

Об излучении симметричных электромагнитных волн из конечного конического рупора

Д. Б. Куриляк, З. Т. Назарчук

Физико-механический институт НАН Украины,
79601, Львов, ул. Наукова, 5
e-mail: kuryliak@ipm.lviv.ua, nazarch@ipm.lviv.ua

Статья поступила в редакцию 12 октября 1999 г., после переработки 21 февраля 2000 г.

На основе строгого решения задачи дифракции на конечном конусе проведен анализ формирования поля излучения симметричных волн из конечного конического рупора, возбуждаемого радиальным электрическим диполем, расположенным на оси рупора. Исследованы диаграммы направленности, распределение поля в апертуре, экранирующие эффекты и сопротивление излучения диполя в рупоре. Проведено сопоставление полей, излучаемых конечным и полубесконечным рупорами.

На основі строгого розв'язку задачі дифракції на скінченному конусі проведено аналіз формування поля випромінювання симетричних хвиль із скінченного конічного рупора, збуджуваного радіальним електричним диполем, розташованим на осі рупора. Досліджено діаграми спрямованості, розподіл поля в апертурі, ефекти екранування та опір випромінювання диполя в конічному рупорі. Проведено співставлення полів, що випромінюються скінченим і напівнескінченим рупорами.

Введение

Рупорные излучатели широко применяются в различных областях технической физики, в частности, при решении задач диагностики среды и дефектоскопии [1,2], где, кроме излучательных характеристик, существенную роль для повышения точности измерений играют экранирующие свойства. Качественный анализ излучательных свойств таких рупоров базируется на точном аналитическом решении задач о возбуждении идеально проводящего полубесконечного конуса элементарными источниками. Соответствующие примеры для случая симметричного возбуждения конуса витком электрического тока приведены, например, в [3,4]. Такие аппроксимации допустимы только для рупоров больших размеров, когда источник возбуждения расположен вдали от апертуры. Как правило, при этом не учитываются дифракционные эффекты на краях и проникновение поля в теньевую область. Цель данной работы заключается в анализе эффектов, обусловленных конечностью размеров конического рупора, и в выяснении возможностей аппроксимации поля излучения полем полубесконечного конуса. В качестве базисного используется строгое решение наиболее простой задачи о возбуждении конечного конуса полем радиального электрического диполя, расположенного на оси конуса, полученное методом "полуобращения" [5], а для сравнения – точное

аналитическое решение аналогичной задачи о возбуждении полубесконечного конуса.

Постановка задачи

Пусть в сферической системе координат (r, θ, φ) задан идеально проводящий конический рупор конечной длины

$$Q: \{r \in [0, c]; 0 \leq \theta \leq \gamma; \varphi \in [0, 2\pi]\}, \quad (1)$$

возбуждаемый полем радиального электрического диполя, расположенного на оси симметрии конуса в точке с координатами $r = l < c$, $\theta = 0$ (рис. 1). Возбуждаемое электромагнитное поле обладает осевой симметрией и имеет отличные от нуля E_r , E_θ , H_φ компоненты. Зависимость от времени задается множителем $\exp(-i\omega t)$, который в дальнейшем опускается.

Задача определения поля, излучаемого из рупора (1), сводится к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений (БСЛАУ) второго рода, которую запишем так:

$$X = A^{-1}(A - A_1)X + A^{-1}F. \quad (2)$$

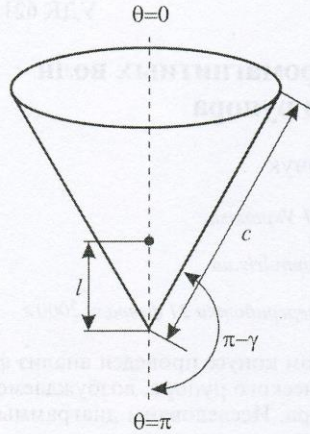


Рис. 1. Геометрия задачи

Здесь $X = \{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ – неизвестный вектор; A_1, A – бесконечные матрицы, элементы которых имеют вид:

