)}(\vec{R}, \vec{\rho}') \vec{k}(\vec{\rho}') d\vec{\rho}', \quad (9)$$

$$\vec{H}_r(\vec{R}) = \int_{\Sigma} \hat{G}_{mm}^{(g)}(\vec{R}, \vec{\rho}') \vec{k}(\vec{\rho}') d\vec{\rho}';$$

$$\vec{E}_s(\vec{R}) = \int_{\Sigma} \hat{G}_{em}(\vec{R}, \vec{\rho}') \left[\left(\frac{c}{4\pi} \right) \vec{z}_0 \times \vec{E}_i(\vec{\rho}') - \vec{k}(\vec{\rho}') \right] d\vec{\rho}';$$

$$\vec{H}_s(\vec{R}) = \int_{\Sigma} \hat{G}_{mm}(\vec{R}, \vec{\rho}') \left[\left(\frac{c}{4\pi} \right) \vec{z}_0 \times \vec{E}_i(\vec{\rho}') - \vec{k}(\vec{\rho}') \right] d\vec{\rho}'. \quad (10)$$

Здесь величина $\vec{k}(\vec{\rho})$, имеющая смысл поверхностной плотности магнитных источ-

ников на раскрыве, является неизвестной; $\hat{G}_{em}^{(g)}(\vec{R}, \vec{\rho}')$, $\hat{G}_{mm}^{(g)}(\vec{R}, \vec{\rho}')$ – функции Грина (далее по тексту – ФГ) поверхностных источников в полубесконечном волноводе, а $\hat{G}_{em}(\vec{R}, \vec{\rho}')$, $\hat{G}_{mm}(\vec{R}, \vec{\rho}')$ – ФГ поверхностных источников в плоскостной структуре. ФГ определены следующим образом:

$$\hat{G}_{em}^{(g)}(\vec{R}, \vec{\rho}') = -\frac{4\pi}{c} \sum_{\beta=e,h} \sum_{\nu} \frac{e^{i\theta_{\nu} z}}{P_{\nu}^{\beta}} [\bar{z}_{\nu}^{\beta}(\vec{\rho}) + \bar{z}_{z\nu}^{\beta}(\vec{\rho})] \bar{h}_{\nu}^{\beta}(\vec{\rho}),$$

$$\hat{G}_{mm}^{(g)}(\vec{R}, \vec{\rho}') = -\frac{4\pi}{c} \sum_{\beta=e,h} \sum_{\nu} \frac{e^{i\theta_{\nu} z}}{P_{\nu}^{\beta}} [\bar{h}_{\nu}^{\beta}(\vec{\rho}) + \bar{h}_{z\nu}^{\beta}(\vec{\rho})] \bar{h}_{\nu}^{\beta}(\vec{\rho}). \quad (11)$$

$$\hat{G}_{em}(\vec{R}, \vec{\rho}) = \int \frac{d\bar{\theta}}{\pi c} e^{i\bar{\theta}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')} \times$$

$$\times \left[\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon(z)} \frac{\Psi'_{\Sigma}(z, \theta)}{\Psi_{\Sigma}(-0, \theta)} \bar{n} \bar{z}_0 \times \bar{n} - \frac{\Psi_{\mu}(z, \theta)}{\Psi_{\mu}(-0, \theta)} \bar{z}_0 \times \bar{n} \bar{n} - \right.$$

$$\left. - i\bar{\theta} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon(z)} \frac{\Psi_{\Sigma}(z, \theta)}{\Psi_{\Sigma}(-0, \theta)} \bar{z}_0 \bar{z}_0 \times \bar{n} \right],$$

$$\hat{G}_{mm}(\vec{R}, \vec{\rho}') = \int \frac{d\bar{\theta}}{\pi c} e^{i\bar{\theta}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')} \times$$

$$\times \left[ik_0 \varepsilon_1 \frac{\Psi_{\Sigma}(z, \theta)}{\Psi_{\Sigma}(-0, \theta)} \bar{z}_0 \times \bar{n} \bar{z}_0 \times \bar{n} + \frac{1}{ik_0 \mu(z)} \frac{\Psi'_{\mu}(z, \theta)}{\Psi_{\mu}(-0, \theta)} \bar{n} \bar{n} - \right.$$

$$\left. - \frac{\theta}{k_0 \mu(z)} \frac{\Psi_{\Sigma}(z, \theta)}{\Psi_{\Sigma}(-0, \theta)} \bar{z}_0 \bar{n} \right]. \quad (12)$$