$$a_{qn}^{(1)} = \frac{\rho_1 W \left[K_{z_n} I_{\xi_q} \right]_{\rho_1}}{(\xi_q^2 - z_n^2) K_{z_n}(\rho_1) I_{\xi_q}(\rho_1)}, \quad (3a)$$

$$a_{qn} = (\xi_q - z_n)^{-1}. \quad (3b)$$

Здесь $q, n = \overline{1, \infty}$; $I_\nu(\cdot)$ – модифицированная функция Бесселя; $K_\nu(\cdot)$ – функция Макдональда; $\rho_1 = -ikc$, k – волновое число, c – длина образующей конуса; $z_n \in \{z_p\}_{p=1}^{\infty}$, $\xi_q \in \{\xi_p\}_{p=1}^{\infty}$ – соответственно возрастающие последовательности простых положительных нулей и полюсов функции

$$M(v) = \frac{\cos(\pi v)}{(v^2 - 0.25) P_{v-1/2}(\cos \gamma) P_{v-1/2}(-\cos \gamma)}, \quad (4)$$

$P_{v-1/2}(\cdot)$ – функция Лежандра;

$$W[K_\nu I_\mu]_\rho = K_\nu(\rho) I'_\mu(\rho) - K'_\nu(\rho) I_\mu(\rho). \quad (5)$$

Матричные элементы τ_{nq} обратного к A оператора A^{-1} определяются по формуле [5]:

$$\tau_{nq} = \left\langle \left[M_-(\xi_q) \right]^{-1} \left[M_-(z_n) \right] (z_n - \xi_q) \right\rangle^{-1}. \quad (6)$$

Здесь $[M_-(z)]' = d\{M_-(v)\}_{v=z} / dv$, $M_-(v)$ – функция, получаемая в результате факторизации выражения (4) методом бесконечных произведений. Элементы известного вектора $F = \{f_k\}_{k=1}^{\infty}$ выражаются формулой

$$f_k = \frac{A_0 \pi I_{\xi_k}(\rho_0) (\xi_k^2 - 0.25) P_{\xi_k-1/2}(-\cos \gamma)}{2\sqrt{\rho_0} I_{\xi_k}(\rho_1) \cos(\pi \xi_k)}, \quad (7)$$

где $A_0 = 2P_0 Z / l$, P_0 – момент диполя, Z – волновое сопротивление среды; $\rho_0 = -ikl$.

Потенциал полного поля вне конической области выражается через решения системы (2) соотношением

$$U(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \sum_{n=1}^{\infty} x_n \frac{P_{z_n-1/2}(\cos \theta) K_{z_n}(\rho)}{(z_n^2 - 0.25) P_{z_n-1/2}(\cos \gamma) K_{z_n}(\rho_1)}, \quad (8)$$

$r > c, \rho = -ikr.$

Решение аналогичной задачи дифракции на полубесконечном конусе записываем в виде

$$U(r, \theta) = \frac{A_0 \pi}{\sqrt{\rho \rho_0}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\eta_n P_{\eta_n-1/2}(\cos \theta) P_{\eta_n-1/2}(-\cos \gamma)}{\cos(\pi \eta_n) \frac{\partial}{\partial \eta} [P_{\eta-1/2}(\cos \gamma)]_{\eta=\eta_n}} \times \begin{cases} K_{\eta_n}(\rho) I_{\eta_n}(\rho_0) & r \geq l \\ I_{\eta_n}(\rho) K_{\eta_n}(\rho_0) & r \leq l \end{cases}, \quad (9)$$

где η_n – положительные корни трансцендентного уравнения $P_{\eta-1/2}(\cos \gamma) = 0$; $0 \leq \theta \leq \gamma$. Выражения для компонент поля находятся с помощью равенств (8), (9) с использованием следующих дифференциальных соотношений:

$$\{E_r, E_\theta, H_\varphi\} = \left\{ -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right); \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (rU); ikZ^{-1} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right\}. \quad (10)$$