Здесь и далее интегрирование проводится по всей плоскости соответствующей переменной, если пределы не указаны. В уравнениях для ФГ использованы следующие величины: $\bar{z}_{\nu}^{\beta}(\vec{\rho})$, $\bar{h}_{\nu}^{\beta}(\vec{\rho}')$ – собственные вектор-функции прямоугольного волновода, которые определены так же, как и в [6]; P_{ν}^{β} – некоторый нормировочный коэффициент; $\bar{z}_{z\nu}^{\beta}(\vec{\rho})$, $\bar{h}_{z\nu}^{\beta}(\vec{\rho}')$ – функции, выражаемые через $\bar{z}_{\nu}^{\beta}(\vec{\rho})$, $\bar{h}_{\nu}^{\beta}(\vec{\rho}')$; $\Psi_{\eta}(z, \theta)$, $\eta = \varepsilon, \mu$ – вспомогательные функции в виде [7]; $\bar{\theta} = (\theta_x, \theta_y)$ – параметр преобразования Фурье; $\bar{n} = \frac{\bar{\theta}}{\theta}$ – единичный вектор в направлении распространения пространственной гармоники, а

$\theta = (\theta_x^2 + \theta_y^2)^{1/2}$ – ее волновое число; θ_{ν} – продольное волновое число, соответствующее ν -й ($\nu = (m, n)$, $m, n = 1, 2, 3, \dots$) собственной волне прямоугольного волновода.

Прямой подстановкой с использованием формул (11) и (12) для ФГ нетрудно проверить, что представление (9)-(10) при любой функции $\bar{k}(\vec{\rho})$ удовлетворяет уравнениям Максвелла (2)-(3), условиям на боковой поверхности волновода (4), на фланце (5), на структурных поверхностях раздела (7) и в бесконечности (8). Остается удовлетворить условиям сопряжения (6) на раскрыве волновода.

Подставив выражения для электрических полей из (8)-(10) в первое условие (6) с учетом свойств ФГ:

$$\lim_{z \rightarrow +0} \bar{z}_0 \times \hat{G}_{em}^{(g)}(\vec{R}, \vec{\rho}') = -\left(\frac{4\pi}{c}\right) (\bar{x}_0 \bar{x}_0 + \bar{y}_0 \bar{y}_0) \delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}'),$$

$$\lim_{z \rightarrow +0} \bar{z}_0 \times \hat{G}_{em}(\vec{R}, \vec{\rho}') = \frac{4\pi}{c} (\bar{x}_0 \bar{x}_0 + \bar{y}_0 \bar{y}_0) \delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}'), \quad (13)$$

получаем:

$$-\left(\frac{4\pi}{c}\right) \bar{k}(\vec{\rho}) - \bar{z}_0 \times \bar{E}_i(\vec{R}) + \left(\frac{4\pi}{c}\right) \bar{k}(\vec{\rho}) = -\bar{z}_0 \times \bar{E}_i(\vec{\rho}). \quad (14)$$

Это соотношение является тождеством и выполняется при любых $\bar{k}(\vec{\rho})$. Подстановка выражений для магнитных полей из (9)-(10) во второе условие (6) позволяет получить соотношение:

$$\int_{\Sigma} \left[\bar{z}_0 \times \hat{G}_{mm}^{(g)}(\vec{\rho}, \vec{\rho}') + \bar{z}_0 \times \hat{G}_{mm}(\vec{\rho}, \vec{\rho}') \right] \bar{k}(\vec{\rho}') d\vec{\rho}' =$$

$$= -\bar{z}_0 \times \bar{H}_i(\vec{\rho}) + \left(\frac{4\pi}{c}\right) \int_{\Sigma} \bar{z}_0 \times \hat{G}_{mm}(\vec{\rho}, \vec{\rho}') + \bar{z}_0 \times \bar{E}_i(\vec{\rho}') d\vec{\rho}'$$

$$(\vec{\rho} \in \Sigma), \quad (15)$$

которое представляет собой искомое интегральное уравнение относительно величины $\bar{k}(\vec{\rho})$. Его можно решать численно методом моментов [8]. Этот метод сводит ИУ к бесконечной СЛАУ относительно коэффициентов разложения неизвестной величины по базисным функциям.

2. Переход к СЛАУ

В качестве базиса мы выбираем $\vec{e}_v^\beta(\vec{\rho})$, $\vec{h}_v^\beta(\vec{\rho})$ – собственные вектор-функции прямоугольного волновода. Такой выбор удобен тем, что благодаря соотношению ортогональности

$$\int_{\Sigma} \vec{e}_v^\beta(\vec{\rho}) \times \vec{h}_\mu^\alpha(\vec{\rho}) d\vec{\rho} = P_v^\beta \delta_{v\mu}^{\beta\alpha}, \quad (\beta, \alpha = e, h), \quad (16)$$

строгий аналитический расчет удается рзвить далее, чем при любом другом выборе базиса. Исходя из этого, ищем $\vec{k}(\vec{\rho})$ в виде:

$$\vec{k}(\vec{\rho}) = -\frac{c}{4\pi} \sum_{\beta=e,h} \sum_v \frac{S_v^\beta}{P_v^\beta} \vec{z}_0 \times \vec{e}_v^\beta(\vec{\rho}), \quad (17)$$

где S_v^β – неизвестные коэффициенты. Смысл их ясен из представления для отраженного поля, получаемого подстановкой (17) в (9) с учетом формул (11) для волноводных ФГ:

$$\begin{aligned} \vec{E}_r(\vec{R}) &= \sum_{\beta=e,h} \sum_v \frac{e^{i\theta_{\mu_0} z}}{P_v^\beta} \left[\vec{e}_v^\beta(\vec{\rho}) + \vec{e}_{z,v}^\beta(\vec{\rho}) \right], \\ \vec{H}_r(\vec{R}) &= \sum_{\beta=e,h} \sum_v \frac{e^{i\theta_{\mu_0} z}}{P_v^\beta} \left[\vec{h}_v^\beta(\vec{\rho}) + \vec{h}_{z,v}^\beta(\vec{\rho}) \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Видно, что S_v^β представляет собой амплитуду v -й собственной волны волновода с поляризацией β ($\beta = e, h$).

Подставим разложение (17) в ИУ (15), домножим получающееся векторное соотношение скалярно на $\vec{e}_\mu^\alpha(\vec{\rho})$ и проинтегрируем результат по раскрытию волновода. С учетом соотношения ортогональности (16) приходим к искомой СЛАУ относительно величин S_μ^α :

$$S_\mu^\alpha + \sum_{\beta=e,h} \sum_v K_{\mu\nu}^{\alpha\beta} S_v^\beta = q_\mu^\alpha, \quad (\alpha = e, h), \quad (19)$$

где $K_{\mu\nu}^{\alpha\beta}$ – известные коэффициенты, а q_μ^α – правые части уравнений.

$$K_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = \frac{c}{4\pi P_\nu^\beta} \iint_{\Sigma} d\vec{\rho} d\vec{\rho}' \vec{e}_\mu^\alpha(\vec{\rho}) \vec{E}_0 \times \hat{G}_{nm}(\vec{\rho}, \vec{\rho}') \times \vec{z}_0 \vec{e}_\nu^\beta(\vec{\rho}'), \quad (20)$$

$$q_\mu^\alpha = \int_{\Sigma} \vec{e}_\mu^\alpha(\vec{\rho}) \vec{E}_0 \times \vec{H}_r(\vec{\rho}) d\vec{\rho} -$$

$$-\frac{c}{4\pi} \iint_{\Sigma} d\vec{\rho} d\vec{\rho}' \vec{e}_\mu^\alpha(\vec{\rho}) \vec{E}_0 \times \hat{G}_{nm}(\vec{\rho}, \vec{\rho}') \vec{E}_0 \times \vec{E}_r(\vec{\rho}').$$

Отсюда, в частности, видно, что матрица коэффициентов уравнений (19) симметрична в смысле

$$K_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = K_{\nu\mu}^{\beta\alpha}. \quad (21)$$