На основе численного моделирования исследовалось поведение амплитудных диаграмм направленности, которые вычислялись по формуле

$$D(\theta) = \lim_{r \rightarrow \infty} |r H_{\varphi} e^{-ikr}|. \quad (11)$$

Анализируются случаи, когда H_{φ} в (11) соответствует магнитной компоненте полного поля, возбуждаемого диполем в присутствии конечного либо полубесконечного рупора, и тогда вычисляется по формулам (8), (9) с привлечением (10), а также магнитной компоненте дифрагированного поля при возбуждении конечного рупора, потенциал которого записывается так:

$$U^{(d)}(r, \theta) = U(r, \theta) - U^{(i)}(r, \theta), \quad (12)$$

где $U^{(i)}(r, \theta)$ – потенциал первичного поля, имеющий вид

$$U^{(i)}(r, \theta) = \frac{A_0}{\sqrt{\rho \rho_0}} \times \sum_{n=1}^{\infty} z_n P_{z_n-1/2}(\cos \theta) \begin{cases} K_{z_n}(\rho) I_{z_n}(\rho_0) & r \geq l \\ I_{z_n}(\rho) K_{z_n}(\rho_0) & r \leq l \end{cases}. \quad (13)$$

Кроме этого, исследовались распределение магнитной компоненты поля в непосредственной близости к апертуре, а также нормированные сопротивления излучения диполя в коническом рупоре, которые вычислялись по формуле

$$R = \frac{W}{W_0} = \frac{3\pi Z^{-2}}{8P_0^2 k^2} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|x_n|^2}{z_n(z_n^2 - 0.25)[P_{z_n-1/2}(\cos \gamma)]^2 |K_{z_n}(sc)|^2}, \quad (14)$$

где W , W_0 – мощности, излучаемые диполем в присутствии конечного конуса и в свободном пространстве соответственно.

Поле излучения рупора

Диаграммы направленности конечного рупора для различных его параметров представлены на рис. 2 и 3. Графики на рис. 2 демонстрируют сближение форм диаграмм направленности конечного рупора и полубесконечного конуса в угловом секторе, ограниченном их образующими, с увеличением длины рупора. При вычислениях было принято, что

$P_0 k = 1/(4\pi)$ А, $Z = 1$ Ом, а диполь расположен на оси симметрии $\theta = 0$. Форма диаграммы направленности рупора в секторе излучения определяется количеством возбуждаемых в нем мод полубесконечного конуса. Например, при формировании диаграммы направленности, соответствующей кривой 3 на рис. 2, а, б для полубесконечного конуса, основной вклад вносят три моды (вторая – четвертая). При этом второй пик на этой диаграмме направленности формируется за счет третьей моды, а окончательное соотношение амплитуд первого и второго пиков устанавливается за счет привлечения четвертой моды. В то же время в коническом рупоре конечной длины, диаграмма направленности которого соответствует кривой 1 на рис. 2, а, третья и четвертая моды полубесконечного конуса еще полностью не сформировались. Увеличение длины рупора приводит к образованию этих мод при $kc > 28$, что приводит к появлению второго пика на диаграмме направленности. Дальнейшее увеличение длины рупора слабо влияет на форму его диаграммы направленности в секторе излучения, за исключением направлений, близких к образующей, где существенно сказываются краевые эффекты (см. рис. 2, б).

При фиксированном положении источника увеличение угла раскрытия конуса приводит к увеличению количества распространяющихся мод в полубесконечном конусе. Следовательно, для получения аналогичной диаграммы направленности с помощью конечного рупора требуется увеличить его длину, что подтверждается на основе сравнения графиков на рис. 2, в, г. Такое поведение диаграмм направленности указывает на возможность регулирования модового состава рупора с помощью его длины (распространенными регуляторами модового состава конических рупоров являются угол раскрытия и координата источника [3]). Учитывая это свойство, анализировалась возможность получения при помощи конечного рупора диаграммы направленности полубесконечного конуса с подавленными высшими модами. Для этого исследовалось изменение формы диаграмм направленности рупора с уменьшением его длины при фиксированных угле раскрытия и расположении источника. Полученные результаты приведены на рис. 3. Из графиков на этом рисунке видно, что уменьшение длины образующей приближает форму главных лепестков диаграмм направленности конечного рупора и второй моды полубесконечного конуса (кривая 4 на рис. 3). Однако из-за близости источника к апертуре они имеют существенное различие в амплитуде.