Далее считаем, что поле, падающее на раскрыв волновода, представляет собой собственную волну прямоугольного волновода, которая характеризуется поляризацией $\alpha_0 = e, h$ и индексом $\mu_0 = (m_0, n_0)$:

$$\begin{aligned} \vec{E}_i(\vec{R}) &= \left[\vec{e}_{\mu_0}^{\alpha_0}(\vec{\rho}) - \vec{e}_{z\mu_0}^{\alpha_0}(\vec{\rho}) \right] \frac{e^{-i\theta_{\mu_0} z}}{P_{\mu_0}^{\alpha_0}}, \\ \vec{H}_i(\vec{R}) &= \left[\vec{h}_{\mu_0}^{\alpha_0}(\vec{\rho}) - \vec{h}_{z\mu_0}^{\alpha_0}(\vec{\rho}) \right] \frac{e^{-i\theta_{\mu_0} z}}{P_{\mu_0}^{\alpha_0}}, \end{aligned} \quad (22)$$

где $\theta_{\mu_0} = \theta_{m_0 n_0} = \sqrt{k_0^2 \mu \varepsilon - \left(\frac{\pi m_0}{a}\right)^2 - \left(\frac{\pi n_0}{b}\right)^2}$; ε ,

μ – вещественные параметры характеризующие материал, которым заполнен волновод; a, b – размеры поперечного сечения прямоугольного волновода.

Отметим, что в силу полноты системы собственных волн любое первичное поле является суперпозицией полей вида (22), так что это представление не уменьшает общности выводов. С другой стороны, в практических ситуациях [1] волноводы используются именно в одномодовом режиме. Тогда, согласно выражению (20) для q_μ^α , имеем:

$$q_\mu^\alpha = \delta_{\mu\mu_0}^{\alpha\alpha_0} - K_{\mu\mu_0}^{\alpha\alpha_0} \quad (23)$$

и система уравнений принимает следующий окончательный вид:

$$S_\mu^\alpha + \sum_{\beta=e,h} \sum_v K_{\mu\nu}^{\alpha\beta} S_v^\beta = \delta_{\mu\mu_0}^{\alpha\alpha_0} - K_{\mu\mu_0}^{\alpha\alpha_0}, \quad (\alpha = e, h), \quad (24)$$

где $\delta_{\mu\mu_0}^{\alpha\alpha_0}$ – символ Кронекера.

Таким образом, от задачи для электромагнитного поля в форме ИУ (15) мы перешли к эквивалентной ей бесконечной СЛАУ относительно амплитуд отраженных волн (24). В этом

случае с ростом индексов коэффициенты стремятся к нулю достаточно быстро (это связано с тем, что в настоящей статье интерес представляет одномодовый режим работы волновода). Величина энергии, которая рассеивается в волны высшего порядка, будет весьма незначительной. Коэффициентами, отвечающими за эти моды, можно пренебречь (при этом точность решения будет достаточно высокой). Решение СЛАУ $\{S_{\mu}^{\alpha}\}$ можно искать численно методом редукции [9].

3. Численные результаты

В этой части статьи описаны иллюстративные зависимости, которые отражают распространение собственной волны прямоугольного волновода в кусочно-однородной плоскостной среде с потерями, лежащей на полубесконечной проницаемой для поля подложке. При расчетах в качестве подложки рассматривался воздух, количество слоев в плоскостной среде принималось равным $N = 3$.

Рис. 2-3 представляют графические зависимости модуля коэффициента отражения S_{10}^h от параметра $k_0 h_1$. Расчеты проводились при следующих значениях: $a = 5.5$ см, $b = a/2$, длина зондирующей волны 4.0 см.

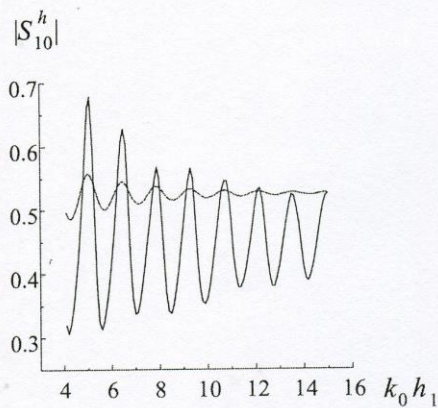


Рис. 2. Зависимость модуля коэффициента отражения S_{10}^h от $k_0 h_1$ для случая разных тангенсов углов диэлектрических потерь δ : — $\delta = 0.01$; $\delta = 0.1$

Зависимости, приведенные на рис. 2, построены для разных значений тангенса угла диэлектрических потерь δ . Расчеты проводи-

лись при следующих значениях: $\epsilon_1 = 2.0(1 + i\delta)$, $\epsilon_2 = 2.5(1 + i\delta)$, $\epsilon_3 = 3.0(1 + i\delta)$, $h_k = \frac{a}{\sqrt{\text{Re}(\epsilon_k)}}$ ($k = 1, 2, 3$).

Зависимости, проиллюстрированные на рис. 3, относятся к случаю, когда в исследуемом материале (плексиглас, $\epsilon = 2.6 + i \cdot 2.2 \cdot 10^{-3}$) имеется расслоение, заполненное воздухом. Расчеты проводились для двух значений толщины этого дефекта.

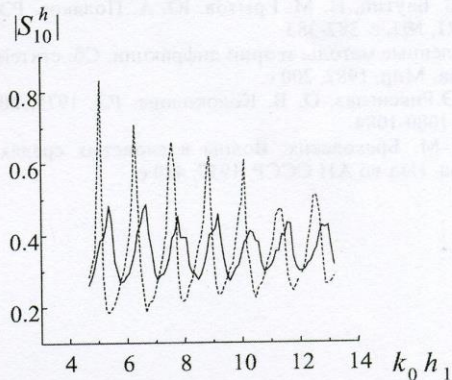


Рис. 3. Зависимость модуля коэффициента отражения S_{10}^h от $k_0 h_1$ при различной толщине расслоения h_2 : — $h_2 = 0.1$, $h_2 = 1.0$

Полученные результаты хорошо согласуются с теорией. Согласно [10], коэффициент отражения от слоя с потерями (либо от слоистой структуры с потерями) в зависимости от толщины слоя, в нашем случае от толщины первого слоя h_1 , представляет собой осциллирующую функцию, размах осцилляций которой постоянно уменьшается, а период осцилляций примерно равен половине длины волны, что и наблюдается в представленных графических зависимостях.

Для подтверждения достоверности полученных результатов проверялось выполнение закона сохранения энергии. В нашем случае закон сохранения энергии будет сформулирован так [10]: "Энергия, притекающая к границе раздела в падающей волне, равняется энергии, уносимой от границы раздела отраженной и прошедшими волнами". Численные расчеты показали, что это условие действительно выполняется.

Литература

1. А. И. Потапов, В. М. Игнатов, Ю. Б. Александров и др. Технологический неразрушающий контроль пластмасс. Ленинград, Химия, 1979, 288 с.
2. Р. Хенл, А. Мауэ, К. Вестпфаль. Теория дифракции. Москва, Мир, 1964, 428 с.
3. В. А. Каплун. Обтекатели антенн СВЧ. Москва, Сов. радио, 1974, 239 с.
4. А. Н. Кондратенко. Проникновение волн в плазму. Москва, Атомиздат, 1979, 231 с.
5. Н. Levine, J. Schwinger. Comp. PURE and Appl. Math. 1950, 3, pp. 335-391.
6. А. Фелсен, Н. Маркувиц. Излучение и рассеяние волн. Пер. с англ. под ред. М. Л. Левина. Москва, Мир, 1978, Т. 1, 548 с, Т. 2, 557 с.
7. А. В. Баутин, Н. М. Ерытов, Ю. А. Поляков. РЭ. 1976, 21, №2, с. 382-385.
8. Численные методы теории дифракции. Сб. статей. Москва, Мир, 1982, 200 с.
9. Л. Э.Рикенглаз, О. В. Колоколова. РЭ. 1975, 20, №5, с. 1080-1084.
10. Л. М. Бреховских. Волны в слоистых средах. Москва, Изд-во АН СССР, 1957, 480 с.

Diffraction of a Proper Wave of Rectangular Waveguide with a Flange Adjoining Piecewise Uniform Planar Layered Structure

E. B. Malets, V. I. Fesenko, S. N. Shulga

The problem of the wave diffraction by the aperture of the rectangular waveguide with the flange adjoining the piecewise-uniform planar-layered medium with losses is considered.

This problem is formulated as a surface integral equation for fictitious magnetic sources on the waveguide aperture. The Green functions of the surface sources in semi-infinite waveguide and planar-layered structure are used as an auxiliary apparatus for building the equation. The integral equation is converted into the infinite system of linear algebraic equations for amplitudes of reflected waves. Its solution may be found numerically by means of the reduction method. The analytic form for the reflection factor of the main mode of the rectangular waveguide H_{10} is obtained. The results of numerical calculations are presented as well.