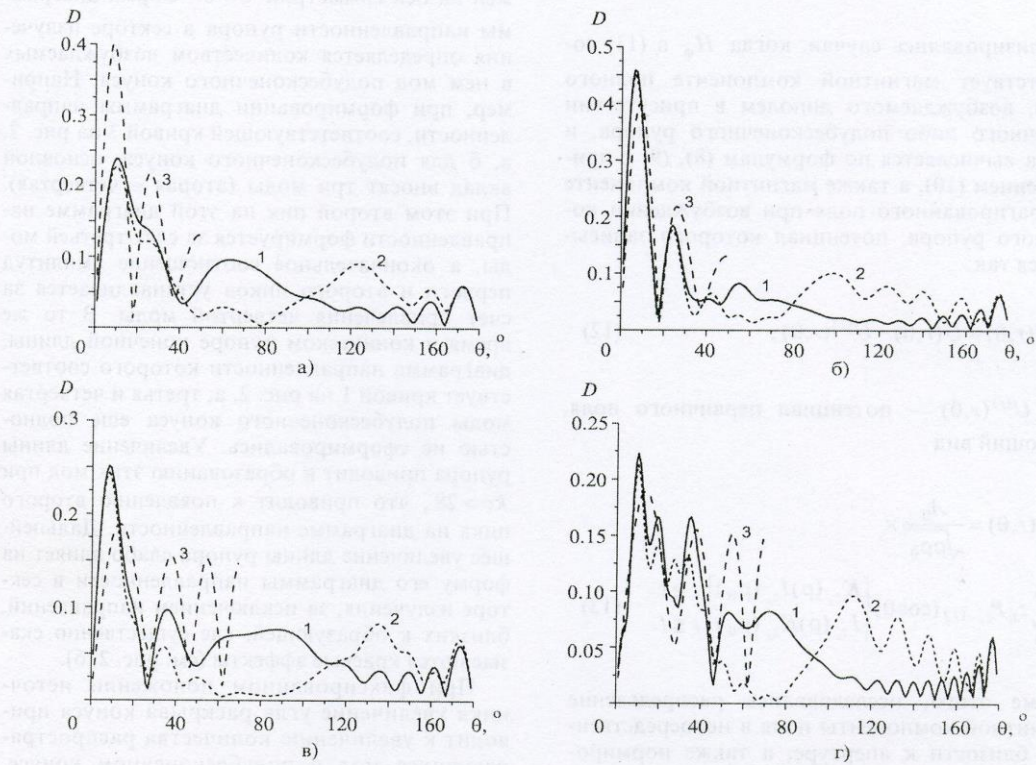


Рис. 2. Диаграммы направленности конечного конического рупора при $kl = 12.5$:
 1 – полное поле, 2 – дифрагированное поле, 3 – поле полубесконечного конуса.
 а) $\gamma = 50^\circ, kc = 18$; б) $\gamma = 50^\circ, kc = 30$; в) $\gamma = 70^\circ, kc = 18$; г) $\gamma = 70^\circ, kc = 35$

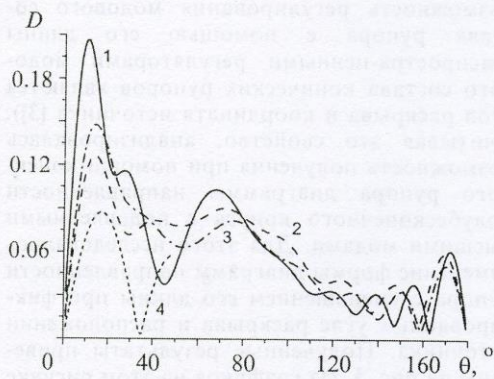


Рис. 3. Влияние длины образующей рупора на форму диаграмм направленности при $\gamma = 50^\circ, kl = 12.5$:
 1 – $kc = 17$; 2 – $kc = 15$; 3 – $kc = 13$; 4 – диаграмма направленности второй моды полубесконечного конуса

Поле в раскрытие рупора

Во многих прикладных задачах характеристики излучения рупорных антенн определяются на основе метода Гюйгенса. При этом важным является вопрос об аппроксимации поля в его апертуре модельными структурами, допускающими точный электродинамический анализ. Чтобы выяснить возможность такой аппроксимации рассматривалось распределение магнитной компоненты полного поля на сферической поверхности с радиусом, близким к длине образующей рупора. Сопоставлялись результаты вычислений, полученные на основе решения задачи дифракции на конечном и полубесконечном конусах. Сравнение соответствующих результатов показало, что при приближении источника к вершине распределение полного поля в апертуре конечного рупора (то есть в сферическом сегменте, охватывающем основание) приближается к распределению поля на аналогичном сферическом сегменте

полубесконечного конуса (за исключением области близкой к краю). Это подтверждают, например, графики на рис. 4, а, где даже для достаточно широкого рупора видны только небольшие осцилляции поля в апертуре относительно кривой, соответствующей полубесконечному конусу. Эти осцилляции обусловлены дифракцией волн на краю конечного конуса, а их амплитуда увеличивается при приближении к границе апертуры. Однако смещение источника к основанию рупора приводит к существенному различию этих полей, что хорошо видно из рис. 4, б.

Экранирующие свойства рупора

При использовании рупорных антенн в качестве измерительных элементов важным является изучение эффектов, обусловленных проникновением поля за пределы угловых параметров апертуры. Для выяснения влияния края конечного конуса анализировались зависимости диаграмм направленности (11) при фиксированных значениях углового параметра θ , как функции геометрических параметров конуса и источника. На рис. 5, а показан характер затухания поля в направлении $\theta = \pi/2$ с увеличением длины рупора при фиксированном положении источника. Видны осцилляции и затухание для различных углов раскрытия конуса, обусловленные дифракцией волн на краю апертуры. Очевидно, экранирующий эффект должен усиливаться с уменьшением угла при вершине, что подтверждается кривыми на рис. 5, а. Экранирующие свойства конического

рупора в других направлениях θ продемонстрированы на рис. 5, б, где показаны зависимости поля в определенных направлениях для различных расположений источника на оси. Из рисунка следует, что уровень поля и размах его осцилляций затухает с продвижением в область тени. Эти результаты, в частности, показывают невозможность однозначного определения положения источника по измерению амплитуды поля в теневой области. Однако они могут служить основой для решения соответствующей обратной задачи об определении координат излучателя внутри конечного конуса.

Сопrotивление излучения диполя в коническом рупоре

Важной характеристикой излучателей, дающей представление об их эффективности, является нормированное сопротивление излучения. Его зависимость от волновой длины рупора при различных положениях диполя на оси показана на рис. 6. Кривые на этом рисунке вычислялись на основе формулы (14), а разрывы на кривых обусловлены трудностями получения численных результатов при приближении источника к сферическому сегменту, радиус которого равен длине образующей конечного конуса. Из рисунка следует, что частота осцилляций нормированного сопротивления излучения практически не зависит от положения диполя на оси рупора, а уровень колебаний уменьшается с отдалением диполя от апертуры

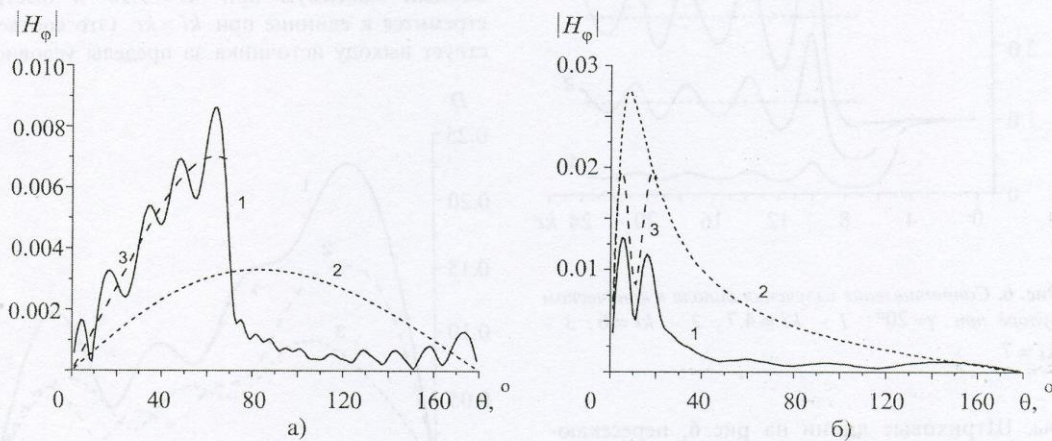


Рис. 4. Распределение H_ϕ -компоненты поля в окрестности конического рупора на сфере радиуса kr :
 1 – полное поле, 2 – первичное, 3 – поле в полубесконечном конусе.
 а) $kc = 24$, $kl = 1.5$, $\gamma = 70^\circ$, $kr = 24.2$; б) $kc = 12$, $kl = 10.5$, $\gamma = 20^\circ$, $kr = 12.2$

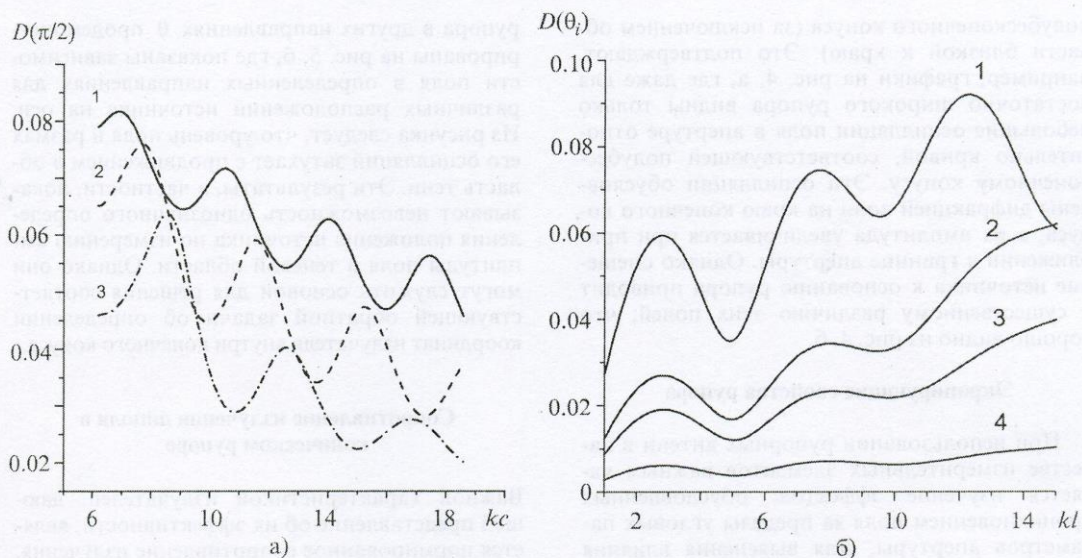


Рис. 5. Зависимость функции $D(\theta)$ при фиксированных значениях угла $\theta = \theta_i$ от геометрических параметров конуса: а) $\theta = \pi/2$, $kl = 6$ (1 - $\gamma = 70^\circ$; 2 - $\gamma = 59^\circ$; 3 - $\gamma = 50^\circ$); б) $kc = 18$, $\gamma = 50^\circ$ (1 - $\theta_i = 70^\circ$; 2 - $\theta_i = 90^\circ$; 3 - $\theta_i = 110^\circ$; 4 - $\theta_i = 150^\circ$)

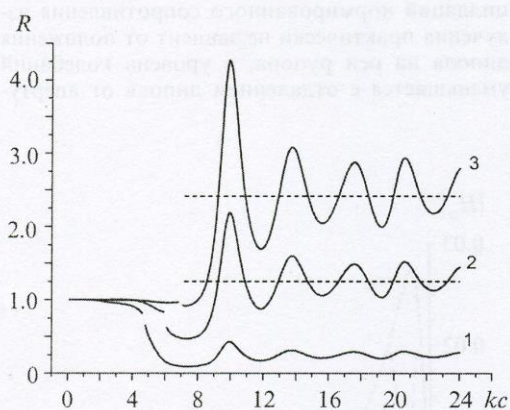


Рис. 6. Сопротивление излучения диполя в коническом рупоре при $\gamma = 20^\circ$: 1 - $kl = 4.7$; 2 - $kl = 6$; 3 - $kl = 7$

ры. Штриховые линии на рис. 6, пересекающие кривые 2 и 3, соответствуют нормированному сопротивлению излучения радиального электрического диполя с $kl = 6$ и $kl = 7$, расположенного на оси полубесконечного конуса с углом раскрытия $\gamma = 20^\circ$. Следовательно, осцилляции R этого диполя, обусловленные

увеличением длины конечного рупора, происходят относительно значения параметра R для данного диполя в полубесконечном конусе. Это, в частности, объясняет возможность сближения диаграмм в главном лепестке с увеличением длины рупора. Как следует из рис. 6, сопротивление излучения R имеет явно выраженный максимум при $kc = 9.96$ и быстро стремится к единице при $kl > kc$ (это соответствует выходу источника за пределы условной

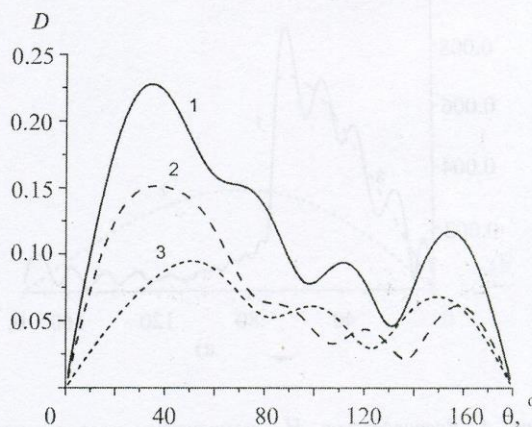


Рис. 7. Диаграммы направленности конического рупора с $kl = 7$, $\gamma = 20^\circ$: 1 - $kc = 9.96$; 2 - $kc = 11.8$; 3 - $kc = 8$

сферы, содержащей край апертуры рупора). На рис. 7 показаны диаграммы направленности конечных конических рупоров, волновые длины которых соответствуют главному максимуму и двум ближайшим минимумам нормированного сопротивления излучения диполя в конусе при $kl=7$, $\gamma=20^\circ$ (кривая 3 на рис. 6). Видно, что кривая 1 на рис. 7, соответствующая максимальному нормированному сопротивлению излучения огибает диаграммы конусов, соответствующих ближайшим минимумам, существенно превышая их во всем диапазоне значений θ .

Заключение

На основе сопоставления и анализа диаграмм направленности конечного и полубесконечного конусов показана возможность аппроксимации диаграмм направленности конечных конических рупоров в секторе излучения, а также их полей в апертуре с помощью точно решаемой задачи дифракции для полубесконечного конуса. В частности, показано, что при фиксированном положении диполя форма диаграммы направленности в секторе излучения определяется количеством мод полубесконечного конуса, возбуждающихся в рупоре. Исследованы экранирующие свойства рупорного излучателя, а также нормированное сопротивление излучения диполя в рупоре. Показан осцилляционный характер изменения поля в определенных направлениях при вариациях параметров конуса и источника, а также существование явно выраженного мак-

сима нормированного сопротивления излучения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Украинского научно-технологического центра (проект №612).

Литература

1. В. Е. Голант. Сверхвысокочастотные методы исследования плазмы. Москва, Наука, 1968, 327 с.
2. Р. Кинг, Г. Смит. Антенны в материальных средах. Москва, Мир, 1984, 416 с.
3. А. З. Фрадин. Антенны сверхвысоких частот. Москва, Сов. Радио, 1957, 647с.
4. Ю. П. Келоглу, Ю. Н. Козулин, С. Т. Маклович. Журн. техн. физики. 1978, 48, №5, с. 894-904.
5. Д. Б. Куриляк. Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1992, 35, №3, с. 3-9.

Illumination of Symmetric Electromagnetic Waves from a Conic Horn

D. B. Kuryliak, Z. T. Nazarchuk

Symmetric wave radiation excited by the radial electric dipole in a conic horn is analyzed using rigorous solution of diffraction problem for a finite cone. The far field patterns, field distribution at the horn aperture, shielding effects as well as resistance of the dipole radiation in a horn area are investigated. The comparison of the fields formed by finite and semi-infinite cones are performed.